TERMINALE CDE
PHYSIQUE CHIMIE

CÔTE D'IVOIRE
ÉCOLE NUMÉRIQUE

Leçon 13(TCE) Leçon 11(TD)

CIRCUIT RLC SERIE EN REGIME SINUSOIDAL FORCE

Situation d'apprentissage

Dans la cour du Collège Blon de Man, deux élèves de la Terminale D_1 échangent sur quelques composés électroniques vus dans les classes antérieures. L'un soutient qu'il est impossible d'étudier en courant sinusoïdal, l'association en série d'un résistor, d'un condensateur et d'une bobine, mais seulement en courant continu. L'autre soutient le contraire.

Afin de s'accorder et de comprendre le comportement du dipôle RLC série en régime sinusoïdal forcé, ils entreprennent avec leurs camarades sous la conduite de leur Professeur de Physique-Chimique de déterminer les caractéristiques du courant alternatif, de construire le diagramme de FRESNEL et d'établir les expressions de l'impédance Z et de la phase.

Contenu de la leçon

1.COURANT ALTERNATIF SINUSOÏDAL

1.1-Définition

C'est un courant dont l'intensité est une fonction sinusoïdale du temps.

1.2. Expressions du courant et de la tension alternatifs

Intensité du courant alternatif : $\mathbf{i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)}$ **;**

Tension alternative sinusoïdale : $\mathbf{u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)}$ avec

- I_m amplitude ou valeur maximale de i(t) en ampères (A)
- U_m : amplitude ou valeur maximale de u(t) en volts (V) ;
- ω : pulsation (rad/s);
- $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$ où N est la fréquence et T la période ;
- φ : phase à l'origine (rad) ;
- $\omega t + \varphi$: phase à l'instant t (rad).

1.3.Valeurs efficaces

L'intensité efficace I ou I_{eff} d'un courant périodique i, est l'intensité du courant continu qui dissiperait, par effet joule la même énergie, dans le même conducteur ohmique, pendant une période.

$$\mathbf{I = I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}} \qquad\qquad \mathbf{U = U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}}$$

Remarque :

- *Les valeurs efficaces I et U sont mesurées respectivement à l'aide d'un ampèremètre et d'un voltmètre ou d'un multimètre.*
- *La valeur maximale d'une tension peut être mesurée à l'aide d'un oscilloscope.*

Activité d'application1

Soit la tension $u_{AB} = 311\cos(314{,}2t - \frac{\pi}{2})$ avec u_{AB} en volts et t en secondes.

1. Donne la valeur maximale, la pulsation et la phase à l'origine de la tension u_{AB}.

2. Calcule la valeur efficace, la période et la fréquence de cette tension.

Résolution :

1. *La valeur maximale : $U_m = 311V$* *La pulsation : $\omega = 314{,}2$ rad/s* *La phase à l'origine : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ rad*	***2***. *La valeur efficace U_{eff}* *$U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$; $U_{eff} = 220V$* *La période T :* *$T = \frac{2\pi}{\omega}$; $T = 0{,}02$ s*	*La fréquence N* *$N = \frac{1}{T}$; $N = 50$ Hz*

