EXERCICE 1

Ecris sur ta copie le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	Soit g une fonction définie sur $I=]-7;2[\cup]2;10]$. Si $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=2021$ alors g est prolongeable par continuité en 2.
2	La fonction $x\mapsto\sqrt{2+x^2}$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x\mapsto\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
3	Le point d'abscisse 0 est un point d'inflexion à la courbe représentative de la fonction $f(x)=x^4$
4	La fonction $x\mapsto 2x\lvert x\rvert$ est dérivable en 0

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations ci-dessous, quatre réponses sont données dont une seule est juste.
Recopie sur ta feuille le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse juste.

<table>
<tr><th>N°</th><th>AFFIRMATIONS</th><th colspan="2">REPONSES</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">Soit Ω l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire, A et B deux évènements indépendants de Ω de probabilités non nulles. Alors :</td><td>A</td><td>$P_{\overline{A}}(B)=P(B)$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$P_A(B)=P_B(A)$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$P_B(\overline{A})=P_B(A)$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td>Soit la loi de probabilité suivante
<table>
<tr><td>x_i</td><td>-200</td><td>300</td><td>800</td></tr>
<tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{2}{7}$</td><td>$\frac{4}{7}$</td><td>$\frac{1}{7}$</td></tr>
</table>
F étant la fonction de répartition de X</td><td>A</td><td>$F(X\leq 300)=\dfrac{2}{7}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$F(X\leq 300)=\dfrac{1}{7}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$F(X\leq 300)=\dfrac{6}{7}$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$F(X\leq 300)=1$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3</td><td>Soit la loi de probabilité suivante
<table>
<tr><td>x_i</td><td>-200</td><td>300</td><td>800</td></tr>
<tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{2}{7}$</td><td>$\frac{4}{7}$</td><td>$\frac{1}{7}$</td></tr>
</table>
E(X) étant l'espérance mathématique de X</td><td>A</td><td>E(X) = 800</td></tr>
<tr><td>B</td><td>E(X) = 300</td></tr>
<tr><td>C</td><td>E(X) = $\dfrac{1600}{7}$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>E(X) = -300</td></tr>
<tr><td rowspan="4">4</td><td rowspan="4">Soit Ω l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire. A et B deux évènements contraires de Ω de probabilités P(A) et P(B) non nulles. Alors :</td><td>A</td><td>A et B sont des évènements indépendants</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$P_A(B)=1$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$P_B(A)=0$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$P(B)=P(A)-1$</td></tr>
</table>

EXERCICE 3

1) Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher, dont quatre portent le chiffre 1 et six portent le chiffre 5.
On tire simultanément deux de ces boules.
Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
A : « tirer deux boules portant chacune le chiffre 1 »
B : « tirer deux boules portant chacune le chiffre 5 »
C : « tirer deux boules portant des chiffres différents ».
2) On suppose maintenant que l'urne contient a boules le chiffre 1 et b boules portant le chiffre 5 avec $a+b=10\,(1\leq a\leq 9)$ et $(1\leq b\leq 9)$.
Soit X la variable aléatoire égale au total des points marqués sur les deux boules tirées simultanément.

a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
b) Déterminer l'espérance mathématique E(X) en fonction de a.
c) Pour quelles valeurs de a, a-t-on 6 < E(X) < 8 ?

EXERCICE 4

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$, unité graphique : 2 cm.
1. Soit le nombre complexe $z_0=1+i$.
a) Montrer que z_0 est la solution de l'équation (E) définie par $z^3-(7+i)z^2+2(8+3i)z-10(1+i)=0$
b) Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$.
2. On considère les points A, B et C, d'affixes respectives $1+i$, $3+i$ et $3-i$.
a) Calculer et écrire sous forme exponentielle $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$.
b) En déduire la nature exacte du triangle ABC.
c) Placer les points A, B et C dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ et compléter la figure au fur et à mesure.
d) Soit (Γ) le cercle circonscrit au triangle BAC. Déterminer l'affixe du centre G et le rayon r du cercle.
3. Soit (Δ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant la relation $|z-1-i|=|z-3+i|$.
a) Caractériser géométriquement l'ensemble (Δ).
b) Justifier que le point F d'affixe $4+2i$ appartient à (Δ).
c) Déterminer l'affixe du point E de (Δ) situé sur l'axe des ordonnées.
4. Quelle est la nature exacte du quadrilatère CEAF ?

PROBLEME

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{1\}$ par : $f(x)=\dfrac{x+\ln|1-x|}{1-x}$
et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

Partie A

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
En déduire les asymptotes à (C).
2. Soit f la fonction dérivée de f, calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.
En déduire le sens de variation de f.

3. Dresser le tableau de variation de f.
4. Montrer que le point $I(1,-1)$ est un centre de symétrie pour (C).
5. Tracer (C) et les asymptotes.

Partie B

Soit les fonctions u et v définie sur l'intervalle $]1;+\infty[$ par : $u(x)=\frac{-1}{1-x}$ et $v(x)=\frac{\ln(x-1)}{x-1}$
1. Déterminer une primitive de chacune des fonctions u et v sur $]1;+\infty[$.
2. Vérifier que pour tout réel $x>1; -1-f(x)=u(x)+v(x)$.
3. Calculer, en cm2, la valeur exacte de l'aire S du domaine plan compris entre (C) et les droites d'équations respectives $u=-1$, $x=2$ et $x=3$.

Partie C

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=4-e^{-U_n} \text{ pour tout } n\in\mathbb{N} \end{cases}$

1. Montrer, par récurrence, que pour tout entier naturel non nul $n, 3<U_n<4$.
2.
a) Montrer, par récurrence, que pour tout entier naturel non nul $n, U_{n+1}-U_n$ et U_n-U_{n-1} sont de même signe.
b) Etudier le sens de variation de la suite (U_n).
3. Etudier la convergence de la suite (U_n).
NB : On donne : $e^{-3}\simeq 0,05$ et $e^{-4}\simeq 0,02$

EXERCICE 5

En prévision d'un referendum pour la modification d'une constitution, un administrateur fait effectuer un sondage auprès des électeurs. Les résultats suivants lui sont communiqués par la structure commise à cet effet.

- Parmi les personnes interrogées, 45% affirme vouloir voter OUI et les autres NON.
- 15% des personnes déclarant voter OUI ne disent pas la vérité et votent en réalité NON, tandis que 20% des personnes déclarant voter NON votent en réalité OUI.

L'administrateur veut savoir le nombre minimal d'électeur à convier pour que la probabilité d'avoir au moins un votant OUI soit supérieure à 0,999.

Réponds à la préoccupation de l'administrateur.

BAC MATHÉMATIQUES
Simili 2

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indique son numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. f et g sont deux fonctions
a, b et l sont soit des nombres réels, soit $-\infty$, soit $+\infty$.
Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = b$ et $\lim\limits_{x\to b} g(x) = l$ alors

a) $\lim\limits_{x\to b}(f\circ g)(x) = -\infty$ b) $\lim\limits_{x\to a}(g\circ f)(x) = l$ c) $\lim\limits_{x\to b}(f\circ g)(x) = l$ d) $\lim\limits_{x\to a}(g\circ f)(x) = b$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}$ est égale à :

a) $-\infty$ b) 0 c) -1 d) 1

3. Soit n un entier naturel non nul.
La dérivée de la fonction $x \longmapsto (3x-1)^n$ sur $\mathbb{R}$ est :

a) $x \longmapsto (3x-1)^{n-1}$ b) $x \longmapsto 3n(3x-1)^{n-1}$ c) $x \longmapsto 3(3x-1)^{n-1}$ d) $x \longmapsto n(3x-1)^{n-1}$

4. Si pour tout nombre réel non nul x, $3-\dfrac{1}{x} < f(x) < \dfrac{1}{x}+3$, alors la limite de f en $+\infty$ est égale à :

a) 0 b) $-\infty$ c) $+\infty$. d) 3

EXERCICE 2

Ecris le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	La fonction $x \longmapsto -\sin x\cos^4 x$ a pour primitive la fonction $x \longmapsto 2+\cos^5 x$ sur $\mathbb{R}$
2	Si une fonction f admet un extremum en a, alors $f'(a) = 0$.
3	La fonction $x \longmapsto 2x-\sqrt{2x+4}$ est dérivable en -2.
4	La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \begin{cases} 3+x, \text{ si } x \leq -1 \\ x^2+x, \text{ si } x > -1 \end{cases}$ est continue en -1

EXERCICE 3

Une entreprise fabrique pendant un intervalle de temps donné une quantité x d'un certain objet. Les charges de cette entreprise pour fabriquer les x objets sont données en francs CFA par : $C(x) = x^2 - 20x + 400$, où $x > 0$.

Les charges moyennes unitaires notées $Cm(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

Le responsable de l'entreprise te demande de déterminer la quantité d'objets à fabriquer pour avoir des charges moyennes unitaires minimum.

Chaque objet est vendu à 1000 FCFA. Aide-le à déterminer le bénéfice B(x) de cette entreprise en fonction de x. Pour quelle valeur de x le bénéfice est maximal ?

