BACCALAURÉAT BLANC **Durée : 4H**
SESSION 2025 **Coefficient : 5**

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3 et 3 sur 3.
Chaque candidat utilisera (2) deux feuilles de papier millimétré.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chaque **affirmation** consignée dans le tableau ci-dessous, suivi de **Vrai** si l'affirmation est vraie ou de **Faux** si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1.	Soient f une fonction dérivable sur un intervalle K, a et b deux éléments de K tels que $a < b$. S'il existe un nombre réel M tel que $\forall x \in [\ a\ ;\ b\ ],\ \mid f'(x) \mid \leq M$, alors $-M(b-a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b-a)$.
2.	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O,\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$, si $(\mathcal{P})$ est le plan d'équation cartésienne : $2x + 3y + 4z - 8 = 0$, alors un vecteur normal à $(\mathcal{P})$ est : $\vec{n}(2\ ;\ 3\ ;\ 4)$.
3.	Soient A et B deux points distincts du plan. La composée de $r_{\left(A\ ;\ \frac{\pi}{3}\right)} \circ t_{\overrightarrow{AB}}$ est une rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$.
4.	Soit n un entier naturel non nul et $a,\ b,\ c$ trois entiers relatifs ($a \neq 0$). Si $ab \equiv ac\ [n]$ alors $b \equiv c\ [n]$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des **énoncés incomplets** du tableau ci-dessous, trois **réponses A**, **B** et **C** sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.
Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre de la réponse qui donne l'énoncé juste.

N°	Énoncés incomplets		
1.	Le plan est muni du repère orthonormé $(0,\ \mathrm{I},\ \mathrm{J})$. Si $(\mathcal{H})$ est une hyperbole dont un sommet est le point $S(3\ ;\ 0)$ et un foyer le point $F(5\ ;\ 0)$ alors $(\mathcal{H})$ a pour équation réduite …	**Réponse A**	$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.
		Réponse B	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.
		Réponse C	$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.
2.	L'ensemble de définition de la fonction g définie par : $g(x) = ln\,[\,ln\left(-\frac{1}{x}\right)]$ est …	**Réponse A**	$]-\infty\ ;\ 0\ [\ \setminus \{-1\}$.
		Réponse B	$]-1\ ;\ 0\ [$.
		Réponse C	$]-\infty\ ;\ 0\ [$.

<table>
<tr><td rowspan="3">3.</td><td rowspan="3">Une primitive sur $\left[0\,;\,\frac{\pi}{4}\right]$ de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{-\sin x}{\cos x}$ est la fonction F : …</td><td>Réponse A</td><td>$x \mapsto \ln|\sin x|$.</td></tr>
<tr><td>Réponse B</td><td>$x \mapsto \ln|\cos x|$.</td></tr>
<tr><td>Réponse C</td><td>$x \mapsto -\ln|\cos x|$.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4.</td><td rowspan="3">Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, la droite $(\mathcal{D})$ passant par les points $E(1\,;\,1\,;\,0)$ et $G(-1\,;\,0\,;\,4)$ a pour représentation paramétrique …</td><td>Réponse A</td><td>$\begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 4\lambda \end{cases}$; $\lambda \in \mathbb{R}$.</td></tr>
<tr><td>Réponse B</td><td>$\begin{cases} x = -1 + \mu \\ y = 1 - 2\mu \\ z = 1 + 2\mu \end{cases}$; $\mu \in \mathbb{R}$.</td></tr>
<tr><td>Réponse C</td><td>$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = -t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$; $t \in \mathbb{R}$.</td></tr>
</table>

EXERCICE 3 (3 points)

On désigne par x et y deux entiers naturels non nuls tels que $x < y$. Soit S l'ensemble des couples (x, y) tels que PGCD$(x, y) = y - x$.

1) a) Détermine PGCD(363 , 484).

b) Justifie que le couple (363 , 484) est un élément de S.

2) a) Démontre que pour tout entier naturel n non nul, n et $n+1$ sont premiers entre eux.

b) Déduis que le couple $(n, n+1)$ est élément de S.

