

BACCALAURÉAT
SESSION 2021

Durée : 4 H
Coefficient : 4

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3 et 3 sur 3.

Chaque candidat recevra deux(2) feuilles de papier millimétré.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chaque énoncé, écris **Vrai** si l'énoncé est vrai ou **Faux** si l'énoncé est faux.

Aucune justification n'est demandée.

N°	Énoncé
1.	La fonction $\ln$ est strictement décroissante sur $]0 ; +\infty[$.
2.	La fonction $\ln$ est la primitive sur $]0 ; +\infty[$ de la fonction : $x \mapsto \frac{1}{x}$ qui s'annule en 1.
3.	On considère la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$ La suite u est une suite arithmétique.
4.	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K . a et b sont deux éléments de K tels que $a < b$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de $[a ; b]$, $m \leq f'(x) \leq M$, alors $m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncé incomplet	Réponses
1.	Soit u la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = -2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} \end{cases}$ La suite u a pour limite ...	A $-\infty$.
		B 2.
		C 0.
		D $-\infty$.
2.	L'inéquation (E) : $x \in \mathbb{R}, \ln x - 1 \leq 0$, a pour ensemble de solutions ...	A $] -\infty ; e]$.
		B $]0 ; e]$.
		C $[e ; +\infty[$.
		D $\emptyset$.

3.	On pose : $z = -\sqrt{3} + i$. On note r le module de z et θ l'argument principal de z . r et θ vérifient ...	A	$r = 2$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$.
		B	$r = 2$ et $\theta = \frac{-5\pi}{6}$.
		C	$r = 2$ et $\theta = \frac{2\pi}{3}$.
		D	$r = 1$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$.
4.	Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. Soient I et J les points d'affixes respectives 1 et i . On note (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant : $ z - 1 = z - i $. (Γ) est ...	A	la droite (IJ) privée du segment [IJ].
		B	la droite (IJ).
		C	la médiatrice du segment [IJ].
		D	le cercle de centre I et de rayon 1.
5.	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K telle que : $\forall x \in K, f'(x) > 0$. f est une bijection de K vers $f(K)$. $\forall a \in f(K), (f^{-1})'(a)$ est égal à ...	A	$\frac{1}{f'(a)}$.
		B	$\frac{-1}{f^{-1}(a)}$.
		C	$f'(f^{-1}(a))$.
		D	$\frac{1}{f'(f^{-1}(a))}$.

EXERCICE 3 (3 points)

Dans une ville, 30% de la population ont un âge supérieur ou égal à 65 ans.
 60% des personnes ayant un âge supérieur ou égal à 65 ans sont atteintes de la Covid-19 :
 0,1% des personnes de moins de 65 ans sont atteintes de la Covid-19.

1. On prend une personne au hasard et on donne les événements suivants :

S « la personne a un âge supérieur ou égal à 65 ans » ;

C « la personne est atteinte de la Covid-19 ».

a) Dresse un arbre pondéré qui représente la situation.

b) Donne la probabilité $P_S(C)$ des personnes atteintes de la Covid-19 sachant qu'elles ont plus de 65 ans.

c) Calcule la probabilité pour que la personne ait au moins 65 ans et soit atteinte de la Covid-19.

2. Justifie que la probabilité de l'évènement C est : 0,1807.

3. On prend au hasard n personnes dans la ville et on note P_n la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 ($n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$).

a) Justifie que : $\forall n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}, P_n = 1 - (0,8193)^n$.

b) Détermine le nombre minimal de personnes pour que la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 dépasse 99,99%.

EXERCICE 4 (4 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x + 1)e^{1-x} - x + 1$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

L'unité graphique est le centimètre.

1. On admet que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

Interprète graphiquement ces résultats.

2. a) Calcule la limite de f en $+\infty$.

b) Justifie que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

3. Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = xe^{1-x} + 1$.
 On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle $[-0,4 ; -0,2]$ tel que $g(\alpha) = 0$ et
- $$\begin{cases} \forall x \in]-\infty ; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha ; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$$
- On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
- Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$.
 - Étudie le sens de variation de f .
 - Dresse le tableau de variation de f .
4. On admet que (C) est au dessus de (D) sur $[-1 ; +\infty[$ et au dessous de (D) sur $]-\infty ; -1]$.
 Construis (C) (Tu prendras : $\alpha = -0,3$ et $f(\alpha) = 3,9$).
5. a) Interprète graphiquement l'intégrale K telle que : $K = \int_0^1 (f(x) - (-x + 1)) dx$.
 b) Justifie, à l'aide d'une intégration par parties, que : $K = 2e - 3$.