EXERCICE 4

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbre qui proviennent de trois horticulteurs : 35% des plants proviennent de l'horticulteur H_1, 25% de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3.
Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des feuillus.
La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80% de conifère, alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50% et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30%.

1. Le gérant de la jardinerie choisit un arbre dan son stock.
On considère les événements suivants :
- H_1 : « L'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_1 »;
- H_2 : « L'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_2 »;
- H_3 : « L'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_3 »;
- C : « L'arbre choisi est un conifère »;
- F : « L'arbre choisi est un feuillu ».

a) Construis un arbre pondéré traduisant la situation.
b) Calcule la probabilité pour que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3.
c) Justifie que la probabilité de l'événement C est égale à 0,525.
c) L'arbre choisi est un conifère. Détermine la probabilité qu'il l'ait acheté chez l'horticulteur H_1.
(On arrondira le résultat à 10^{-3} près)

2. On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.
On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifère de l'échantillon choisi.
a) Justifie que X suit une loi binomiale dont tu préciseras les paramètres.
b) Calcule la probabilité pour que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères.
On arrondira le résultat à l'ordre 3.

EXERCICE 5

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. L'unité graphique est 2 cm.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives $i, 2i$ et 1.
On considère l'application f qui, à tout point M du plan d'affixe z, distinct de A, associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = \dfrac{2iz}{z-i}$

1. Détermine les affixes des points M du plan tels que : f(M) = M.
2. Détermine, sous forme algébrique, les affixes des points B' et C', images respectives des points B et C par f.
3. a) Démontre que, pour tout point M distinct de A, l'affixe z' de M' vérifie : $z' - 2i = \dfrac{-2}{z-i}$
b) Déduis-en que, si le point M appartient au cercle (C) de centre A et de rayon 1, alors son image M' appartient à un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

EXERCICE 6

Afin de conserver au fil des années un parc en bon état, un loueur de vélos se sépare chaque hiver de 20% de son stock et achète ensuite 35 nouveaux vélos.

On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de vélos présents dans le stock de ce loueur au 1er juillet de l'année $(2018+n)$.

Au 1er juillet 2018, le loueur possède 150 vélos, ainsi $u_0 = 150$.

1. a) Déterminer le nombre de vélos dans le stock du loueur au 1er juillet 2019.

b) Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,8u_n + 35$.

2. On a calculé les premiers termes de cette suite à l'aide d'un tableur.

Une copie d'écran est donnée ci-dessous :

	A	B
1	rang n	terme u_n
2	0	150
3	1	155
4	2	159
5	3	162,2

a) Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 pour obtenir, par copie vers le bas, les termes successifs de la suite (u_n) ?

Pour les termes de rang 36, 37, 38, 39 et 40, on obtient les résultats suivants (arrondis au millième) :

38	36	174,992
39	37	174,994
40	38	174,995
41	39	174,996
42	40	174,997

Conjecturer la limite de la suite (u_n).

3. Dans cette question, on cherche à démontrer la conjoncture émise à la question précédente.

Pour cela, on pose pour tout entier naturel n : $v_v = u_v - 175$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n = -25 \times 0,8^n + 175$.

c) Déterminer alors la limite de la suite (u_n).

4. On admet que la suite (u_n) est croissante.

Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que : $u_n \geq 170$.

Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 1

Ecris le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse. **Exemple : 5 - Faux**

N°	AFFIRMATIONS
1	La fonction $x \mapsto \sin\left(x^2+\frac{\pi}{4}\right)$ admet pour dérivée sur $\mathbb{R}$ la fonction $x \mapsto 2x\cos\left(x^2+\frac{\pi}{4}\right)$
2	Soit f une fonction dérivable sur [0 ; 5] et bijective de [0 ; 5] sur [-1 ; 3] telle que $f(4) = 2$. Si $f'(4) = 0$ alors f^{-1} est dérivable en 2.
3	L'affixe du point M(-5 ; -2) est : $-2-5i$
4	Les racines carrées du nombre complexe $-8-6i$ sont $1-3i$ et $-1+3i$
5	A est un événement de Ω et $\overline{A}$ l'événement contraire de A on a : $P(\overline{A}) = P(A)+1$

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont données dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 1 -B**

N°	Affirmations	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Soit a et b sont des nombres réels strictement positifs. Soit $\log(a\times b)$ est égal à	$\log(a)\times\log(b)$	$\log(a)+\log(b)$	$\ln a+\ln b$
2	Une primitive de F de la fonction f définie par $f(x)=\frac{1}{4x-1}$ sur $\left]\frac{1}{4};+\infty\right[$ est	$F(x)=\ln(4x-1)$	$F(x)=4\ln(4x-1)$	$F(x)=\frac{1}{4}\ln(4x-1)$
3	Soit g la fonction définie et dérivable sur $]2;+\infty[$ par $g(x)=\ln(2x-4)$ pour tout $x\in]2;+\infty[, g'(x)=$	$g'(x)=\frac{1}{2x-4}$	$g'(x)=\frac{2}{\ln(2x-4)}$	$g'(x)=\frac{2}{2x-4}$
4	Soit A et B deux évènements de l'univers Ω. Si A et B sont incompatibles alors $P(A\cup B)=$	$P(A)+P(B)$	$P(A)\times P(B)$	$P(A)-P(B)$
5	Quelle est l'expression qui est définie sur $]-4;4[$	$\ln(-x)$	$\ln(16-x^2)$	$\ln(x)$

EXERCICE 3

Une urne contient 5 boules noires et 5 boules blanches.
On en prélèves n successivement et avec remise. n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2.
On considère les deux événements suivants :
A : « On obtient des boules des deux couleurs »;
B : « On obtient au plus une blanche »;
1. a) Calculer la probabilité de l'événement : « Toutes les boules tirées sont de la même couleur »;
b) Calculer la probabilité de l'événement : « On obtient une boule blanche »;
c) En déduire que les probabilités $P(A\cap B), P(A), P(B)$ sont :

$$P(A\cap B)=\frac{n}{2^n} \qquad P(A)=1-\frac{1}{2^{n-1}} \qquad P(B)=\frac{n+1}{2^n}$$

2. Montrer que : $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ si et seulement si : $2^{n-1}=n+1$
3. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel supérieur ou égal à deux par : $u_n=2^{n-1}-(n+1)$
Calculer u_2, u_3, u_4
Démontrer que la suite (u_n) est strictement croissante.
4. En déduire la valeur de l'entier n tel que les événements A et B soient indépendants.

EXERCICE 4

Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormal direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.
1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^3-8=0$
2. On considère dans le plan (P) les points A, B et C d'affixes respectives :
$z_A=-1+i\sqrt{3}$, $z_B=2$, $z_C=-1-i\sqrt{3}$
a) Ecrire z_A et z_C sous la forme trigonométrique.
b) Placer les points A, B et C.
c) Déterminer la nature du triangle ABC.
3. On considère l'application f du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe $z'=e^{\frac{21\pi}{i}}z$.
a) Caractériser géométriquement l'application f.
b) Déterminer les images des points A et C par f.
En déduire l'image de la droite (AC) par f.

PROBLÈME

Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x-e^{2x-2}$.
On note (C) la courbe représentative de f dans le repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$.
On prendra 5 cm comme unité.
1. a) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
b) Vérifier que pour tout réel x non nul : $f(x)=x\left[1-2e^{-2}\times\left(\frac{e^{2x}}{2x}\right)\right]$
Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. Déterminer f'. Etudier le signe de $f'(x)$ et calculer la valeur exacte du maximum de f.
3. Démontrer que la droite (D) d'équation : $y=x$ est asymptote à la courbe (C).
Etudier la position relative de (C) et de (D).
4. On note A le point de la courbe (C) d'abscisse 1.

Déterminer une équation de la tangente (T) en A à la courbe (C).
5. a) On note I l'intervalle [0 ; 0,5].
Démontrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet dans l'intervalle I une unique solution qu'on notera α.
b) Déterminer une valeur approchée à 10^{-1} près de α.
6. Construire la courbe (C), l'asymptote (D) et la tangente (T).

Partie B

Détermination d'une valeur approchée de a
On définit dans $\mathbb{R}$ la suite (u_n) par : $u_n = 0$ et $u_{n+1} = e^{u_n - 2}$
1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{2x-2}$
Démontrer que l'équation : $f(x) = 0$ est équivalente à : $g(x) = x$.
En déduire $g(a)$
2. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle I on a : $|g'(x)| \leq \frac{2}{e}$
3. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle I, $g(x)$ appartient à I.

