C.S.M. PLATEAU
ANNEE SCOLAIRE : 2023 - 2024

Niveau : Tle D
Durée : 03 H

EXAMEN BLANC : EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 (2 points)

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x+cosx}\right)=+\infty$
2	On lance deux fois de suite un dé non pipé dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Soit X la variable aléatoire donnant le nombre d'apparition de la face numéro 6. On a : $(\Omega)=\{1;2\}$
3	Soit A et B deux événements de probabilités non nulles. On a : P (A ∩ B) = P (A) x P (B)
4	$Soit\ f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}\ \forall x\in IR; on\ a\ \forall x\in IR\ ; f'(x)=\frac{-2x}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, quatre réponses sont données dont une seule est juste. Recopie sur ta feuille le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse juste.

<table>
<tr><th>N°</th><th>AFFIRMATIONS</th><th colspan="2">REPONSES</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">Soit Ω l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire, A et B deux évènements indépendants de Ω de probabilités non nulles. Alors :</td><td>A</td><td>$P_{\bar{A}}(B)=P(B)$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$P_A(B)=P_B(A)$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$P_B(\bar{A})=P_B(A)$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td rowspan="4">Soit la loi de probabilité suivante
<table><tr><td>x_i</td><td>-200</td><td>300</td><td>800</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{2}{7}$</td><td>$\frac{4}{7}$</td><td>$\frac{1}{7}$</td></tr></table>F étant la fonction de répartition de X</td><td>A</td><td>$F(X\leq 300)=\frac{2}{7}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$F(X\leq 300)=\frac{1}{7}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$F(X\leq 300)=\frac{6}{7}$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$F(X\leq 300)=1$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3</td><td rowspan="4">Soit la loi de probabilité suivante
<table><tr><td>x_i</td><td>-200</td><td>300</td><td>800</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{2}{7}$</td><td>$\frac{4}{7}$</td><td>$\frac{1}{7}$</td></tr></table>E(X) étant l'espérance mathématique de X</td><td>A</td><td>$E(X)=800)$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$E(X)=300)$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$E(X)=\frac{1600}{7}$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$E(X)=-300$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">4</td><td rowspan="4">Soit Ω l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire, A et B deux évènements contraires de Ω de probabilités P (A) et P (B) non nulles. Alors :</td><td>A</td><td>A et B sont des évènements indépendants</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$P_A(B)=1$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$P_B(A)=0$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$P(B)=P(A)-1$</td></tr>
</table>

EXERCICE 3 (3 points)

On considère la fonction f définie sur $[-1; +\infty[$ par : $f(x) = x\sqrt{x+1}$ et on note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).

1) Étudie la dérivabilité de f en -1.
   Donne une interprétation graphique du résultat de la limite calculée.
2) Le tableau de variation de la fonction f est donné ci-dessous :

x	-1		$-\frac{2}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	$-\frac{2\sqrt{3}}{9}$	↗	$+\infty$

Soit h la restriction de f à l'intervalle $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right[$

a) Démontre que h est une bijection de $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right[$ sur un intervalle K à préciser.

b) Dresse le tableau de variation de h^{-1}, bijection réciproque de h.

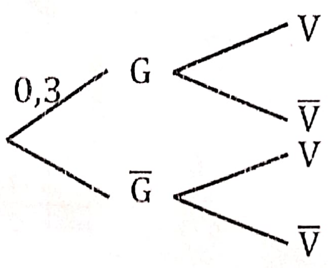
3) a) Calcule $h(3)$
   b) Justifie que h^{-1} est dérivable en 6 e calcule $(h^{-1})'(6)$.

EXERCICE 4 (4 points)

Dans le cadre de sa politique de lutte contre la COVID-19, la municipalité d'une ville a effectué une étude statistique. Cette étude montre que 15% des individus âgés de moins de 60 ans et 80% des individus âgés de plus de 60 ans ont été vaccinés contre cette pandémie. Les individus âgés de plus de 60 ans représentent 30% de la population de cette ville.

On choisit, au hasard, une personne de cette population et on considère les évènements suivants:

- G : « La personne choisie est âgée de plus de 60 ans » ;
- V : « La personne choisie est vaccinée ».



1) Recopie et complète l'arbre de probabilité ci-dessus.
2) Justifie que[1] la probabilité qu'une personne soit vaccinée est égale à 0,345.
3) La personne choisie étant vaccinée, quelle est la probabilité qu'elle soit âgée de moins de 60 ans ?
4) On choisit au hasard 10 personnes âgées de plus de 60 ans.
   Calcule la probabilité que deux exactement d'entre elles soient vaccinées.
5) On choisit, au hasard, n personnes âgées de plus de 60 ans.
   a) Quelle est la probabilité qu'aucune d'entre elles ne soit vaccinée ?
   b) Détermine la probabilité p_n que l'une au moins d'entre elles soit vaccinée.

EXERCICE 5 (5 points)

Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique : 2 cm).
Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$.
On note (C) la courbe représentative de f.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Étudier la dérivabilité de f en -1 et 1 et interpréter graphiquement les résultats.
3. Démontrer que la droite (OI) est une asymptote à (C) en $-\infty$
4. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est asymptote à (C) en $+\infty$.
c) Étudier la position de (C) par rapport à (D).
5. On admet que f est dérivable sur $]-\infty; -1[$ et sur $]1; +\infty[$.
Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
6. Tracer (C) et (D).
7. Soit h la restriction de f à $]-\infty; -1]$.
a) Justifier que h est une bijection de $]-\infty; -1]$ sur un intervalle J à déterminer.
b) Soit h^{-1} la bijection réciproque de h.
Étudier le sens de variation de h^{-1} et dresser son tableau de variation.

EXERCICE 6 (4 points)

Les élèves du club santé d'un lycée, ayant pris conscience de la pénurie de sang dans leur pays, ont organisé une séance de collecte de sang. Sur un échantillon de 18 personnes qui se sont présentées, on a noté 11 personnes du groupe A, 4 personnes du groupe B, 2 personnes du groupe O, et 1 personne du groupe AB.
Pour expliquer certaines analyses que va subir en laboratoire chaque poche de sang, le technicien en prélève simultanément 3 au hasard parmi les 18.
Le président et certains membres du club affirment qu'il y a plus de chance que les 3 poches appartiennent au même groupe sanguin qu'à 3 groupes différents. Ce que contestent d'autres membres du club.
En utilisant les outils mathématiques au programme, départage les deux groupes.

P