EXERCICE 5 (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique le centimètre.
 On réalisera une figure que l'on complètera tout au long de l'exercice.
 On note A et B les points d'affixes respectives 8 et $4 + 4i$.

1. On considère la similitude directe S de centre O telle que : $S(A) = B$.
- Justifie que la similitude directe S a pour écriture complexe : $z' = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i)z$.
 - Détermine le rapport et l'angle de S .
2. On considère les points A_n tels que : $\begin{cases} A_0 = A \\ \forall n \in \mathbb{N}, A_{n+1} = S(A_n) \end{cases}$
- On désigne par z_n l'affixe du point A_n .
- Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, z_n = 8(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i)^n$.
 - Démontre que le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle et isocèle en A_{n+1} .
3. a) Place successivement les points A_0, A_1, A_2, A_3 et A_4 .
 b) Justifie que l'aire a_1 en cm^2 , du triangle OA_0A_1 est 16.
 c) Déduis du résultat précédent l'aire a , en cm^2 , du polygone $A_0A_1A_2A_3A_4$.

EXERCICE 6 (5 points)

Une société fabrique et commercialise des produits cosmétiques. Les relevés, en millions de Francs CFA, des frais publicitaires mensuels de la société et de son chiffre d'affaires mensuel sont consignés dans le tableau suivant.

Frais publicitaires	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires	60	66	69	75	81

Le directeur commercial veut investir davantage dans la publicité pour que le chiffre d'affaires mensuel atteigne 100 millions de Francs CFA.

Informée du problème, sa fille, qui est une de tes camarades de classe, te sollicite pour trouver le montant des frais à investir dans la publicité afin d'atteindre 100 millions comme chiffres d'affaires.

Fais une proposition argumentée.

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

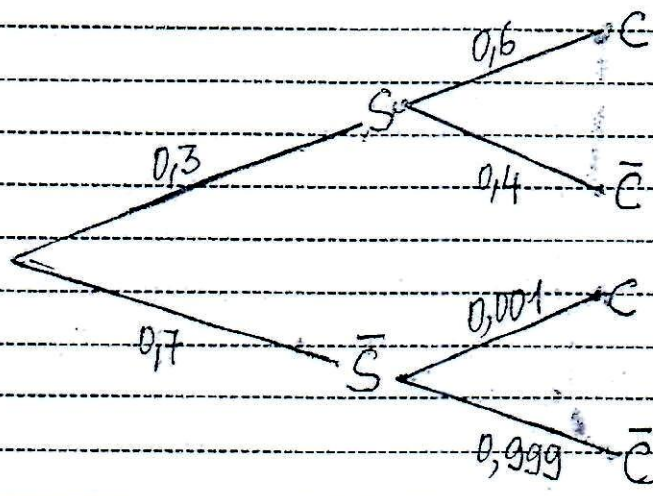
BACCALAUREAT – SESSION 2021

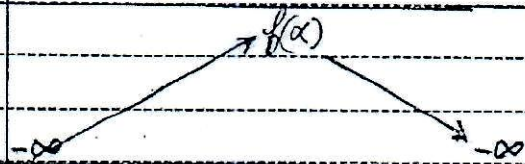
EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 06-07-2021 HEURE :

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) : D

CORRIGE	BAREME
Ce barème est national. Il ne peut être modifié. Certaines réponses ont été rédigées à titre indicatif. Cependant, toute autre démarche correcte sera acceptée. Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui a conduit au résultat. A un résultat correct non justifié ou incorrectement justifié on accordera la moitié des points, sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas, on attribuera la note zéro. Toute faute sera sanctionnée une seule fois. En conséquence, on appréciera les réponses en fonction des résultats obtenus précédemment par le candidat même si ces résultats intermédiaires sont faux.	

