

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE (MENFP)
FILIÈRE D'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL
EXAMENS DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES
MATHÉMATIQUES
SÉRIE : SES
(CORRECTUM TEXTE MODÈLE)

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter correctement chacune des 10 phrases suivantes. (40 pts : 5 pts par question).

- 1) La dérivée première de la fonction numérique h de variable réelle x définie par : $h(x) = e^{-x^2}$ est h' telle que $h'(x) = -2xe^{-x^2}$
- 2) Un capital de 150 000 gourdes est placé à 14% l'an (intérêts composés). La fonction donnant le capital C_n après n années est $C_n = 150\,000(1,14)^n$
- 3) Soit x un réel. Si x ; $x + 4$ et $2x + 3$ sont, dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une progression arithmétique, on a alors $x = 5$
- 4) La suite (V_n) , définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \frac{5^{n+2}}{4^{n+1}}$, est bien une suite géométrique de raison $q = \frac{5}{4}$
- 5) Dans le plan affine muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, si G est le barycentre du système $\{(A; 5); (B; -2)\}$, l'expression de $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ est $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$
- 6) La forme trigonométrique du nombre complexe z tel que $z = 3e^{i\frac{\pi}{3}}$ est $z = 3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$
- 7) On choisit successivement, sans remise et au hasard trois élèves d'une classe constituée de 14 filles et de 8 garçons. La probabilité pour que les 3 élèves choisis soient des filles est $p = \frac{13}{55} \approx 0,236$
- 8) Soit A et B deux évènements d'un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$. Si $p_B(A) = 0,24$ et $p(B) = 0,4$, on a alors $p(A \cap B) = 0,096$
- 9) Dans une série statistique à deux variables x et y , la droite de régression de y en x est de la forme $y = ax + b$, avec $a = \frac{\text{cov}(x; y)}{v(x)}$
- 10) Dans une série bivariable, si le coefficient de corrélation linéaire entre les deux variables vaut ± 1 , la corrélation entre elles est alors forte

PARTIE B.-Traiter trois (3) des cinq (5) exercices. (60 pts)

1. Un artisan fabrique pendant un intervalle de temps une quantité x d'un certain objet. Les charges de l'artisan pour fabriquer ces x objets sont données en gourdes par : $C(x) = x^2 - 20x + 400$ (avec $x > 0$).
- 1) Déterminer le montant en gourdes de la fabrication de 500 de ces objets.

2) Les charges moyennes notées $C_m(x)$ sont définies par $C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$.

- a) Déterminer $C_m(x)$, puis la dérivée C'_m de C_m .
- b) Vérifier que $C'_m(x) = \frac{(x-20)(x+20)}{x^2}$
- c) Étudier le signe de $C'_m(x)$ et dresser le tableau de variations de C_m .

2. Soit (V_n) une suite réelle définie par :

$$V_0 = 3 \text{ et } V_{n+1} = \frac{5}{3}V_n + \frac{4}{3}.$$

On pose $U_n = V_n - 2, \forall n \in \mathbb{N}$

- a) Calculer V_1 et V_2
- b) Démontrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- c) Exprimer U_n en fonction de n , puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
- d) Déterminer la somme $S_{10} = U_0 + U_1 + \dots + U_{10}$.

3. Dans le plan complexe, on considère l'équation

$$(E) : z^3 - (6 + i)z^2 + az - 13i = 0$$

- a) Déterminer a pour que i soit une solution de cette équation.
- b) Déterminer le polynôme $Q(z)$ tel que : $z^3 - (6 + i)z^2 + az - 13i = (z - i)Q(z)$
- c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) .
- d) Les racines z_1, z_2 et z_3 de cette équation sont les affixes respectives des points M, N et P . Déterminer l'affixe du barycentre G des points M, N et P affectés des coefficients respectifs 2, 1 et -1.

4. On tire au hasard et simultanément 5 boules dans une boîte contenant 15 boules dont 5 noires, 5 jaunes et 5 rouges.

- 1) Calculer la probabilité qu'exactly 2 des 5 boules tirées soient noires.
- 2) Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de boules noires tirées.
- a) Déterminer la loi de probabilité de X .
- b) Calculer la variance de X .
- c) Déterminer la fonction de répartition F de X .

5. On donne la série statistique double suivante :

x_i	15	40	70	90	100	110
y_i	12	15	19	25	28	30

- a) Calculer les coordonnées du point moyen du nuage de points de cette série.
- b) Calculer la covariance entre les variables x et y .

- c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de cette série, puis interpréter le résultat.
- d) Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x , par la méthode des moindres carrés.