EXERCICE 5

1. Soit x un nombre réel positif ou nul et k un entier strictement supérieur à x.
a) Montrer par récurrence sur n que, pour tout entier n supérieur ou égal à k, $\frac{k^n}{n!} \leq \frac{k^k}{k!}$.
b) En déduire que, pour tout entier n supérieur ou égal à k : $\frac{x^n}{n!} \leq \left(\frac{x}{k}\right)^n \times \frac{k^k}{k!}$.
c) Montrer que : $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{x^n}{n!} = 0$.
2. a) Montrer que, pour tout entier n supérieur ou égal à 2 : $\frac{n^{n-1}}{n!} \geq 1$
(On pourra écrire $\frac{n^{n-1}}{n!}$ comme un produit de $n-1$ facteurs supérieurs ou égaux à 1).
b) En déduire que : $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{n^n}{n!} = +\infty$

EXERCICE 5

Une usine fabrique et commercialise des sachets de poudre de cacao. Sa capacité journalière de production est comprise entre 1000 et 3000 sachets. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en million de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x millier de sachets est modélisé sur l'intervalle [1 ; 3] par la fonction B définie par : $B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2 + 2\ln x$.
Le directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.
Détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.

EXERCICE 1

Pour chacun des énoncés, trois réponses sont proposées dont une seules est exacte.
Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

Enoncés		Réponses proposées	
1	$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=+\infty$ Alors la courbe (Cf) de f admet	A	Une demi-tangente horizontale au point d'abscisse 1
		B	Une demi-tangente verticale au point d'abscisse 1
		C	Une asymptote verticale d'équation $x = 1$
2	Si pour tout nombre réel $x > 0$. $3-\dfrac{1}{x} < f(x) < \dfrac{1}{x}+3$ alors la limite de f('x) en $+\infty$ est égale à	A	0
		B	3
		C	$+\infty$
3	Le point $E(a;f(a))$ est un point d'inflexion de la courbe (Cf) de f si la tangente en E	A	est au-dessus de (Cf) en E
		B	traverse (Cf) en E
		C	est en-dessous de (Cf) en E
4	Soit $f(b)=a$. La bijection réciproques f^{-1} de f est dérivable en a si	A	$f'(b)\neq 0$
		B	$(f^{-1})(a)\neq 0$
		C	$f'(a)\neq 0$

EXERCICE 2

Ecris le numéro de chaque affirmation suivi de Vrai si l'affirmation est vraie ou Faux si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	z et z' sont des nombres complexes. Le conjugué de z+z' est $\overline{z}-\overline{z'}$
2	Le nombre complexe $Z=\dfrac{z+4i}{2-i}$ est un imaginaire pur
3	Un argument de $\sqrt{3}-i$ est $\dfrac{-5\pi}{6}$
4	Le nombre complexe A = $(1+i)^2-4i^3(5-2i)$ est égal à $8-18i$

EXERCICE 3

Juliette débute un jeu dans lequel elle a autant de chances de gagner ou de perdre la première partie. On admet que, si elle gagne une partie, la probabilité qu'elle gagne la partie suivante est 0,6 et si elle perd une partie. La probabilité pour qu'elle perde la partie suivante est 0,7. On note, pour n entier naturel ou nul :
Gn l'événement " Juliette gagne la n-ième partie "
Pn l'événement " Juliette perd la n-ième partie "

1. a) Déterminer les probabilités P(G1), p(G2/G1) et p(G2/P1)
b) Calculer P(p2)
2. On pose, pour n entier naturel non nul, xn = p(Gn) et yn = P(pn).
a) Déterminer pour n entier naturel non nul les probabilités p(pn+1/Gn) et p(Gn+1/pn).
b) Montrer que pour tout n entier naturel non nul : $\begin{cases} x_{n+1} = 0,6x_n + 0,3y_n \\ y_{n+1} = 0,4x_n + 0,7y_n \end{cases}$
3. Pour n entier naturel non nul, on pose $v_n = x_n + y_n$ et $w_n = 4x_n - 3y_n$
a) Montrer que la suite (v_n) est constante de terme général égal à 1.
b) Montrer que la suite (w_n) est géométrique et exprime w_n en fonction de n.
4. a) Déduire du 3. l'expression de x_n en fonction de n.
b) Montrer que la suite (x_n) converge et déterminer sa limite.

EXERCICE 4

1. Soit la suite (u_n) définie par $u_1 = \frac{1}{2}$ et par la relation de récurrence : $u_{n+1} = \frac{1}{6}u_n + \frac{1}{3}$.
a) Soit la suite (v_n) définie pour $n \geq 1$ par $v_n = u_n - \frac{2}{5}$; montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n, puis de u_n.
2. On considère deux dés, notés A et B. Le dé A comporte trois faces rouges et trois faces blanches. Le dé B comporte quatre face rouges et deux faces blanches.
On choisit un dé au hasard et on le lance : si on obtient rouge, on garde le même dé, si on obtient blanc, on change de dé. Puis on relance le dé et ainsi de suite.
On désigne par :
- A_n l'événement "on utilise le dé A au n^e lancer" ;
- $\overline{A_n}$ lévénement contraire de A_n ;
- R_n lévénement " on obtient rouge au n^e lancer" ;
- $\overline{R_n}$ l'événement contraire de R_n ;
- a_n et r_n les probabilités respectives de A_n et R_n.
a) Déterminer a_1
b) Déterminer r_1. Pour cela, on pourra s'aider d'un arbre.
c) En remarquant que, pour tout $n \geq 1$, $R_n = (R_n \cap A_n) \cup (R_n \cup \overline{A_n})$, montrer que : $r_n = -\frac{1}{6}a_n + \frac{2}{3}$.
d) Montrer que, pour tout $n \geq 1$, $A_{n+1} = (A_n \cap R_n) \cup (\overline{A_n} \cap \overline{R_n})$.
e) Montrer que, pour tout $n \geq 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{6}a_n + \frac{1}{3}$, puis déterminer l'expression de a_n en fonction de n.
f) En déduire l'expression de r_n quand n tend vers $+\infty$.

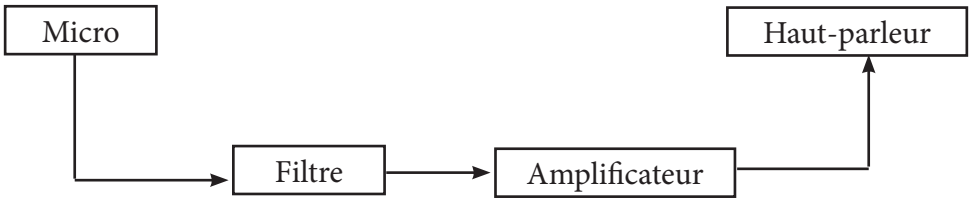
EXERCICE 5

1. Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = 2x + \frac{2}{3}(\ln x - 1)$.
a) Sans calculer les limites, étudie le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
b) Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0;+\infty[$ et justifie que $\alpha \in]0,5;0,6[$.
c) Etudier le signe de $f(x)$ sur $]0;+\infty[$.
2. La fonction g est définie sur $]0;+\infty[$ par $\begin{cases} g(x) = -3x^2 + 4x - 6 - 2x\ln x \\ g(0) = -6 \end{cases}$ où (C) est sa courbe représentative dans le repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique 1 cm.

a) Etudie la continuité et la dérivabilité de g en 0.
b) Calculer la limite de g en $+\infty$.
3. Montrer que $\forall x \in]0;+\infty[, g'(x) = -3f(x)$
4. Donne le sens de variation de g et dresse son tableau de variation.
5. Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point A(1;-5).
6. Trace (T) et (C). On prendra $\alpha \approx 0,5$ et $f(\alpha) \approx -6,8$

EXERCICE 6

A l'approche des fêtes de Pâques, un responsable d'une structure de sonorisation, se rend en ville avec son fils pour acheter des microphones, des filtres, des amplificateurs et des hauts parleurs. Les résistances et les condensateurs sont des composants électroniques utilisés dans le domaine du son pour concevoir des filtres. Placé en sortie d'un microphone, un filtre atténue plus ou moins les sons selon leur fréquence f, exprimée en Hertz (Hz).



Dans le magasin où rentre le responsable de sonorisation, on peut lire comme indicatif sur le filtre :

- Son grave de fréquence $f = 100$; $Z_R = 10$.
- Son aigu de fréquence $f = 1000\sqrt{3}$; $Z_R = 10$.

Pour un filtre donné, l'atténuation d'un son se calcule à l'aide de deux nombres complexes Z_R et Z_C tel que $Z_C = -\dfrac{1000\sqrt{3}}{f}i$

Le gain du filtre est donné par le nombre complexe Z_G défini par : $Z_G = \dfrac{Z_C}{Z_R + Z_C}$.

La valeur exacte du gain du filtre est déterminée par le module du nombre complexe Z_G.
Un filtre est en bon état lorsque le gain du filtre d'un son grave est supérieur à celui d'un son aigu.
Le responsable veut acheter un filtre de bonne qualité. Pour cela, il décide de tester mais malheureusement il y'a coupure de courant. Ce dernier te rencontre et sollicite ton aide.
Vérifie la qualité du filtre à l'aide de calcul afin de répondre à la préoccupation du monsieur.

EXERCICE 1

Partie I

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}$.