2.ETUDE EXPERIMENTALE D'UN CIRCUIT RLC SERIE

2.1. Détermination expérimentale de l'impédance d'un dipôle

2.1.1 Expérience

Schéma

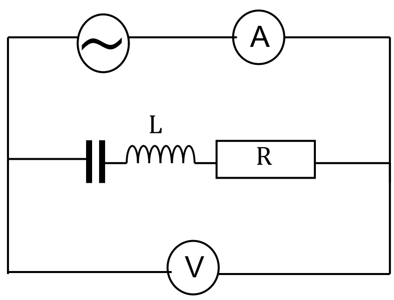
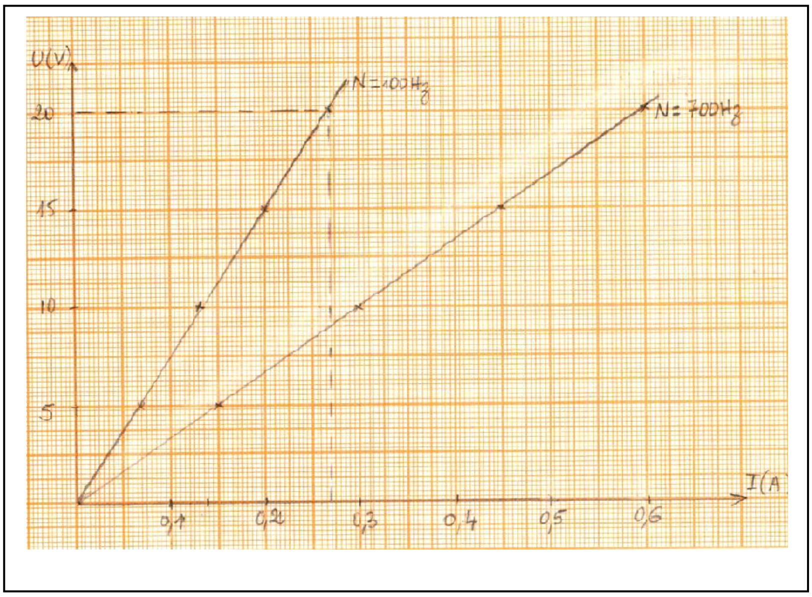


Tableau de mesures

N(Hz)	U(V)	5	10	15	20
100	I(A)	0,07	0,13	0,20	0,27
700	I(A)	0,15	0,30	0,45	0,60

2.1.2 <u>Exploitation</u>

_Graphes U = f(I)



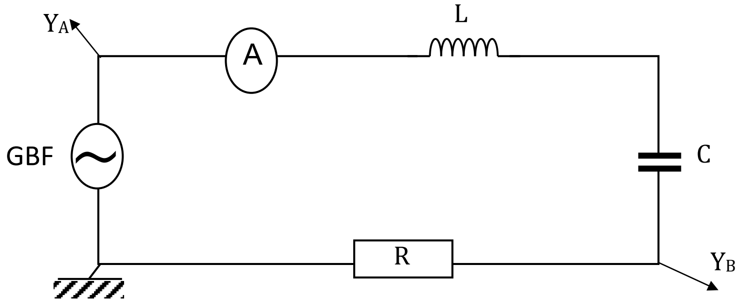
Pour chaque fréquence on obtient une droite qui passe par l'origine des axes. La tension efficace est donc proportionnelle à l'intensité efficace I. Le coefficient de proportionnalité noté Z est appelé l'impédance du circuit RLC.

Donc $\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{I}}$ (en ohm ($\boldsymbol{\Omega}$))

2.2. Visualisation à l'oscilloscope

2.2.1 Expérience

Schéma du montage

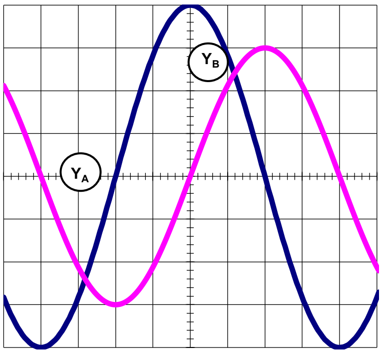


Y_A : tension u aux bornes du GBF ;

Y_B : tension aux bornes du conducteur ohmique R ; U_R = Ri.

L'oscilloscope permet de visualiser les variations de la tension u aux bornes du circuit RLC et les variations au facteur R près de l'intensité *i* du courant qui le traverse.

Réglages : Y_A : 2V/div   et Y_B : 1 V/div



2.2.2 Exploitation et conclusion

- u(t) et i(t) sont des fonctions sinusoïdales de même période mais décalée l'une par rapport à l'autre.
- Le circuit RLC est le siège d'oscillations forcées car le générateur impose une fréquence différente de la fréquence propre des oscillations du circuit. On peut donc écrire :

  i(t) = I_m cos(ωt) et u(t) = U_m cos (ωt +φ) ou

  u(t) = U_m cos (ωt) et i(t) = I_m cos(ωt- φ)

Exemple : Dans le cas ci-dessus, i(t) atteint en premier son maximum : on dit qu'elle est en avance sur u(t) donc $\varphi < 0$

2.2.3. Détermination graphique de φ

La phase φ de u(t) par rapport à i(t) est donnée par la relation : $|\boldsymbol{\varphi_{u/i}}| = \frac{\mathbf{2\,\pi\,\tau}}{\mathbf{T}}$ avec τ : décalage horaire entre u et i.