CORRIGE				BAREME
<u>EXERCICE 1</u> (2 points)				
1. F	2. V	3. F	4. V	4 x 0,5 pts
<u>EXERCICE 2</u> (2 points)				
1. B	2. B	3. A		3 x 0,5 pts
4. C	5. D			2 x 0,25 pts
<u>EXERCICE 3</u> (3 points)				
1. a)				0,5 pt
b)	$P_S(C) = 0,6$ - - - - -			0,25 pt
c)	$P(SnC) = P_S(C) \times P(S)$			
	$P(SnC) = 0,6 \times 0,3 = 0,18$			0,5 pt
2.	$P(C) = P(SnC) + P(\bar{S}nC)$			
	$P(C) = 0,18 + 0,7 \times 0,001 = 0,1807$			0,5 pt
3. a)	Justification correcte			0,5 pt
b)	$P_n > 0,9999$			
	On trouve : $n = 47$			0,75 pt

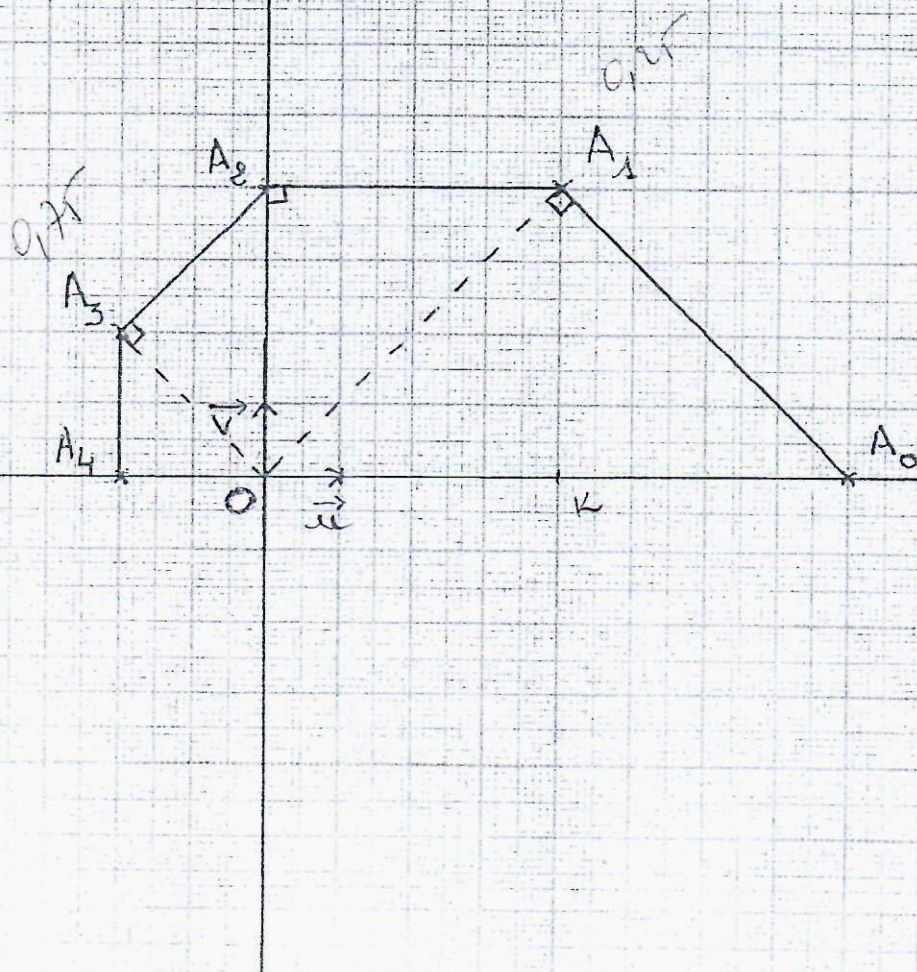
CORRIGE	BAREME												
<u>EXERCICE 4 (4 points)</u>													
1. (C) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de la droite (D)	0,25 pt												
2. a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	0,5 pt												
b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (-x+1)) = 0$													
Donc la droite (D) d'équation $y = -x+1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$	0,5 pt												
3. a) Justification correcte.	0,5 pt												
b) $\forall x \in]-\infty; \alpha[, f'(x) > 0$ $\forall x \in]\alpha; +\infty[, f'(x) < 0$ D'où f est strictement croissante sur $]-\infty; \alpha]$ D'où f est strictement décroissante sur $]\alpha; +\infty[$	0,5 pt												
c)													
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0 -</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$		+	0 -	$f(x)$				0,25 pt
x	$-\infty$	α	$+\infty$										
$f'(x)$		+	0 -										
$f(x)$													
4. Construction de (C) Voir feuille annexe 1	0,5 pt												