1. Déterminer la fonction dérivée de la fonction f et étudier le sens de variation de f.
2. Calculer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0 et lorsque x tend vers $+\infty$.
3. Donner le tableau de variation de la fonction f en déduire le signe de $f(x)$ pour tout x appartenant à $]0;+\infty[$.
4. Le plan étant rapporté à un repère orthonormal direct $(O,\vec{i},\vec{j})$, l'unité graphique est 5 cm. Tracer la courbe C représentative de la fonction f.

Partie II

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $g(x)=x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$.

1. Déterminer la fonction dérivée de la fonction g. Déduire de la partie I le sens de variation de g sur $]0;+\infty[$.
2. Vérifier que $g=h\circ k$ avec h et k les fonctions définies sur $]0;+\infty[$ par :
$h(x)=\frac{\ln(1+x)}{x}$ et $k(x)=\frac{1}{x}$
En déduire la limite de g en $+\infty$ et en 0.
3. Donner les tableau de variation de g sur $]0;+\infty[$.

Partie III

1. Soit λ un nombre réel strictement supérieur à 1. On note $\mathcal{A}(\lambda)$ l'aire en cm2 du domaine ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient :
$1\leq x\leq\lambda$ et $0\leq y\leq f(x)$
en utilisant les résultats de la partie II.
a) Calculer $\mathcal{A}(\lambda)$ en fonction de λ.
b) Déterminer la limite de $\mathcal{A}(\lambda)$ lorsque λ tend vers $+\infty$.
c) Justifie l'affirmation : " l'équation $\mathcal{A}(\lambda)=5$ admet une solution unique notée λ_0 "
Puis donner un encadrement de λ_0 d'amplitude 10^{-2}.
2. Soit (u_n) la suite numérique définie par $\mathbb{N}^*$ par : $u_n=\left(\frac{n+1}{n}\right)^n$
Montrer, en remarquant que $\ln(u_n)=g(n)$, que :
a) La suite (u_n) est une suite croissante.
b) La suite (u_n) est convergente,et préciser sa limite

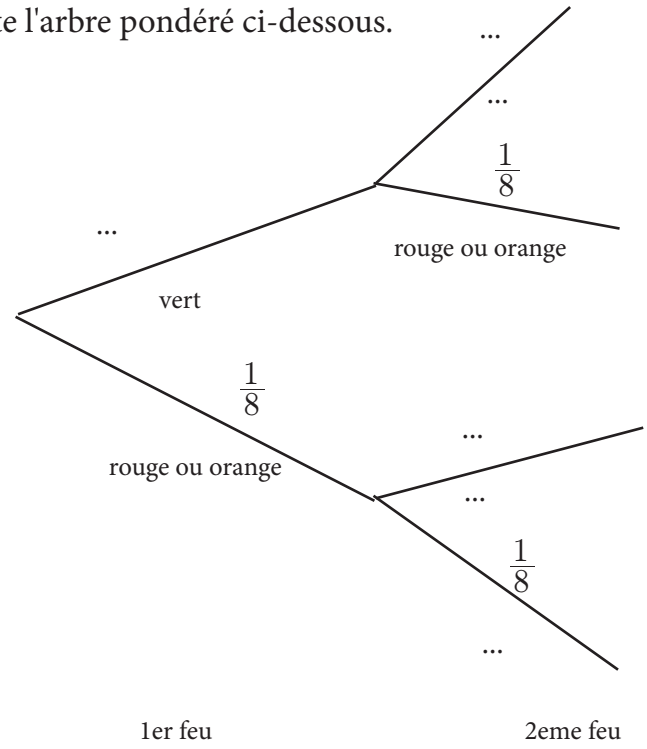
EXERCICE 2

Amélie est en vacances dans une très grande métropole. Elle doit traverser cette ville en suivant l'avenue principale, qui est jalonnée de nombreux feux tricolores.
Pour tout entier naturel $n\geq 1$. On note En l'événement « Amélie est arrêtée par le ne feu rouge ou orange » et $\overline{\text{En}}$ l'événement contraire. Le feu orange est considéré comme un feu rouge.
Soit pn la probabilité de En et qn celle de $\overline{\text{En}}$. La probabilité que le premier feu tricolore soit rouge ou orange vaut $\frac{1}{8}$.

On suppose que les deux conditions suivantes sont réalisées :
- La probabilité que le $(n+1)^e$ feu tricolore soit rouge ou orange, si le n^e feu est rouge ou orange, vaut $\frac{1}{20}$.
- La probabilité que le $(n+1)^e$ feu tricolore soit rouge ou orange, si vert, est égale à $\frac{9}{20}$.

1. On s'intéresse, tout d'abord, aux deux premiers feux tricolores.

a) Recopie et complète l'arbre pondéré ci-dessous.



b) On note X la variable aléatoire égale au nombre de feu verts parmi ces deux premier feux tricolores. Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique de X.

2. On se place maintenant dans le cas général.

a) Donner les probabilités conditionnelles $pE_n(E_{n+1})$ et $p\overline{E_n}(E_{n+1})$.

b) En remarquant que $E_{n+1} = (E_{n+1} \cap E_n) \cup (E_{n+1} \cap \overline{E_n})$, montrer que, pour tout $n \geq 1$:
$p_{n+1} = \frac{1}{20} p_n + \frac{9}{20} q_n$

c) EN déduire l'expression de p_{n+1} en fonction de p_n.

3. Soit la suite (u_n) de nombre réels définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par $u_n = 28p_n - 9$.

a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique et déterminer sa raison k.

b) Exprimer u_n, puis p_n en fonction de n.

EXERCICE 3

On considère le plan complexe P muni d'un repère orthogonal direct $(O;\vec{e_1},\vec{e_2})$.

1. Soit le polynôme P tel que tout z de $\mathbb{C}$, $P(z) = z^3 - 4z^2 + 6z - 4$.
Déterminer les réels u et v tels que $P(z) = (z-2)(z^2 - uz + v)$ et résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

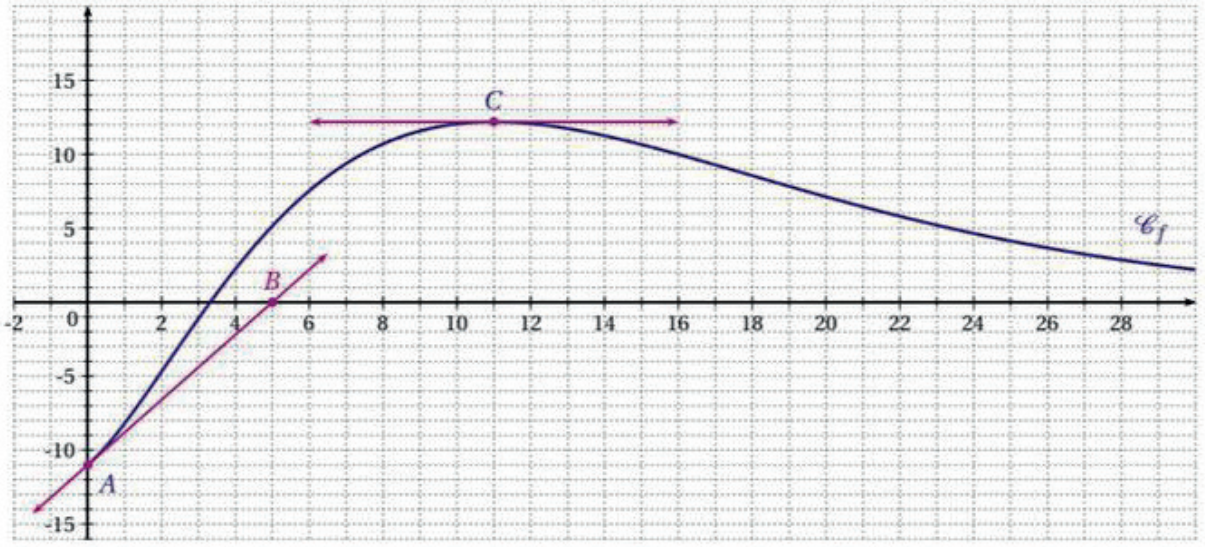
2. On note α la solution de l'équation ci-dessus dont la partie imaginaire est strictement positive et β le conjugué de α. Soient A, B et C les points d'affixes respectives α, β et 2, 1 le milieu de [AB] et r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
Déterminer l'affixe du point r(B) et en déduire la nature du quadrilatère OACB.

3. Soit f l'application de $\mathcal{P}$ privé du point C dans $\mathcal{P}$ qui au point M d'affixe $z (z \neq 2)$ associe le point M' d'affixe z' défini par : $z' = \frac{z-(1+i)}{z-2}$.

a) Déterminer $f(A)$ et $f(B)$
Déterminer le point E tel que $f(E)=C$
b) Quelles distance représentent les réels $|z-(1+i)|$ et $|z-2|$?
En déduire que si M appartient à la médiatrice de [AC], M' appartient à un cercle dont on donnera le centre et le rayon.

EXERCICE 1

Dans le repère orthonormal donné ci-dessous, Cf est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $[0;30]$.
La tangente à la courbe Cf au point A d'abscisse 0 passe par le point B(5;0).
La tangente à la courbe Cf au point C d'abscisse 11 est parallèle à l'axe des abscisses.