Exemple : T $\Leftrightarrow$ 8 div et $\tau \Leftrightarrow$ 2 div d'où $|\varphi_{u/i}| = \frac{\pi}{2}\ rad$ $\quad \varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{2}\ rad$

Activité d'application 2

Un générateur maintient entre ses bornes une tension dont la valeur instantanée est donnée (en volts) par l'expression : u = 15cos(314t + 0,5)

L'intensité instantanée dans le circuit est alors (en mA) : i = 40cos(ωt)

1. Donne la valeur de ω.

2. Calcule l'impédance du circuit.

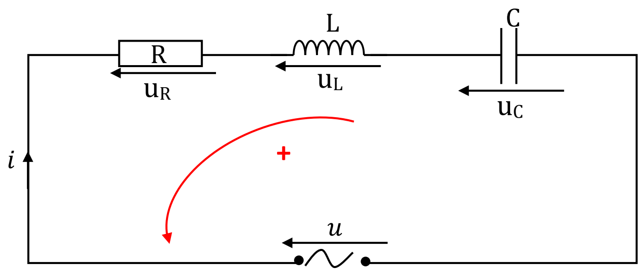
3. Donne la phase de la tension par rapport à l'intensité.

corrigé

1. ω = 314 rad.s^{-1} .2. Z = $\frac{U_m}{I_m}$; Z = 375 Ω .3. φ = - 0.5 rad.

3. ETUDE THEORIQUE D'UN DIPOLE R L C EN REGIME SINUSOÏDAL

3.1 Equation différentielle



D'après la loi des mailles, on a : $u = u_R + u_L + u_C$

$u = u_R + u_L + u_C u = R\,i + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}$ donc $u\,(t) = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt$

En posant $i = I_m \cos\omega t$, $u = U_m\cos(\omega t + \varphi)$

Soit $\mathbf{u\,(t) = RI\cos\omega t + L\omega I\cos\,(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{C\omega}\cos\,(\omega t - \frac{\pi}{2})}$

3.2- Construction de Fresnel

3.2.1 Vecteur de Fresnel

À toute grandeur sinusoïdale x (t) = X_m cos(ωt + φ) est associé un vecteur de Fresnel $\vec{x}$ dont les caractéristiques sont les suivantes à la date t = 0 :

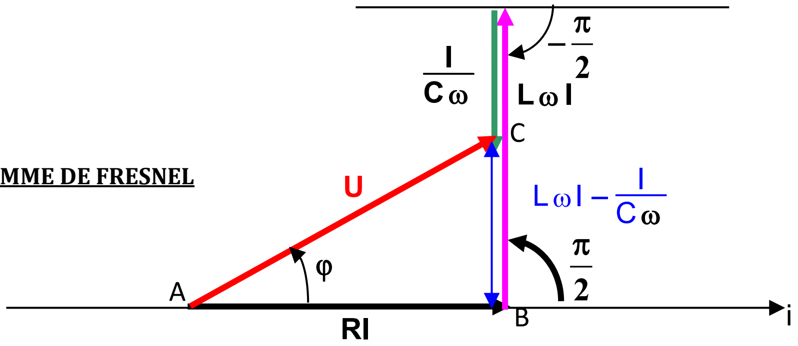
$$\vec{x}\begin{cases} Norme :\ X_m \\ Phase\ à\ l'origine :\ \varphi \\ Direction : inclinée\ de\ \varphi\ par\ rapport\ à\ l'origine\ des\ phases \end{cases}$$

