

EXERCICE 2 (8 points)

$ABCD$ est un quadrilatère quelconque du plan tel que $AB = a$ et $AC = 3a$ ($a > 0$). I et J sont les milieux respectifs de $[AC]$ et $[BD]$.

Soit $K = \text{bar} \begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 1 & 2 \end{array}$ et L le point tel que $\vec{CL} = \frac{2}{3}\vec{CD}$.

1. a) Déterminer puis construire le point K .
b) Exprimer le point L comme barycentre des points C et D .

2. Soit $G = \text{bar} \begin{array}{c|c|c|c} A & B & C & D \\ \hline 1 & 2 & 1 & 2 \end{array}$.

Justifier que le point G est l'intersection des droites (KL) et (IJ) .

3. Notons (Γ) l'ensemble des points M du plan vérifiant : $\|\vec{MA} + 2\vec{MB}\| = \|\vec{MC} + 2\vec{MD}\|$.
a) Déterminer la nature de (Γ) .
b) Construire (Γ) .
4. Soit $(\mathcal{C})$ l'ensemble des points M du plan vérifiant : $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC} + 2\vec{MD}\| = \|2\vec{MA} - 2\vec{MB}\|$.
a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $(\mathcal{C})$.
b) Construire $(\mathcal{C})$.

5. Soit $H = \text{bar} \begin{array}{c|c|c} A & B & C \\ \hline -1 & 1 & 1 \end{array}$.

- a) Justifier que $ABHC$ est un parallélogramme.
- b) Justifier que, pour tout point M du plan, $-2MA^2 + MB^2 + MC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\vec{AM} \cdot \vec{AH}$.
- c) En déduire la nature et la construction de l'ensemble (Δ) , des points M du plan vérifiant : $-2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 10a^2$.

EXERCICE 3 (4 points)

Liz est ingénieur mécanicienne dans un laboratoire spécialisée dans la conception de moteurs d'avions de ligne. La figure de cet exercice, représente une pièce métallique homogène sans laquelle le moteur ne peut fonctionner. Cette pièce doit être insérée dans le moteur exactement à son point de parfait équilibre. Étant le ou la stagiaire de Liz, elle vous demande de repérer, sur la pièce, la position exacte de ce point d'équilibre. Justifier votre construction à l'aide de vos connaissances mathématiques.

EXERCICE 4 (3 points)

A , B , C , et D sont quatre points non coplanaires de l'espace. On ne vous demande pas de faire une figure. E est le barycentre des points pondérés $(A, -1)$, $(B, 2)$ et $(C, -3)$; F est le milieu du segment $[ED]$; G est tel que $3\vec{GD} = \vec{AD}$ et H est le barycentre des points pondérés $(B, 2)$ et $(C, -3)$.

1. Justifier que les points F , G et H sont alignés.
2. Justifier que les points F , G , B et C sont coplanaires.