Dans toute la suite, on note f' la dérivée de la fonction f sur [0;30] et F une primitive de f sur [0;30].

Partie A- Lectures graphiques

1. Lire graphiquement les valeurs de f(0), f'(0) et f'(11).
2. L'affirmation « la fonction F est croissante sur [0;11]» est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Partie B - Etude d'une fonction

La fonction f est définie sur [0;30] par : $f(x)=(x^2-11)e^{-0,2x}$
Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

	Instruction	Résultats
1	$f(x)=(x^2-11)*\exp(-0,2*x)$	$(x^2-11)e^{-0,2x}$
2	Dérivée $(f(x))$	$(-0,2x^2+2x+2,2)e^{-0,2x}$
3	Intégrale $(f(x))$	$(-5x^2-50x-195)e^{-0,2x}$

1. Pour tout réel $x\in[0;30]$, justifier le résultat de l'instruction obtenu en ligne 2 du logiciel.
2. Etudier le signe de f' sur [0;30] puis dresser le tableau des variations de f sur [0;30].
3. Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α sur [0;11] puis donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
4. En utilisant sans le démontrer un résultat du logiciel, calculer la valeur exacte puis l'arrondi à 10^{-2} de l'intégrale : $I=\int_{10}^{20} f(x)dx$

EXERCICE 2

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant ta réponse. Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

1. Soit u la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $u(x)=3\ln(x)-2x+1$.
Soit C_u la courbe représentative de la fonction u dans un repère.
Affirmation 1 : $y=x-2$ est l'équation réduite de la tangente à C_u au point d'abscisse 1.

2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[e;e^2]$ par $f(x)=\frac{1}{e^2}\ln(x)$.
On admet que la fonction $x \longrightarrow x\ln(x)-x$ est une primitive de la fonction $x \longrightarrow \ln(x)$ sur l'intervalle $[e;e^2]$.
Affirmation 2 : f est une fonction de densité sur $[e;e^2]$.

3. Soit g la fonction défini sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=3e^{-2x+1}$.
Affirmation 3 : La fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x)=-6e^{-2x+1}+6$ est la primitive de g qui s'annule en $\frac{1}{2}$.

4. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $[-8;-0,5]$ par : $h(x)=\frac{4x+1}{x^2}$.
Affirmation 4 : la fonction h est concave sur l'intervalle $[-8;-0,5]$.

EXERCICE 3

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopie pour chaque question son numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse exacte rapporte 1 point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-0,9x^3+1,5x^2+1,5$ et C sa courbe représentative dans un repère. Le nombre de points d'intersection entre C et la droite d'équation $y=2$ est :
a) 0 b)1 c) 2 d) 3

2. Une des solutions de l'inéquation $1-0,85^n>0,99$ d'inconnue n entier naturel est :
a) 28 b) 82 c) $\frac{\ln 0,85}{\ln 0,01}$ d) 28,336

3. Esteban va à l'école chaque matin avec une trousse. à la fin de la journée, il oublie sa trousse avec un probabilité de 0,2. Dans l'année, le nombre de jours d'école est de 162.
On considère que les oublis journaliers sont indépendants les uns des autres.
La probabilité qu'il oublie sa trousse 30 fois exactement dans l'année est environ :
a) 0,19 b) 0,07 c) 0,60 d) 0,36

4. Une enquête a pour objectif d'estimer la proportion de personnes partant en vacances à l'étranger durant la semaine de Noël. Pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude 0,001 au niveau de confiance 0,95 de cette proportion, la taille de l'échantillon doit être égale à :
a) 4 000 000 b) 1 000 c) 2 000 d) 1 000 000

EXERCICE 4

Cet exercice est composé de trois parties indépendantes

Partie 1

D'après un sondage sur la fréquence de rejet de produis polluants dans les canalisations, on estime que 72% de la population est respectueuse de son environnement.

On interroge 300 personnes choisies au hasard pour savoir si elles jettent régulièrement des produits polluants dans les canalisations, ce qui permet de repérer des personnes respectueuses de leur environnement. On estime que la population est suffisamment grande pour que ce choix de 300 personnes soit assimilable à un tirage avec remise.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes respectueuses de leur environnement dans un échantillon de 300 personnes.

1. Quelle est la loi suivie par X ? Justifier.
2. Calcule la probabilité que 190 personnes soient respectueuses de leur environnement. Arrondir à 10^{-4}.
3. Calculer la probabilité qu'au moins 220 personnes soient respectueuses de leur environnement. Arrondir à 10^{-4}.

Partie 2

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2x^2 - 7x - 4 \geq 0$.
2. On choisit un nombre au hasard dans l'intervalle [0;10]. Calculer la probabilité que ce nombre soit solution de l'inéquation précédente.

Partie 3

1. Soit Z une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 2,3 et d'écart-type 0,11.

a) Calculer $P(2,18 \leq Z \leq 2,42)$. Arrondir à 10-2.

b) Calculer $P(Z \geq 2,25)$. Arrondir à 10-2.

2. On suppose maintenant que Z suit une loi normale d'espérance 2,3 et d'écart-type σ.

Donner une valeur approchée de σ pour que $P(2,18 \leq Z \leq 2,42) \approx 0,95$. Justifier.

EXERCICE 5

Une commune dispose de 380 voitures et propose un système de locations de ces voitures selon les modalités suivantes :

- Chaque voiture est louée pour une durée d'un mois ;
- La location commence le 1er jour du mois et se termine le dernier jour du même mois;
- Le nombre de voitures louées est comptabilisé à la fin de chaque mois.

A la fin du mois de janvier 2019, 280 voitures ont été louées avec ce système de location.

Le responsable de ce système souhaite étudier l'évolution du nombre de locations de voiture.

Pour cela il modélise le nombre de voiture louées chaque mois par une suite (u_n), où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de voiture louées le $n$ième mois après le mois de janvier 2019. Ainsi $u_0 = 280$

On admet que cette modélisation conduit à l'égalité : $u_{n+1} = 0,9u_n + 42$.

1. Combien de voitures ont-elles été louées avec ce système de location au mois de février 2019 ?
2. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 420$.

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera le premier terme v_0 et la raison.

b) Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n *et que* $u_n = -140 \times 0,9^n + 420$.

3. Déterminer la limite de la suite (u_n) puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 6

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indique sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}3$.
On peut affirmer que $P(X \geq 1)$ est égale à :

a) environ 0,972 b) environ 0,999 c) environ 0,121 d) $\frac{3}{10}$

2. La variable aléatoire T suit la loi uniforme sur l'intervalle [10;40].
On peut affirmer que $P(10 \leq T \leq 25)$ est égale à :

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{5}{8}$

3. L'arrondi au centième de la somme $1 + 1{,}2 + 1{,}2^2 + 1{,}2^3 + \ldots + 1{,}2^{10}$ est :

a) 3,27 b) 25,96 c) 26,96 c) 32,15

4. On considère la fonction g deux fois dérivable sur [0,1;10] par : $g(x) = x^2(2\ln(x) - 5) + 2$.

a) g est concave sur [0,1;10] b) g est concave sur [e;10]
b) g est convexe sur [0,1;7] c) g est convexe sur [e;10]

EXERCICE 7

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (-5x^2 + 5)e^x$.
On note f' la fonction dérivée de f, et f'' la fonction dérivée seconde. On note C la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan, donnée en annexe 2.

1.a) Calculer les coordonnées du point A, intersection de la courbe C avec l'axe des ordonnées. Placer le point A dans le repère fourni en annexe 2.

b) Démontrer que C coupe l'axe des abscisses en deux points. Déterminer leurs coordonnées et les placer dans le repère fourni en annexe 2.

c) Montrer que tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = (-5x^2 - 10x + 5)e^x$.

d) Etudier les variations de la fonction f sur l'intervalle [-5 ; 2].

2. Soit Δ la tangente à C au point d'abscisse 0.

a) Montrer qu'une équation de Δ est $y = 5x + 5$.

b) Tracer la droite Δ dans le repère fourni en annexe 2.

3. Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants que l'on pourra utiliser sans justification

1 ◦	$f(x)$ $\rightarrow (-5x^2 + 5)e^x$
2 ◦	$f''(x)$ $\rightarrow -20xe^x - 5x^2e^x - 5e^x$
3 ◦	Résoudre $(f''(x) = 0, x)$ $\rightarrow \{x = -\sqrt{3} - 2, x = \sqrt{3} - 2\}$

a) Montrer que, pour tout $x \in [-5;2]$, $f''(x) = -(5x^2 + 20x + 5)e^x$

b) Etudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle [-5 ; 2].

4. On s'intéresse à l'aire $\mathcal{A}$, en unité d'aire, du domaine délimité par C, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 0$.

a) Hachurer sur l'annexe 2 ce domaine.

b) On admet que sur l'intervalle [-1 ; 0], la droite Δ est au-dessus de la courbe Δ .