3.2.2 Construction de Fresnel

$u_R = RI\cos\omega t$	$\vec{V}_1\begin{cases}\lVert\vec{V}_1\rVert = RI \\ (\vec{\imath},\vec{V}_1) = 0°\end{cases}$
$u_L = L\omega I\cos\,(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$\vec{V}_2\begin{cases}\lVert\vec{V}_2\rVert = L\omega I \\ (\vec{\imath},\vec{V}_2) = \frac{\pi}{2}\end{cases}$
$U_C = \frac{I_m}{C\omega}\cos\,(\omega t - \frac{\pi}{2})$	$\vec{V}_3\begin{cases}\lVert\vec{V}_3\rVert = \frac{I}{C\omega} \\ (\vec{\imath},\vec{V}_3) = -\frac{\pi}{2}\end{cases}$
$U = U_m\cos\,(\omega t + \varphi)$	$\vec{V}\begin{cases}\lVert\vec{V}\rVert = U_m \\ (\vec{\imath},\vec{V}) = \varphi\end{cases}$

Remarque : *On prendra comme origine des phases pour tout circuit RLC l'axe des intensités.*

DIAGRAMME DE FRESNEL



3.3 Détermination de l'impédance Z et la phase φ

3.3.1 Impédance Z

Le triangle ABC rectangle en B. Et selon le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ soit

$U^2 = R^2I^2 + [(L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 I^2] = (R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2)I^2$

$\frac{U^2}{I^2} = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2$ or $\qquad Z = \frac{U}{I} \qquad$ Donc : $\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$

Remarque : *Si la résistance interne de la bobine n'est pas négligeable alors on a :*

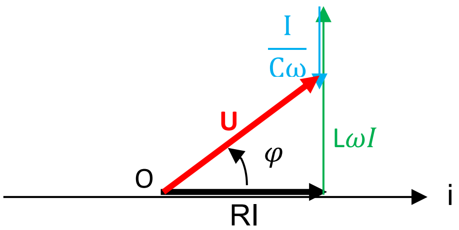
$$Z = \sqrt{(R + r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

3.3.2 Phase φ

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{c\omega}}{R} \qquad \cos\varphi = \frac{R}{Z} \qquad \text{et} \quad \sin\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{c\omega}}{Z}$$

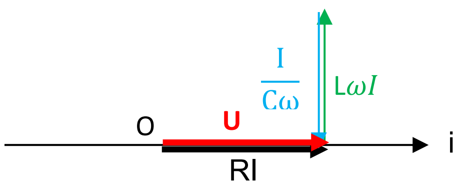
3.3.3 Nature du circuit selon le signe de φ

- Si $\varphi > 0$ c'est-à-dire $L\omega > \frac{1}{C\omega}$; u aux bornes de RLC est en avance sur i ; le circuit est inductif et le diagramme de Fresnel est :

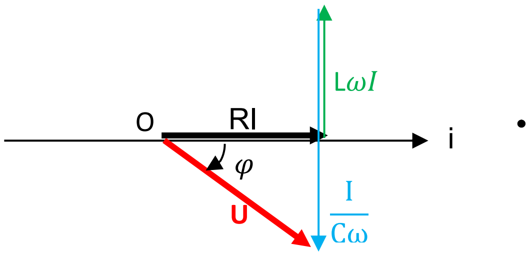


Si $\varphi = 0$ c'est-à-dire $L\omega_o = \frac{1}{C\omega_o}$; u et i sont en phase ; on dit qu'on est à la résonance

D'intensité et le circuit est dit résistif. Le diagramme de Fresnel est :



Si $\varphi < 0$ c'est-à-dire $L\omega < \frac{1}{C\omega}$;u est en retard sur i ; le circuit est dit capacitif est le diagramme de Fresnel est :



SITUATION D'EVALUATION.

Lors d'un TP, un professeur de Physique-Chimie met à la disposition d'un groupe d'élèves de Terminale D du Lycée Municipal 2 d'ATTECOUBE, un circuit électrique en série constitué d' un générateur basse fréquence (GBF) qui délivre une tension sinusoïdale d'expression u(t) = $10\sqrt{2}\cos(10^3\pi t)$,d'un conducteur ohmique de résistance R = 1000 Ω, d'un condensateur de capacité C = 2 μF , d'un ampèremètre et d'une bobine d'inductance L = 0.5 H de résistance négligeable.