3) a) Démontre que le couple (x, y) d'entiers naturels non nuls tels que $x < y$ appartient à S, si et seulement si, il existe un entier naturel k non nul tel que : $x = k(y - x)$ et $y = (k+1)(y - x)$.

b) Déduis que pour tout couple (x, y) de S, PPCM$(x, y) = k(k+1)(y - x)$.

EXERCICE 4 (3,5 points)

I. On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme P tel que : $P(z) = z^3 + 4(1 - i)z^2 - 2(2 + 7i)z - 8(2 - i)$.

1) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 4iz - 2(2 - i) = 0$.

2) Justifie que : $P(z) = (z + 4)[z^2 - 4iz - 2(2 - i)]$.

3) Déduis les solutions de l'équation : $P(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$.

II. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. A, B et C désignent les points d'affixes respectives $-1 + 3i$; $1 + i$ et -4.

1) a) Place les points A, B et C dans le plan.

b) Démontre que le triangle ABC est rectangle en A.

2) Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B, 1)$ et $(C, -1)$.

a) Démontre que G a pour affixe $4 + 4i$.

b) Détermine l'ensemble (Ω) des points M du plan tels que : $MA^2 + MB^2 - MC^2 = -18$.

c) Construis (Ω).

d) Détermine l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que : $\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right) . \overrightarrow{BC} = 0$.

e) Construis (Γ).

EXERCICE 5 **(4,5 points)**

Soit n un entier naturel et f_n la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f_n(x) = \frac{e^x}{e^{nx}(1+e^x)}$.

On désigne par (C_n) la courbe représentative de f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé (0, I, J).
L'unité graphique est 10 cm.

<u>Partie A</u>

On s'intéresse dans cette partie aux fonctions f_0 et f_1 respectivement pour $n = 0$ et pour $n = 1$.

1) a) Calcule la limite de f_0 en $-\infty$.
b) Calcule la limite de f_0 en $+\infty$.
c) Donne une interprétation graphique de chacun des résultats obtenus en **1) a)** et **1) b)**.

2) Démontre que le point $\Delta(0\,;\,\frac{1}{2})$ est un centre de symétrie pour (C_0).

3) a) Calcule la dérivée de f_0.
b) Détermine le sens de variation de f_0.
c) Dresse le tableau de variation de f_0.

4) a) Démontre que les courbes (C_0) et (C_1) sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = \frac{1}{2}$.
b) Trace (C_0) et (C_1) dans le même repère.

<u>Partie B</u>

1) Pour $n \geq 2$, on admet que la fonction f_n est dérivable sur $\mathbb{R}$ et note f_n' sa dérivée.
a) Calcule la limite de f_n en $-\infty$.
b) Calcule la limite de f_n en $+\infty$.

2) a) Démontre que : $\forall\, x \in \mathbb{R},\ f_n'(x) = \frac{1-n-ne^x}{(1+e^x)^2\, e^{(n-1)x}}$.
b) Justifie que f_n est strictement décroissante.
c) Dresse le tableau de variation de f_n.

EXERCICE 6 **(5 points)**

Une entreprise achète un véhicule à un coût de $30.000.000\ F\ CFA$.
Ce véhicule se déprécie de 20% par an ; c'est-à-dire que son prix de revente baisse de 20% par an, tandis que, les prix des véhicules neufs de ce type augmentent de 3% par an .

Dans un souci d'efficacité et de motivation du personnel, l'entreprise prévoit remplacer ce véhicule dans cinq ans en le revendant à un employé si la différence du prix d'achat du nouveau véhicule et le prix de revente de l'ancien véhicule n'excède pas $25.000.000\ F\ CFA$.

Ton père est employé dans cette société et envisage acquérir ce véhicule au bout de cinq ans si son prix n'excède pas les $10.000.000\ F\ CFA$.

N'étant pas qualifié pour faire ces types de calculs, il te sollicite pour savoir s'il pourra l'acheter .
En utilisant tes connaissances mathématiques, donne-lui une réponse argumentée .