Justifier que l'aire $\mathcal{A}$ est inférieure à 2,5 unités d'aire.

c) On admet que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x)=(-5x^2+10x-5)e^x$ est une primitive de f.

Calculer $\int_{-1}^{0} f(x)dx$.

On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.

EXERCICE 8

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10-3 si nécessaire.

Partie A

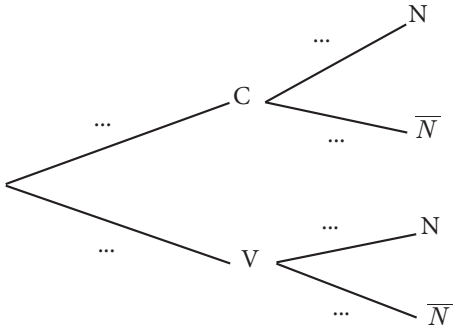
On rappelle que le triathlon est une discipline qui comporte trois sports: la natation, le cyclisme et la course à pied. Fabien s'entraîne tous les jours pour un triathlon et organise son entraînement de la façon suivante:

- chaque entraînement est composé d'un ou deux sports et commence toujours par une séance de course à pied ou de vélo;
- lorsqu'il commence par une séance de course à pied, il enchaîne avec une séance de natation avec une probabilité de 0,4;
- lorsqu'il commence par une séance de vélo, il enchaîne avec une séance de natation avec une probabilité de 0,8.

Un jour d'entraînement, la probabilité que Fabien pratique une séance de vélo est de 0,3. On note :

- C l'évènement : « Fabien commence par une séance de course à pied »
- V l'évènement: « Fabien commence par une séance de vélo »;
- N l'évènement: « Fabien enchaîne par une séance de natation ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités suivant représentant la situation :



2. Quelle est la probabilité que Fabien commence par une séance de course à pied et enchaîne par une séance de natation?

3. Démontrer que: P(N) = 0,52.

4. Sachant que Fabien n'a pas fait de séance de natation, quelle est la probabilité qu'il ait commencé son entraînement par une séance de vélo ?

Partie B

L'épreuve de triathlon s'est déroulée.

Pour chaque participant on enregistre sa performance, c'est-à-dire le temps total pour effectuer les trois épreuves du parcours. On admet que l'ensemble des performances des participants, exprimées en heure, peut être modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi normale d'espérance 2,5 et d'écart-type 0,25.

1. Calculer P($T \geq 3$) et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Calculer la probabilité qu'une performance prise au hasard se situe entre 2 heures et 3 heures.
3. Déterminer t, à la minute près, pour que P $(T \leq t) = 0,75$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 1

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = -2+2i$, $b = -3-6i$ et $c = 1$.
La figure de l'exercice est donnée en annexe. Elle peut servir à émettre des conjectures, à vérifier des résultats.
1. Quelle est la nature du triangle ABC?
2.
a) Donner l'écriture complexe de la rotation r de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
b) En déduire l'affixe du point A' image de A par r.
c) Vérifier que l'affixe s du point S milieu de [AA'] est $S = -\frac{13}{2} - \frac{3}{2}i$.
d) Démontrer que le point S appartient au cercle circonscrit au triangle ABC.
On construit de la même manière C' l'image de C par la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
Q le milieu de [CC'], B' l'image de B par la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et P le milieu de [BB'].
On admet que les affixes respectives de Q et de P sont $q = \frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$ et $p = 2 - 5i$.
a) Démonter que $\frac{s-q}{p-a} = -i$.
b) En déduire que les droites (AP) et (QS) sont perpendiculaires et que les segments [AP] et [QS] sont de même longueur.
4. Dans cette question, toutes trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
Démontrer que les droites (AP), (BQ) et (CS) sont concourantes.

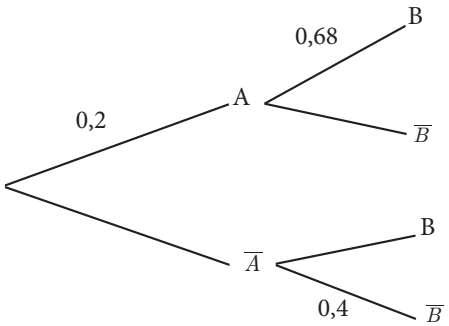
EXERCICE 2

On dispose de deux urnes U_1 et U_2.
L'urne U1 contient 4 jetons numérotés de 1 à 4.
L'urne U2 contient 4 boules blanches et 6 boules noires.
Un jeu consiste à tirer un jeton de l'urne U_1, à noter son numéro, puis à tirer simultanément de l 'urne U_2 le nombre de boules indiqué par le jeton.
On considère les évènements suivants :
J_1 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 1 »
J_2 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 2 »
J_3 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 3 »
J_4 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 4 »
B « toutes les boules tirées de l'urne U_2 sont blanches »
On donnera tous les résultats sous la forme d'une fraction irréductible sauf dans la question 4.b) où une valeur arrondie à 10^{-2} suffit.
l. Calculer $P_{J1}(B)$, probabilité de l'évènement B sachant que l'évènement J_1 est réalisé.
Calculer de même la probabilité $P_{J2}(B)$.
On admet dans la suite les résultats suivants : $P_{J3}(B) = \frac{1}{30}$ et $P_{J4}(B) = \frac{1}{210}$.
2. Montrer que P(B), probabilité de l'évènement B, vaut $\frac{1}{7}$. On pourra s'aider d'un arbre de

probabilités.
3. On dit à un joueur que toutes les boules qu'il a tirées sont blanches. Quelle est la probabilité que le jeton tiré porte le numéro 3 ?
4. On joue 10 fois de suite à ce jeu. Chacune des parties est indépendante des précédentes. On note N la variable aléatoire prenant comme valeur le nombre de partie où toutes les boules tirées sont blanches.
a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire N ?
b) Calculer la probabilité de l'évènement (N = 3).

EXERCICE 3

Les cinq questions sont indépendantes.
Pour chaque question une affirmation est proposée. Indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.
Toute trace de recherche sera valorisée.
1. On considère l'arbre de probabilités suivant :



Affirmation : la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé est égale à 0,32.
2. On considère une urne contenant n boules rouges et trois boules noires, où n désigne un entier naturel non nul. Les boules sont indiscernables au toucher. On tire simultanément deux boules dans l'urne.
Affirmation : il existe une valeur de n pour laquelle la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est égale à $\frac{9}{22}$.
3. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère la transformation t d'écriture complexe.

$$z' = -iz + 5 + i$$

Affirmation : la transformation t est la rotation de centre A d'affixe $3-2i$ et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
4. Dans l'ensemble des nombres complexes, on considère l'équation (E) d'inconnue z :

$$z^2 - z\overline{z} - 1 = 0$$

Affirmation : l'équation (E) admet au moins une solution.
5. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = -1$, $b = i$ et $c = \sqrt{3} + i(1-\sqrt{3})$.
Affirmation : le triangle ABC possède un angle dont une mesure est égale à 60°.

EXERCICE 4

Un particulier souhaite réaménager l'espace paysager de sa parcelle boisée comptant 10000 arbres en 2018. Pour cela, il se fixe un plan progressif qui consiste à couper chaque année 20 % des arbres et à planter 600 nouveaux pieds d'arbre.

On modélise l'évolution du nombre d'arbres de cette parcelle par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n, u_n, est le nombre d'arbres de la parcelle en 2018+n, ainsi $u_0 = 10000$.

1.

a) Calculer u_1 et u_2.

b) Justifier, pour tout entier naturel n, l'égalité $u_{n+1} = 0,8 \times u_n + 600$.

2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 3000$ pour tout entier naturel n.

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.

b) Pour tout enlier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

c) En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 7000 \times 0,8^n + 3000$.

d) Si le réaménagement de cette parcelle se poursuit selon ce même modèle, que peut-on conjecturer à long terme concernant le nombre d'arbres de celle-ci?

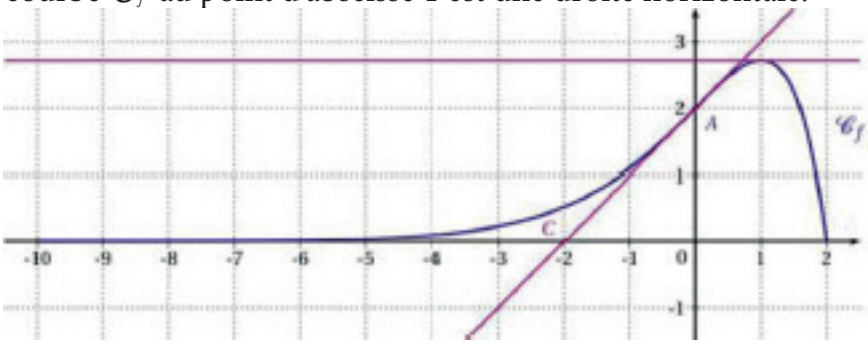
EXERCICE 5

Partie A

Dans le repère ci-dessous, on note C_f la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle [-10 ; 2]. On a placé les points A(0 ; 2), B(2 ; 0) et C(-2 ; 0).