1 Fais le schéma du montage

2. indique sur le schéma les branchements d'un oscilloscope pour visualiser l'allure des variations de la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique de résistance R sur la voie Y_1 et les variations de la tension u(t) aux bornes du générateur sur la voie Y_2.

3 Donne l'expression de l'impédance Z du circuit en fonction de R, C, L et ω.

4. Calcule :

4.1 la valeur de Z.

4.2 l'intensité efficace I du courant dans le circuit.

5. Détermine :

5.1 la phase $\phi_{u/i}$ de la tension u(t) par rapport à l'intensité i(t)

5.2 la nature du circuit.

6. Le professeur demande aux élèves de retrouver la nature du circuit par la construction de FRESNEL.

6.1 Détermine les tensions efficaces :

6.1.1. U_C aux bornes du condensateur ;

6.1.2. U_L aux bornes de la bobine ;

6.1.3. U_R aux bornes du conducteur ohmique .

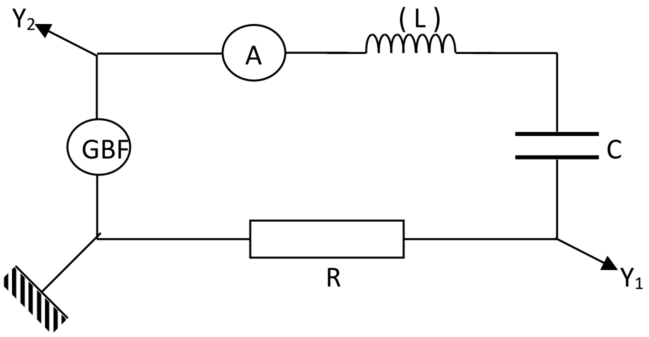
6.2 Réalise le diagramme de Fresnel des tensions efficaces de ce circuit.

Echelle : 1 cm représente 1 V.

6.3 Donne à partir de ce diagramme la nature du circuit.

RESOLUTION

1. Schéma du montage



2. voir schéma

3. Impédance : Expression

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

4.1 Valeur de Z : $Z = 1729\ \Omega$ car :

$L\omega = 1570\ \Omega$, $\frac{1}{C\omega} = 159\ \Omega$ donc $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 1411\ \Omega$

4.2 intensité du courant : $I = \frac{U}{Z}$ $A.N\ I = \frac{10}{1729} = 5{,}8.10^{-3} A = 5{,}8\ mA$

5.1 Phase de u par rapport à i :

$$tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = 1{,}411 \Rightarrow \varphi = 0{,}95\ rad$$

5.2 Le circuit est inductif car $\varphi > 0$

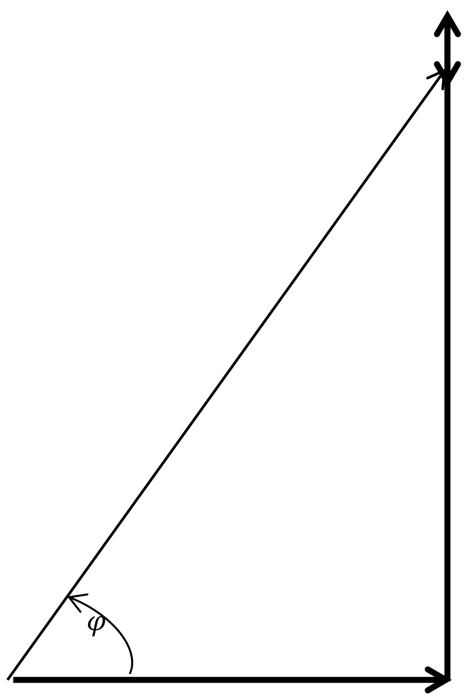
6.1.1 Uc = $\frac{I}{C\omega}$ = 0.9 V ;

