République de Côte-d'Ivoire
Union – Discipline – Travail

BAC Blanc - Février 2015
Série : D
Coefficient : 4
Durée : 4 H

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

1. a. Trouver les réels a, b et c tels que pour tout x élément de $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$
$\frac{x^2-1}{2x-1} = ax + b + \frac{c}{2x-1}$
   b. En déduire la primitive sur $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$ de la fonction $f(x) = \frac{x^2-1}{2x-1}$ qui s'annule en -3.
2. Soit g la fonction définie sur $[0; \frac{\pi}{3}]$ par $g(x) = \frac{sin^3 x}{1-2cosx}$
   a. En remarquant que $sin^3x = sinx.\,sin^2x$, montrer que :
   $g(x) = sinx.\,f(cosx)$
   b. En déduire à l'aide de la question 1, la primitive sur $[0 ; \frac{\pi}{3}]$ de la fonction g qui prend la valeur $\sqrt{3}$ en 0.

EXERCICE 2

1. Monsieur TRO participe à une cérémonie de bienfaisance avec 4 autres personnes. Il a dans son porte monnaie deux billets de 500 F, un billet de 1 000 F, un billet de 2 000 F, un billet de 5 000 F et un billet de 10 000 F. Pour donner sa participation, il prend au hasard trois billets de son porte monnaie.
   Quelle est la probabilité pour qu'il tire :
   a. 2 billets de 500 F.
   b. Exactement un billet de 500 F.
2. Monsieur TRO décide de donner parmi les trois billets tirés celui qui a la plus grande valeur. X est la variable aléatoire égale la valeur du billet qu'il donne.

a. Quelles sont les valeurs prises par X ?

b. Justifier que $P(X = 5\,000) = \frac{3}{10}$

c. Donner la loi de probabilité de X.

d. Calculer l'espérance mathématique de X.

3. On admet que chacune des 5 personnes présente donne un billet et la probabilité pour chaque personne de donner 5 000 F est $\frac{3}{10}$.

Calculer la probabilité pour que :

a. Exactement 3 personnes donnent chacune 5 000 F.

b. Au moins une personne donne 5 000 F.

PROBLEME

Partie A

g est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $\begin{cases} g(x) = 2e - x(1 + lnx) & si\ x > 0 \\ g(0) = 2e \end{cases}$

1. a. Justifier que g est continue en 0.
   b. g est-elle dérivable en 0 ?
2. Calculer $g'(x)$ la dérivée de g pour $x \in]0; +\infty[$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $-2 - lnx > 0$.
4. En déduire les variations de g.
5. a. Calculer $g(e)$.
   b. Justifier que si $x < e$; $g(x) > 0$ et si $x > e$; $g(x) < 0$.

Partie B

f est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = (2e - x)lnx$. (C_f) est sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O ; I ; J). Unité graphique 1 cm.

1. a. Calculer la limite de f en 0.
   b. Calculer la limite de f en $+\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation graphique de ces résultats.

2. a. Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.
   b. En déduire les variations de f et dresser le tableau de variation de f.
3. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$. En déduire les coordonnées de (C_f) avec la droite (OI).
   b. Tracer (C_f).

Partie C

h est la restriction de f à $]0; e]$.

a. Justifier que h est une bijection de $]0; e]$ sur un intervalle à préciser.
b. Calculer $(h^{-1})'(0)$.