On dispose des renseignements suivants :

- Le point B appartient à la courbe C_f,
- La droite (AC est tangente en A à la courbe C_f.
- La tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 1 est une droite horizontale.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1. Indiquer les valeurs de $f(0)$ et de $f(2)$.
2. Indiquer la valeur de $f'(1)$.
3. Donner une équation de la 1angence à la courbe C_f au point A.
4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle [-10 ; 2].
5. Indiquer les variations de la fonction f sur l'intervalle [-10 ; 2].
6. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe, et celui sur lequel est concave.
7. On s'intéresse au nombre $I = \int_0^2 f(x)dx$

a) Sur le graphique donné en annexe et à rendre avec la copie, hachurer le domaine du plan dont l'aire, exprimée en unités d'aire, est égale à I.

b) Donner un encadrement du nombre I par deux entiers consécutifs.

Partie B

Dans cette partie, on cherche à vérifier par le calcul les résultats lus graphiquement dans la partie A. On sait désormais que la fonction f est définie sur l'intervalle [-10 ; 2] par : $f(x) = (2 - x)e^x$.

1. Calculer $f(0)$ et $f(2)$.
a) Calculer $f'(x)$ pour tout nombre x appartenant à l'intervalle [-10 ; 2].
b) En déduire la valeur de f'(1).
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.
3.
a) Dresser le tableau des varia1ions de la fonc1ion f sur l'intervalle [-10 ; 2].
b) En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle [-10 ; 2], puis donner une valeur approchée au centième de chacune de ces solutions.

EXERCICE 1

Recopie la bonne réponse en procédant comme suit :
Exemple : 1-a

Fonctions	Dérivée	Dérivée	Dérivée
1) $f(x)=\ln(-x)$	a) $\frac{1}{x}$	b) $\frac{-1}{x}$	c) $\frac{1}{2x}$
2) $f(x)=\cos(-ax+b)$	a) $a\sin(ax+b)$	b) $-a\sin(ax+b)$	c) $-a\cos(ax+b)$
3) $f(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$	a) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x}$	b) $\frac{-1}{x+1}+\frac{1}{x}$	c) $\frac{-1}{x(x+1)}$
4) $f(x)=2x-\frac{1}{x+1}$	a) $\frac{2x+3}{(x+1)}$	b) $\frac{2x^2+4x+3}{(x+1)^2}$	c) $\frac{2x^2+2x+1}{(x+1)^2}$

EXERCICE 2

Choisir les bonnes réponses dans chacun des cas suivants :
Exemple : 1-a

1. La probabilité conditionnelle de A sachant B se note :
   a) P(A/B) b) $P_B(A)$ c) $P_A(B)$
2. La probabilité conditionnelle de E sachant F est :
   a) $\frac{P(E\cap F)}{P(F)}$ b) $\frac{P(E\cup F)}{P(F)}$ c) $\frac{P(E\cap F)}{P(E)}$
3. Si P(A) = 0 alors $P_A(B)$ =
   a) Est nulle b) n'existe pas c) est egale à 1

EXERCICE 3

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (o, u,v). unité graphique : 2 cm
On considère la transformation S du plan qui, à tout point M d'affixe Z associe le point M d'affixe telle que :

$Z'=\left(1-i\frac{\sqrt{3}}{3}\right)Z+2i\frac{\sqrt{3}}{3}$

1.1. Soit ω le point d'affixe 2.
Vérifier que $S(\omega)=\omega$.
1.2. Justifier que S la similitude directe dont on précisera les éléments caractéristiques.
2.1. Démontrer que : $\forall z\neq 2, \frac{z'-z}{2-z}=i\frac{\sqrt{3}}{3}$
2.2. En déduire que le triangle MωM' est un triangle rectangle en M.
2.3. Donner un programme de construction de l'image M'par S d'un point M donné.

3.1. Placer les points A et B d'affixe respectives $-1+i$ et $5-i$ dans le plan muni du repère (o ; u ; v)
Construire les images respectives A' et B' de A et B par S.
3.2. On note $Z_{A'}$; $Z_{B'}$; Z_A ; Z_B les affixes respectives des points A, B, A' et B'.
Démontrer que : $Z_{A'} - Z_A = Z_B - Z_{B'}$.
3.3. En déduire la nature du quadrilatère AA'B'B.

EXERCICE 4

Soit g la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 + 4(1-2x)e^{-2x}$.

Partie A

1. Calculer les limites de g.
2.a) Démonter que $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = 16(x-1)e^{-2x}$.
b) En déduire les variations de g.
3. Dressez le tableau de variation de g.
4. Justifiez que : $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) > 0$. (on prendra g(1) = 0,46)

Partie B

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 1 + 4xe^{-2x}$. On désigne par (Cf) sa courbe représentative dans le repère orthonormé d'unité graphique 2 cm.

1.1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.
1.2. Calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $-\infty$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.
2.1. Justifier que la droite (D) : $y = x+1$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $+\infty$.
2.2. Etudier les positions relatives de (C_f) par rapport à (D).
3.1. Démontrer que f est une primitive de g sur $\mathbb{R}$.
3.2. En déduire le sens de variation de f.
4. Dresser le tableau de variation de f.
5.1. Déterminer les coordonnées du point A de (C) en lequel (C) admet une tangente (T) parallèle à (D).
5.2. Justifier qu'en ce point la tangente (T) est : $y = x + 1 + 2e^{-1}$.
5.3. Tracer (C_f) , les asymptotes et la tangente (T).
6. γ est un nombre réel strictement positif. On désigne par $\mathcal{A}(\gamma)$ l'aire du plan délimitée par (C), la droite D et les droites d'équations $x = 0$ et $y = \gamma$.
6.1. Soit $F(x) = (ax+b)e^{-2x}$. Déterminer a et b tels que $f'(x) = 4xe^{-2x}$.
6.2. On donnera $a = -2$ et $b = -1$. Montrer alors que $\mathcal{A}(\gamma) = 4[(-2\gamma - 1)e^{-2\gamma} + 1]$. Et calculer $\lim \mathcal{A}(\gamma)$ en $+\infty$.

EXERCICE 5

Un magasin propose des réductions sur les trois marques d'ordinateurs qu'il distribue. La marque A représente 64% des ordinateurs vendus, la marque N représente 28% des ordinateurs vendus et la marque O représente 8% des ordinateurs vendus.

30% des ordinateurs de la marque A, 60% des ordinateurs de la marque N et 80% de ceux de la marque O sont soldés.

On interroge au hasard un client ayant acheté un ordinateur de ce magasin.

1. Construis un arbre de probabilité décrivant la situation.
2. Déterminer la probabilité qu'il ait acheté un ordinateur de la marque et soldé.
3. Déterminer la probabilité qu'il ait acheté un ordinateur de la marque O et non soldé

EXERCICE 6

Dans le cadre de l'introduction des TIC à l'école, un établissement scolaire a organisé une visite d'étude dans une usine de fabrique de microprocesseurs. Le directeur de la fabrique informe les élèves que 4% de la production journalière est défectueuse.

Le service de contrôle qualité a mis en place un système de vérification systématique des microprocesseurs. Cette vérification n'est pas parfaite, elle ne détecte pas que 95% des microprocesseurs défectueux et déclare défectueux 2% des microprocesseurs qui ne présentent pourtant aucun défaut.

Etonnés de savoir qu'un appareil de contrôle n'est pas totalement fiable, les élèves veulent évaluer les marges d'erreur de cet appareil.

Déterminer la probabilité qu'il y ait erreur lors de son contrôle.

EXERCICE 1

Dire si ces phrases sont fausses en écrivant la lettre F et vrai en écrivant la lettre V.
Exemple : 1- a
1. Une fonction f est continue et strictement décroissante sur]1 ; 2[, f (]1 ; 2[) =]f(1) ; f(2)[.
2. Une fonction $f(x)$ et sa réciproque $f^{-1}(x)$ ont le même sens de variation.
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$, l'axe (OI) est une asymptote horizontale à (C) en $+\infty$.
4. Une fonction réciproque est dérivable en a lorsque $f'[f^{-1}(a)] = 0$.
5. Une fonction continue en a et prolongeable en a.

EXERCICE 2

Choisissez la bonne réponse parmi les propositions suivantes :
1. Soit P(A) et P(B) deux probabilités des évènements A et B :
a)P(A) - P(B) =1 ; b) P(A) + P(B) =2 ; c) P(A) + P(B) =1.
2. La fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : h(x) = $\dfrac{x+1}{x^3+2x+3}$ sa primitive H est :
a) $H(x) = \ln(x^2+2x+3)$
b) $H(x) = 2\ln(x^2+2x+3)$
c) $H(x) = \frac{1}{2}\ln(x^2+2x+3)$
3. Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par g(x) = $2\ln x - 3x + 5$ cette fonction admet :
a) Une asymptote oblique.
b) Une asymptote verticale en $+\infty$.
c) Une asymptote verticale d'équation $x = 0$.

EXERCICE 3

Voici un tableau donnant le bénéfice net annuel en Francs par action au cours des années 1995 et 1996 de grandes marques automobiles numérotées de 1 à 8.