6.1.2 $U_L = L\omega I$ = 9V

6.1.2. U_R = RI = 5.8 V

6.2 voir construction/ Echelle : 1 cm pour 1 V

6.3 A partir du diagramme on retrouve $\varphi > 0$ (valeur qu'on peut même mesurer.



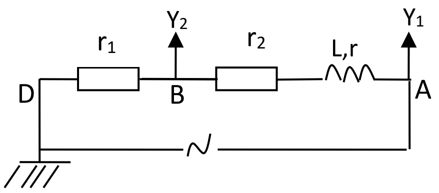
Exercice de consolidation

Sous l'autorité du professeur de Physique-Chimie, un groupe d'élèves de terminale D du lycée 2 de Man se propose de déterminer les caractéristiques d'une bobine et d'un condensateur. Pour cela, ils réalisent deux dipôles et on les alimente successivement par la même tension alternative sinusoïdale $U_{AD} = U_{ADm} \cos \omega t$.

- Le dipôle (1) comprend en série deux résistances $r_1=10\Omega$, $r_2=32\Omega$ et une bobine d'inductance L et de résistance r (figure 1).
- Le dipôle (2) comprend en série les deux résistances r_1, r_2, la bobine précédente et un condensateur de capacité C (figure 2).

Ils visualisent sur le même oscilloscope bicourbe les tensions U_{AD} (voie Y_1) et U_{BD} (voie Y_2).Les réglages de l'oscilloscope sont les suivantes :

Base des temps : $2,5.10^{-3}$ s/div; Voie Y_1 : 5V/div ; Voie Y_2 : 0,5V/div



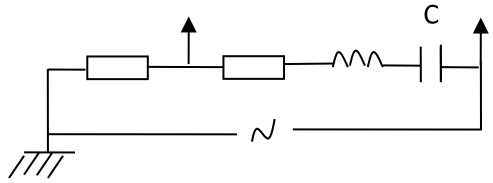


Figure1

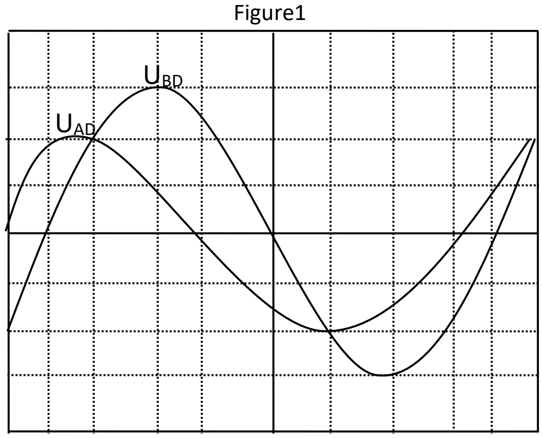
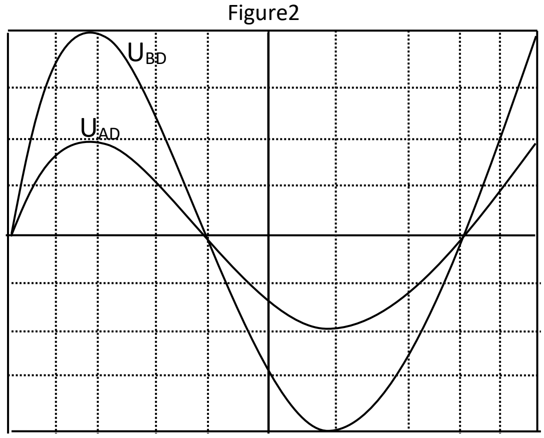


Figure2



Tu es désigné pour répondre aux questions suivantes.

1) A partir de l'oscillogramme de la figure 1, détermine :
   1.1) La période T et la pulsation ω.
   1.2) Les valeurs maximales de la tension U_{AD} et l'intensité i_{AD}.
   1.3) La phase φ de $U_{AD/iAD}$ et l'impédance totale Z_t du circuit.
   1.4) Ecris en fonction du temps les expressions de i_{AD} et de U_{AD}.
   1.5) Donne les expressions littérales de tan φ et de cos φ.
   1.6) Calcule les valeurs de L et de r
2) On considère l'oscillogramme de la figure 2.
   2.1) Trouve la nouvelle valeur de la phase φ' de U par rapport à i.
   2.2) Détermine la capacité C en supposant L = 0,15H.