CORRIGE	BAREME
5-a) K est, en unités d'aire, l'aire du domaine du plan limité par la courbe (C), la droite (D), la droite (OJ) et la droite d'équation $x=1$	0,5 pt
b) Posons: $\begin{cases} u(x)=x+1 \\ v'(x)=e^{1-x} \end{cases}$. On a: $\begin{cases} u'(x)=1 \\ v(x)=-e^{1-x} \end{cases}$	
$K = \left[-(x+1)e^{1-x} \right]_0^1 + \int_0^1 e^{1-x} dx$	0,5 pt
$K = 2e - 3$	
<u>EXERCICE 5 (4 points)</u>	
1. a) Justification correcte	0,5 pt
b) Rapport: $\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,25 pt
Angle: $\frac{\pi}{4}$	0,25 pt
2. a) Soit la proposition $P_n: \left\langle \left\langle z_n = 8 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \right)^n \right\rangle \right\rangle$	
• Vérifier que P_0 est vraie • Supposer que P_k est vraie pour un entier naturel k et démontrer que P_{k+1} est vraie • Conclusion	0,75 pt
b) Justification correcte	0,5 pt
3. a) Voir feuille annexe 2	0,75 pt
b) Justification correcte	0,5 pt
c) $a = \text{aire}(OA_0A_1) + \text{aire}(OA_1A_2) + \text{aire}(OA_2A_3) + \text{aire}(A_0A_3A_4) = 30$	0,5 pt

	CORRIGE	BAREME
	EXERCICE 6 (5 points)	
CM1 : Pertinence	Annonce du titre de la leçon :	(0,75 pt)
Identification du modèle correspondant au problème posé	* Exemple : Pour répondre au problème qui est posé, je vais utiliser les statistiques	1 indic sur 4 → 0,25 pt
Pertinence des choix opérés sur les données de la situation	Etapes de la résolution * Je vais calculer $\bar{x}$, $\bar{y}$, $V(x)$, $V(y)$ et $Cov(x, y)$	2 indic sur 4 → 0,5 pt
	Puis calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre x et y pour voir s'il y a une forte corrélation linéaire entre x et y	3 indic sur 4 → 0,75 pt
	* Et, déterminer une équation de la droite (D) de régression de y en x	
	* Enfin, je vais remplacer y par 100 pour déterminer les frais publicitaire	
CM2 : Utilisation	$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$	(2,5 pts)
Correcte des outils mathématiques, choix correcte des outils appropriés, règles de définitions et propriétés	$\bar{y} = \frac{60+66+69+75+81}{5} = 70,20$	1 indic sur 10 → 0,1 pt
	$V(x) = \frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2}{5} - 3^2 = 2$	2 indic sur 10 → 0,2 pt
	$V(y) = \frac{60^2+66^2+69^2+75^2+81^2}{5} - (70,20)^2 = 52,56$	3 indic sur 10 → 0,3 pt
	$Cov(x, y) = \frac{1 \times 60 + 2 \times 66 + 3 \times 69 + 4 \times 75 + 5 \times 81}{5} - 3 \times 70,20$	4 indic sur 10 → 0,4 pt
	$Cov(x, y) = 10,20$	5 indic sur 10 → 0,5 pt
	$r = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{V(x)} \sqrt{V(y)}} = \frac{10,20}{\sqrt{2} \times \sqrt{52,56}} = 0,99$	6 indic sur 10 → 0,6 pt
	(D) : $y = ax + b$	
	$a = \frac{Cov(x, y)}{V(x)} = \frac{10,20}{2} = 5,1$	

CORRIGE		BAREME
	$b = \bar{y} - a\bar{x} = 70,2 - (5,1) \times 3 = 54,9$ $①: y = 5,1x + 54,9$ Pour $y = 100$ $x = \frac{100 - 54,9}{5,1}$ On peut prendre $x = 8,85$ (8,66) le Directeur Commercial doit investir 8850.000 FCFA	
CM3: Cohérence de la réponse	de résultat est conforme à la valeur attendue ($\bar{x}, \bar{y}, \dots$)	1,25 pt
Cohérence entre les étapes et la démarche,	de résultat produit est en adéquation avec la démarche	1 indic sur 3 → 1pt
Cohérence dans la démonstration	la qualité des enchainements	2 indic sur 3 → 1,25pt
CP: Critère de Perfectionnement	Concision originalité Présentation	0,5 pt
		1 indic sur 3 → 0,25pt
		2 indic sur 3 → 0,5pt

ANNEXE 2



ANNEXE 1