Marque numéro	1	2	3	4	5	6	7	8
Bénéfice net par action en 1995 xi	71	83	96	118	123	142	188	192
Bénéfice net par action en 1996 yi	89	92	103	140	135	156	198	201

1. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points Mi (xi ; yi) associé à cette série statistique. Echelle : (1 cm pour 20 F en abscisse et en ordonné).
2. Déterminer l'équation de la droite D de régression linéaire de y en x. on donnera les résultats à l'ordre 2. Tracer D dans le repère précédant.
3. Estimer le bénéfice net, arrondi au franc, par action en 1996 d'une marque automobile ayant eu, en 1995 un bénéfice net par action de 203 F.

EXERCICE 4

Soit la suite Un définie pour tout entier naturel n par : U0 = 0 et $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1$.

1. Calculer les valeurs de U1, U2 et U3, la suite Un est telle arithmétique ? géométrique ?

2. Dans un plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm , tracer les droites (Δ) d'équation $y = x$ et D d'équation $y = 2x + 1$.

a) Placer les termes U0, U1, U2 et U3.

b) Que peut-on conjecturer quant à la limite de Un ?

3. On considère maintenant la suite Vn définie par : Vn = Un – 2, pour tout entier naturel n

a) Calculer V0 et montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, Vn est une suite géométrique dont on déterminera la raison .

b) Exprimer les suites Vn et Un en fonction de n.

4. Déterminer la limite de Vn puis celle de Un.

EXERCICE 5

Soit la fonction dérivable sur $]1;+\infty[$ et définie par : $f(x) = 2 + \frac{\ln(x-1)}{x^2}$.

On désigne par (Cf) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O,I ,J). Unité graphique : 2 cm.

Partie A

Soit la fonction g dérivable sur $]1;+\infty[$ et définie par : $g(x) = \frac{x}{x-1} - 2\ln(x-1)$.

1.1. Calculer la limite de g à droite en 1.

1.2. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2.1. Démontrer que $\forall x \in Dg, g'(x) = \frac{1-2x}{(x-1)^2}$.

2.2. Déterminer le sens de variation de g.

2.3. Dresser le tableau de variation de g.

3.1. Démontrer que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution α.

Vérifier que : $3{,}093 < \alpha < 3{,}094$.

3.2. Démontrer que : $\forall x \in]1;\alpha[, g(x) > 0$ *et* $\forall x \in]\alpha;+\infty[, g(x) < 0$.

Partie B

1. Démontrer que la droite (D) d'équation $y=2$ est asymptote à (Cf).

2. Déterminer les coordonnées du point B d'intersection de (Cf) et (D).

3. Démonter que $\forall x > 1, f'(x) = -\frac{g(x)}{x^3}$.

4.1. Déterminer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x et en déduire le sens de variation de f.

4.2. Dresser le tableau de variation de f.

5. α étant le nombre réel défini à la question 5 de la partie A,

5.1. Démontrer que : $f(\alpha) = 2 + \frac{1}{2\alpha(\alpha-1)}$

5.2. En déduire une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 2.10-3 près par défaut.

6. Tracer la courbe (Cf).

Partie C

Soit β un nombre réel appartenant à l'intervalle $]1;2[$. On désigne par $\mathcal{A}(\beta)$ l'aire de la partie (E) délimitée par (Cf), la droite (D) et les équations de droites $x = \beta$ et $x = 2$.

1. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$ différent de 0 et 1

$\frac{1}{x(x-1)} = \frac{-1}{x} + \frac{1}{(x-1)}$

2. Exprimer $\int_{\beta}^{2} \frac{1}{x(x-1)} dx$ en fonction de β.

3. A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que $\mathcal{A}(\beta) = \frac{(\beta-1)\ln(\beta-1)}{\beta} - \ln(\beta) + \ln 2$.

4. En déduire $\lim_{\beta \to 1} \mathcal{A}(\beta)$.

EXERCICE 4

Une usine fabrique et commercialise des sachets de poudres de cacao. Sa capacité journalière de production est comprise entre 1000 et 3000. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révèle que le bénéfice journalier, exprimé en milliers de francs CFA, réalise pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle [1 ;3] par la fonction définie par : $B(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x + 2 + 2\ln x$.

Le directeur de l'usine veut accroître le chiffre d'affaire de l'entreprise. Il demande donc au comptable de l'usine le nombre de sachets en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. Le comptable t'associe à ce projet.

Détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour un bénéfice maximal.

EXERCICE 1

Répond par vrai avec la lettre V et faux avec la lettre F les affirmations suivantes :

1. Il y a une bonne ou forte corrélation linéaire si le coefficient est plus petit que 0,8.
2. Le coefficient de corrélation à toujours le même signe que la covariance.
3. Si la valeur absolue du coefficient de corrélation n'appartient pas à [0,87 ; 1] on peut faire une estimation dans ce cas.
4. La formule du coefficient directeur de la droite de régression D de y en x est : $a = \frac{\text{cov}(x,y)}{v(y)}$.
5. Le point moyen G d'une série statistiques n'appartient pas à la droite de régression D.

EXERCICE 2

Répond par vrai avec la lettre V et faux avec la lettre F les affirmations suivantes :

1. Toute suite décroissante et majorée est convergente.
2. Une suite u_n majorée par a est $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > a$.
3. Une suite u_n est dite croissante lorsque $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} < u_n$.
4. Deux suites sont dites adjacentes si elles ont la même limite.
5. La limite d'une suite géométrique exprimer par : $u_n = u_0 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$, a pour limite en $+\infty$, 0.

EXERCICE 3

Le tableau ci-dessous donne le nombres d'adhérents fréquentant une salle de sport depuis janvier 2017.

Mois (Xi)	Nombre d'adhérents (Yi)
1	110
2	116
3	122
4	137
5	162
6	155
7	160
8	150
9	179
10	194
11	206
12	198

1. Représenter le nuage de points Mi (Xi ; Yi) dans un repère orthogonal. (On prendra en abscisse :1 cm pour 1 mois et en ordonné : 1 cm pour 10 adhérents. L'origine du repère est (0 ; 100).
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G.

3. Calculer la variance V(X) et la covariance COV (X ; Y) de cette série statistique.
4. Justifier qu'une équation de la droite d'ajustement de Y en X par la méthode des moindres carrés est :
Y = 8,60 X + 101,48.
5. Calculer le coefficient de corrélation linéaire et donner une interprétation du résultat obtenu.
6. a) Déduis des questions précédentes le nombre prévisible d'adhérents en décembre 2019.
b) En quelle année va-t-il atteindre les 514 adhérents ? justifier votre réponse.

EXERCICE 4

A tout point M d'affixe z diffèrent de -2i, on associe le point M' d'affixe Z telle que : $Z = \frac{z-2+i}{z+2i}$
1. On pose Z= X + IY et z= $x+iy$ avec x et y des réels. Démontrer que
$X = \frac{x^2+y^2-2x+3y+2}{x^2+(y+2)^2}$ et $Y = \frac{-x+2y+4}{x^2+(x+2)^2}$

2. Déduis-en :
2.1. L'ensemble des points M d'affixe z tels que Z soit un réel ;
2.2. L'ensemble des points M d'affixe z tels que Z soit un imaginaire pur ;
2.3. Représenter ces deux ensembles dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique : 2 cm.

EXERCICE 5

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{1}{1-xe^{-x}}$.
On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct (O , I, J)
Unité graphique : 2 cm.

Partie A

Soit g la fonction sur $\mathbb{R}$: $g(x) = 1 - xe^{-x}$.
1. Déterminer que : $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = (x-1)e^{-x}$.
2. Déterminer le sens de variation de g puis, dresser le tableau de variation de g (sans limites aux bornes).
3. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) > 0$

Partie B

1. Démontrer que l'ensemble de f est $\mathbb{R}$.
2. Calculer la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$. En donner une interprétation graphique.
3.1.1. Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{(1-x)xe^{-x}}{(1-xe^{-x})^2}$.
3.1.2. Déterminer le sens de variation de f puis dresser le tableau de variation de f.
3.1.3. Déterminer qu'une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 0 est $y=x+1$.
3.1.4. Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x)-x-1 = \frac{(x+1-e^x)xe^{-x}}{1-xe^{-x}}$.
3.1.5. Déterminer le signe de la fonction h telle que : $h(x) = x+1-e^x$
3.1.6. Déduire de la question précédentes les positions relative de (C) et de (T).
3.1.7. Construire (T) et (C).

EXERCICE 6

Une conférence a été prononcée dans une ville pour inviter la population à investir. Les élèves de terminale y ont été invités. A cette occasion, le conférencier a affirmé que le pouvoir d'achat d'un dollar actuel dans t années sera donné par la formule suivante : 0.95^t.

1. Etudier les variations de cette fonction.
2. Représenter graphiquement cette fonction dans le plan muni d'un repère.
3. Déterminer dans combien d'années le pouvoir d'achat sera la moitié de ce qu'il est aujourd'hui.