MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT PRESCOLAIRE, PRIMAIRE, SECONDAIRE ET DE L'ALPHABETISATION
****
CABINET
****
DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS
****
SERVICE DU BACCALAUREAT
****

REPUBLIQUE DU CONGO
Unité-Travail-Progrès

BACCALAUREAT SESSION DE	: JUIN 2025
EPREUVE DE	: MATHEMATIQUES
SERIE	:C
DUREE	: 4 HEURES
COEFFICIENT	:05
DOCUMENTS AUTORISES	:NEANT

EXERCICE 1 : (4 points)

1) On considère l'équation (E) : $3x+7y=10^{2n}$ où x et y sont des entiers relatifs, n un entier naturel non nul
   a. Vérifier que le couple $(x_0;y_0)=(5;-2)$ est solution de l'équation (E') : $3x+7y=1$ (0,5 point)
   b. Résoudre l'équation (E') dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$. (0.5 pt)
   c. Montrer que les solutions de (E) sont les couples $(x;y)=(5\times10^{2n}-7k,-2\times10^{2n}+3k)$, k un entier relatif (1 point)
2) On considère l'équation (G) : $3x^2+7y^2=10^{2n}$ où x et y sont des entiers relatifs
   a. Montrer que $100\equiv2[7]$ (0,5 point)
   b. Démontrer que si (x,y) est solution de (G), alors $3x^2\equiv2^n[7]$ (0,5 pt)
   c. Démontrer que les restes de la division de 2^n par 7 sont : 1, 2 ou 4. (0,5 pt)
   d. En utilisant le tableau suivant :

Restes de la division euclidienne de x par 7	0	1	2	3	4	5	6
Restes de la division Euclidienne de $3x^2$ par 7	0	3	5	6	6	5	3

Montrer que l'équation G n'admet pas de solutions (0.5 pt)

EXERCICE 2 : (8 points)

Dans le plan orienté (P), on considère un triangle équilatéral OBC. A et D sont respectivement les symétriques des points C et B par rapport au point O. K est le symétrique du point O par rapport à la réflexion d'axe (AB).

1) Faire la figure, on prendra $[BC]$ horizontalement et $BC=5\ cm$. On notera I, J, H et L les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$. (0,5 pt)

2) Soit f la symétrie glissée de vecteur $\vec{u}$ et d'axe (d) tel que $f(K)=J$.

a. Justifier que $t_{-\vec{u}} \circ f = S_d$ où $t_{-\vec{u}}$ est la translation de vecteur $-\vec{u}$. (0,5pt)

b. On donne : $S_d(K)=O$, justifier que $(d)=(AB)$. (0,5pt)

c. Déduire alors le vecteur $\vec{u}$ de f. (0,5pt)

3) On considère la rotation g telle que : $g(D)=O$ et $g(O)=C$

a. Montrer que une mesure de l'angle de la rotation g est $\frac{\pi}{3}$. (0.5 point)

b. Soit Ω le centre de g, pour tout point M du plan d'image M' par g, montrer que le triangle $\Omega MM'$ est équilatéral de sens direct. (0.5 point)

c. En déduire la construction du point Ω. (0.5 point)

d. Démontrer que les points Ω, O et K appartiennent à une même droite. (0.5 point)

4) Soit (p) la parabole de sommet H et de foyer D.

a. Préciser l'axe focal de (p) (0.5 point)

b. Justifier que la droite (BC) est la directrice de la parabole (p). (0.5 point)

c. Construire le point M_0 de (p) appartenant à la droite (AB). (0.5 point)

d. Achever la construction de (p). (0.5 point)

5) Soit (p') l'image de (p) par la rotation g. On note N milieu du segment $[C\Omega]$

a. Justifier que O est le foyer de (p') et N est le sommet de (p'). (1 point)

b. En déduire la construction de la parabole (p'). (1 point)

EXERCICE 3 : (5 points)

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par

$f(x)=5e^{-x}-3e^{-2x}+x-3$

1)

a. Calculer la dérivée $f'(x)$ puis vérifier que, pour tout $x \geq 0$;

$f'(x)=(2e^{-x}-1)(3e^{-x}-1)$. (0.5 point)

b. En déduire le sens de variation de f. (0.5 point)

c. On donne $f(\ln 2)=-\frac{5}{4}+\ln 2$; $f(\ln 3)=-\frac{5}{3}+\ln 3$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

Dresser le tableau de variation de f. (0.5 Point)

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$. Unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe des ordonnées.

2)

a. Montrer que la droite (D) d'équation $y=x-3$ est asymptote oblique à la courbe (C) (0.5 point)

b. Tracer la courbe (C) et la droite (D). (1point).

3) Soit $g(x)=f(x)-(x-3)$; $x\in[0;+\infty[$.

a. Prouver que, pour tout $x \in [0;+\infty[$, $g(x) \succ 0$;
Interpréter graphiquement ce résultat. (0.5 Point)

b. Pour tout réel x strictement positif, calculer $A(x) = \int_0^x [f(t) - (t-3)]dt$
(0.5 point)

c. Existe-t-il une valeur de x telle que $A(x) = 8\,cm^2$

EXERCICE 4 : (3 points)

Les autorités sanitaires d'une ville ont constaté le manque de sang dans leur hôpital ; Pour alimenter la banque de sang, une équipe d'infirmiers collectent le sang dans les quartiers de cette ville.

Le tableau suivant donne le nombre des donneurs de sang lors des cinq premier mois de l'année 2021.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai
Rang x_i du mois	1	2	3	4	5
Nombre de donneurs y_i	51	49	48	46	44

1) Calculer les coordonnées du point moyen G ; (1 point)
2)
   a) Calculer la variance de X ; (0.5 point)
   b) Calculer la covariance de X et Y. (0.5 point)
3) Montrer que la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés a pour équation : $y = -1,7x + 52,7$ (0.5 point)
4) Avec cet ajustement, quel nombre de donneurs de sang peut-on prévoir pour le mois de juillet ? (arrondir à l'unité près) (0.5 point)