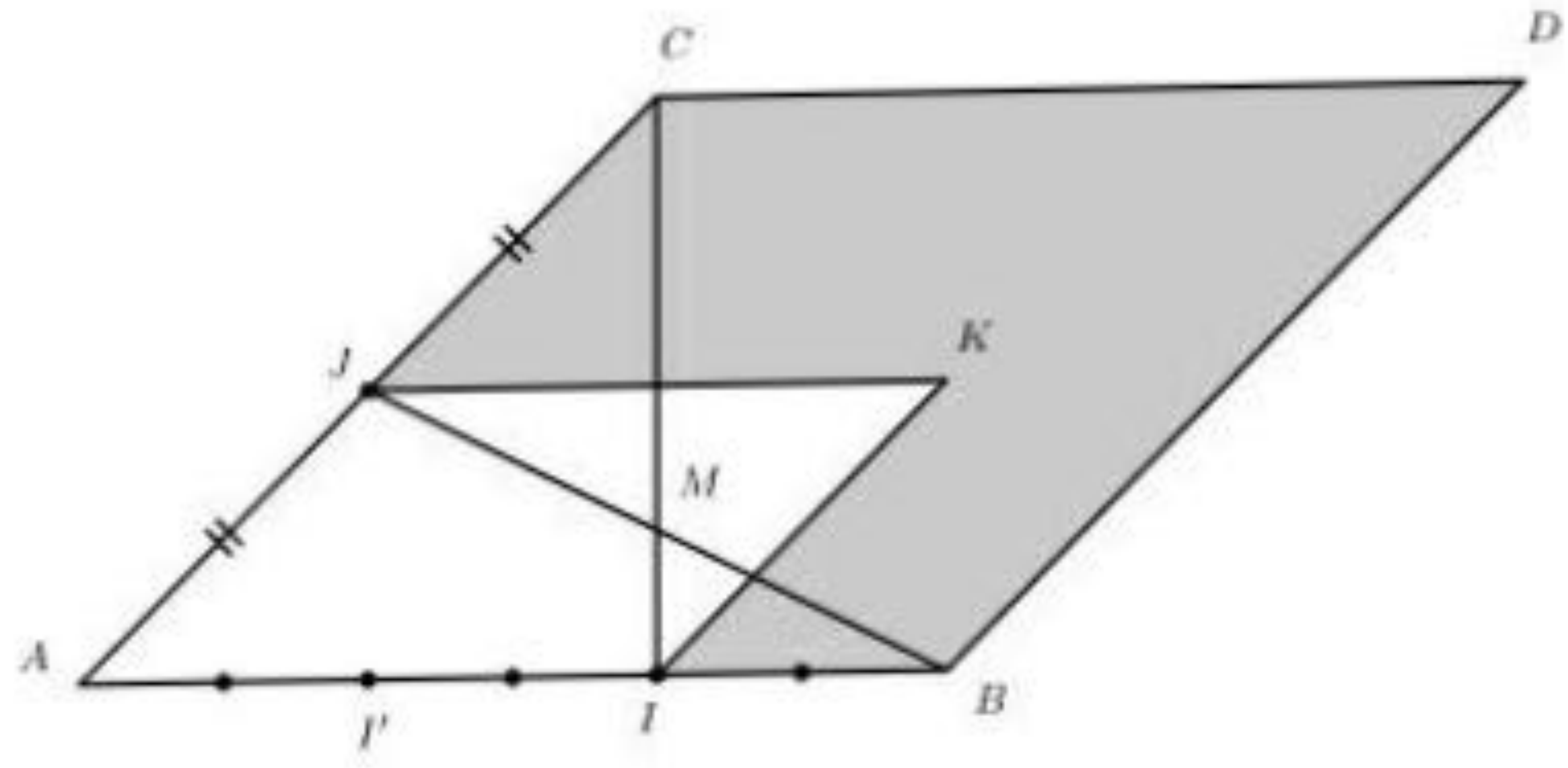
Année scolaire 2018-2019 **Classe : Terminale E** **Durée : 2 heures**

DEVOIR SURVEILLÉ N^o4 DE MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1

Dans la figure ci-contre $ABDC$ et $AIKJ$ sont deux parallélogrammes.
J est le milieu de $[AC]$ et M le point d'intersection de (CI) et (BJ).



1. Écrire K comme barycentre des points A, B et C.
2. Justifier que le point M est le barycentre des points pondérés $(A,1)$, $(B,2)$, $(C,1)$.
3. Démontrer que les droites (BJ), (CI) et (DK) sont concourantes en M.
4. Démontrer que les points I', M, K et D sont alignés.
5. Construire, en le justifiant, le centre d'inertie de la plaque homogène grise.

EXERCICE 2

Énoncer, avec précision, les théorèmes suivants :

1. le théorème des valeurs intermédiaires.
2. la propriété de la bijection réciproque d'une fonction continue et monotone.
3. la propriété de la dérivée de la bijection réciproque.

EXERCICE 3

On considère l'application $f : [-1;1] \longrightarrow \mathbb{R}$, définie par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{x} & si \quad x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

1. Étudier la continuité de f en 0.
2. Étudier la dérivabilité de f à droite en -1 et à gauche en 1. Interpréter les résultats.
3. Étudier la dérivabilité de f en 0.
4. Déterminer l'ensemble de dérivabilité de f puis sa dérivée f'.
5. Justifier que f réalise une bijection de $[-1;1]$ vers un intervalle que l'on déterminera.
6. On note f^{-1} la bijection réciproque de f.
   a) Déterminer l'ensemble de dérivabilité de f^{-1}.
   b) Justifier que f^{-1} est dérivable en 0 et calculer $(f^{-1})'(0)$.

EXERCICE 4

Considérons la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \cos x \sin 2x - 2\sin x$.

1. a) Étudier la parité de g.
   b) Justifier que g est périodique de période 2π.
2. a) Justifier que l'ensemble d'étude de la fonction g peut se restreindre à l'intervalle $[0;\pi]$.
   b) Expliquer comment obtenir la courbe de g à partir de sa courbe sur l'intervalle $[0;\pi]$.
3. Justifier que g est dérivable sur $[0;\pi]$ puis démontrer que pour $x \in [0;\pi]$, on a : $g'(x) = -6\cos x \sin^2 x$.
4. Étudier le signe de g' sur $[0;\pi]$ puis en déduire les variations de g.
5. Dresser le tableau de variation de g.
6. a) Justifier que la courbe de g admet un point d'inflexion au point d'abscisse 0.
   b) Représenter graphiquement g sur l'intervalle $[-2\pi;2\pi]$ dans un repère orthogonal (O,I,J).
   Unités graphiques : 4 cm pour π en abscisses et 4 cm pour 1 en ordonnées.