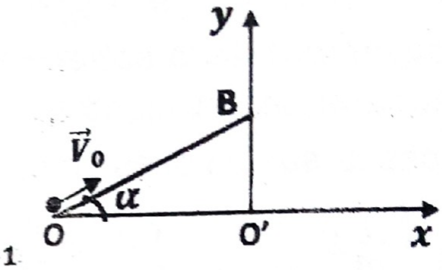
EXERCICES ET PROBLEMES PROPOSES.

Problème 1.

Un petit palet assimilablè à un point matériel de masse $m = 0,50\ kg$ est lancé vers le haut avec une vitesse initiale $V_0 = 10\ m.s^{-1}$ à partir d'un point O le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné de longueur $OB = l = 15\ m$. Ce plan fait avec l'horizontale (Ox) un angle $\alpha = 30°$ (figure).

1°) Les frottements étant d'abord négligés, à quelle distance du point O le palet s'arrêtera-t-il dans son mouvement ascendant ?



2°) En réalité, les frottements développent une force d'intensité $f = 10\ N$, en sens contraire du vecteur vitesse. Calculer la vitesse initiale de lancement V'_0 au point O, nécessaire pour que le palet parvienne en B à la vitesse $V_1 = 10\ m.s^{-1}$.

3°) Déterminer les équations paramétriques $x(t)$ et $y(t)$ de la trajectoire ultérieure du palet dans le repère $(O'x, O'y)$. On prendra l'origine des temps l'instant où le palet passe en B avec la vitesse V_1 .

4°) Calculer l'abscisse du point d'impact du palet sur le sol. On prendra $g = 10\ m.s^{-2}$.

Rép : 1°) $x = 10\ m$; $V'_0 = 29,15\ m.s^{-1}$; 3°) $\begin{cases} x = 5\sqrt{3}t \\ y = -5t^2 + 5t + 7,5 \end{cases}$;

4°) $x_C \approx 15,8\ m$.

Problème 2*.**

Du toit d'un immeuble de hauteur h = 30 m, on lance un projectile avec la vitesse V_0 = 20 m/s, le vecteur vitesse initiale $\vec{V}_0$ faisant l'angle α = 60° avec l'horizontale. Le projectile tombe jusqu'au sol. On néglige la résistance de l'air et on prend g = 10 m.s^{-2}. Déterminer :

1°) la distance horizontale d entre le point de lancement et le point d'impact sur le sol horizontal ;

2°) le temps que dure le mouvement de chute :

3°) la vitesse du projectile lorsqu'il touche le sol.

Réponses : 1°) d = 47,3 m ; 2°) t = 4,73 s ; 3°) V = 31,6 m.s^{-1}.

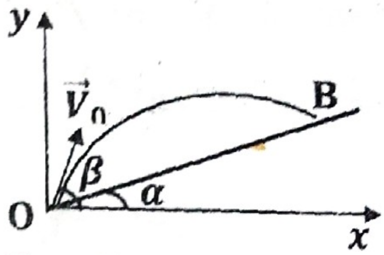
Problème 6.

Un plan incliné OA fait avec le plan horizontal un angle α. Un projectile est lancé du point O avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ faisant avec le plan horizontal un angle β. Il retombe en un point B sur le plan incliné.

Les points O et B se trouvent sur la même ligne de plus grande pente.

1°) Etablir l'équation de la trajectoire du projectile.

2°) a) Déterminer l'expression littérale de la distance $OB = l$ et montrer que cette distance peut se mettre sous la forme : $l = \dfrac{2.V_0^2 \sin(\beta-\alpha).\cos\beta}{g.cos^2}$.



b) Montrer que cette distance l est maximale pour $\beta = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\alpha}{2}$.

c) Donner l'expression de cette distance maximale et calculer sa valeur sachant que : $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$, $V_0 = 30\ m.s^{-1}$, $g = 10\ m.s^{-2}$.

3°) Partant de cette distance maximale, le projectile de masse $m = 0,50\ kg$, redescend sans vitesse initiale en suivant la ligne de plus grande pente du plan incliné où il est soumis à une force de frottement d'intensité constante $\mathbf{f} = 1,5\ \mathrm{N}$

Calculer :

a) l'accélération du mouvement **du centre d'inertie du projectile** sur le plan incliné ;

b) sa vitesse au passage en O et la durée du trajet BO.(**On donne :** $\sqrt{60} \approx 7,75$).

Rép : 1°) $y = -\dfrac{g}{2.V_0^2.cos^2\beta}x^2 + x\tan\beta$;

2°) a) $l = \dfrac{2.V_0^2.cos^2\beta.(\cos\alpha.\tan\beta - \sin\alpha)}{g.cos^2\alpha} = \dfrac{2.V_0^2 \sin(\beta-\alpha).\cos\beta}{g.cos^2\alpha}$;

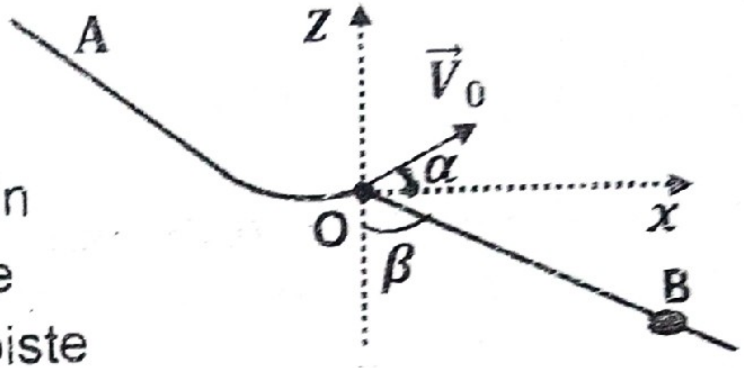
b) $\beta = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\alpha}{2}$; **c)** $l_{max} = \dfrac{2.V_0^2.cos^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)}{g.cos^2\alpha} = 60\ m$;

Problème 17.

Un skieur de masse m = 80 kg s'élance sur une piste d'appel et parvient à l'extrémité O du tremplin incliné, faisant un angle α avec l'horizontale, avec une vitesse de 72 km/h. **On néglige la résistance de l'air et on prendra** $g = 10\ m.s^{-2}$.

1°) Ecrire l'équation de la trajectoire du skieur au-delà du point O.

2°) La piste de réception fait avec la verticale descendante un angle $\beta = 45°$.



Déterminer la longueur $l = OB$ du saut mesurée sur la piste de réception pour $\alpha = 10°$.

3°) Quelle inclinaison α faut-il donner au tremplin pour obtenir le saut le plus long pour une vitesse V_0 donnée du skieur et une inclinaison β de la piste de réception ? Calculer alors la longueur $l = OB$ du saut correspondant. Calculer cette longueur maximale pour $V_0 = 72\ km/h$ et $\beta = 45°$.

Réponses : 1°) $z = -\dfrac{g}{2.V_0^2.cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$;

2°) $l = \dfrac{2.V_0^2.cos^2\alpha.(\mathrm{co}tan\beta + \tan\alpha)}{g\sin\beta} = 129\ m$;

3°) $\alpha = \dfrac{\beta}{2} = 22,5°$; $l_{max} = 136,6\ m$.