Jeudi 17 novembre 2016

Term S

Interrogation de Spécialité Mathématiques (55 min.)

Exercice 1 *(5 points)*

Dans une division euclidienne :

- Si on augmente le dividende de 12 et le diviseur de 1, alors le quotient augmente de 2 et le reste demeure inchangé.
- Si on diminue le dividende de 10 et le diviseur de 1, alors le quotient diminue de 3 et le reste demeure inchangé.

Déterminer le dividende, le diviseur, le quotient et le reste de cette division euclidienne.

Exercice 2 *(3 points)*

Soit m et n deux entiers naturels.

- Le reste de la division euclidienne de m par 11 est 9
- Le reste de la division euclidienne de n par 11 est 7.

Déterminer le reste de la division euclidienne de a, b et c par 11, où :

$a = m + n$, $b = m \times n$ et $c = m^2$.

Exercice 3 *(5 points)*

Déterminer tous les multiples de 10 qui ont exactement 40 diviseurs positifs et dont le carré possède exactement 135 diviseurs positifs.

Exercice 4 *(7 points)*

Pour tout entier naturel n, on note : $u_n = 3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$.

1°) Démontrer que pour tout entier naturel n, u_n est divisible par 17, en utilisant une démonstration par récurrence.

2°) Démontrer que pour tout entier naturel n, u_n est divisible par 17, en utilisant des congruences.

Lycée Classique D'Abidjan	DEVOIR SURVEILLE Tle C 4	Année scolaire 2015-2016
28 AVRIL2016	MATHEMATIQUES	Durée : 2h 00

EXERCICE

On lance un dé tétraédrique dont les quatre faces portent les nombres 1, 2, 3 et 4.
On lit le nombre sur la face cachée.
Pour $k \in \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$, on note p_k la probabilité d'obtenir le nombre k sur la face cachée.
Le dé est déséquilibré de telle sorte que les nombres p_1, p_2, p_3 et p_4 dans cet ordre, forment une progression arithmétique.

1. Sachant que $p_4 = 0{,}4$ démontrer que $p_1 = 0{,}1$. $p_2 = 0{,}2$ et $p_3 = 0{,}3$.
2. On lance le dé trois fois de suite. On suppose que les lancers sont deux à deux indépendants.
   a. Quelle est la probabilité d'obtenir dans l ordre les nombres 1, 2, 4 ?
   b. Quelle est la probabilité d'obtenir trois nombres distincts rangés dans l'ordre croissant ?
3. On lance 10 fois de suite le dé. On suppose les lancers deux à deux indépendants. On note X la variable aléatoire qui décompte le nombre de fois où le chiffre 4 est obtenu.
   a. Pour $1 \leqslant i \leqslant 10$, exprimer en fonction de i la probabilité de l'événement $(X = i)$.
   b. Calculer l'espérance mathématique de X. Interpréter le résultat obtenu.
   c. Calculer la probabilité de l'événement $(X \geqslant 1)$. On donnera une valeur arrondie au millième.
4. Soit n un entier naturel non nul. On lance n fois le dé, les lancers étant encore supposés indépendants deux à deux.
   On note U_n la probabilité d'obtenir pour la première fois le nombre 4 au n-ième lancer.
   a. Montrer que (U_n) est une suite géométrique et qu'elle est convergente.
   b. Calculer $S_n = \sum_{i=1}^{n} U_i$ puis étudier la convergence de la suite (S_n).
   c. Déterminer le plus petit entier n tel que $S_n > 0{,}999$.

PROBLEME

1. Pour tout réel k positif ou nul, on considère la fonction f_k définie sur R par : $f_k(x) = x + \frac{1-ke^x}{1+ke^x}$.
a. Justifier que, pour rout réel k positif ou nul, la fonction f_k est solution de l'équation différentielle :(E) : $2y' = (y - x)^2 + 1$.
b. En déduire le sens de variations de f_k sur R.

2. On note C_k la courbe représentative de la fonction f_k dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
a-Justifier que : pour tout x réel, on a : $f_k(x) = x - 1 + \frac{2}{1+ke^x}$ (1) et $f_k(x) = x + 1 - \frac{2ke^x}{1+ke^x}$ (2).
b-En déduire pour tout k strictement positif : la position de la courbe C_k par rapport aux droites D et D' les asymptotes obliques de la courbe C_k.

3. Cas particulier : $k = 1$.
a. Justifier que f_1 est impaire.
b. Soit la fonction F définie sur R par $F(x) = \int_0^x f_1(t)dt$. Interpréter graphiquement le réel $F(x)$ dans les deux cas : $x > 0$ et $x < 0$. Déterminer alors la parité de F à l'aide d'une interprétation graphique.
4. Déterminer les variations de F sur R.
5. En utilisant l'égalité (2), calculer explicitement $F(x)$.