



NON GALL

LA PEROUSE

Collège crée par un collectif d'enseignants de l'Université et des Lycées

BP 1484 Abidjan 22

☎ 22496049-07056738-03718818

ANNEE SCOLAIRE 2020-2021	DEVOIR DE MATHEMATIQUES	NIVEAU : Tle D
C.E. MATHEMATIQUES		DUREE : 3H 30
		DATE : 10/02/2021

Exercice n°1

Ecris le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	Soit f une fonction continue et strictement monotone sur $[a ; b]$. Si $f(a) \times f(b) < 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions dans l'intervalle $]a ; b[$.
2	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$ par : $f(x) = \ln 1 - x^2 $. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$, $f'(x) = \frac{-2x}{ 1-x^2 }$.
3	L'ensemble de validité de l'équation (E) : $\ln(4 - x^2) = \ln(x - 1)$ est : $E_V =]1 ; 2[$.
4	Soit f une fonction continue sur un intervalle K et F une primitive de f sur K . Alors toutes les primitives de f sur K sont les fonctions $x \mapsto F(x) + c$ ($c \in \mathbb{R}$).

Exercice n°2

Pour chaque proposition, quatre réponses sont données et une seule est correcte. Ecris le numéro de la proposition suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Propositions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1	Le système $\begin{cases} 5 \ln x + 2 \ln y = 26 \\ 2 \ln x - 3 \ln y = -1 \end{cases}$ a pour solution le couple :	$(4 ; 3)$	$(e^3 ; e^4)$	$(3 ; 4)$	$(e^4 ; e^3)$
2	La limite à droite en 0 de $\left(\frac{1}{x} + \ln x\right)$ est égale à :	0	$-\infty$	1	$+\infty$
3	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto \cos x \sin^8 x$ est la fonction :	$x \mapsto \frac{\sin^8 x}{8}$	$x \mapsto \frac{\cos^8 x}{8}$	$x \mapsto \frac{-\sin^8 x}{8}$	$x \mapsto \sin^8 x$
4	La fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \ln\left(\frac{2-x}{x+3}\right)$ a pour ensemble de définition :	$]0 ; +\infty[$	$] -3 ; 2[$	$] -\infty ; -3[$	$]2 ; +\infty[$

NONGNI

Exercice n°3

Dans cet exercice, les probabilités demandées seront arrondies au centième.

Un grossiste achète des boîtes de thé vert chez deux fournisseurs A et B.

Il achète 80% de ses boîtes chez le fournisseur A et 20% chez le fournisseur B.

Une étude a montré que 10% des boîtes provenant du fournisseur A présentent des traces de pesticides et 20% des boîtes provenant du fournisseur B présentent aussi des traces de pesticides.

On prélève au hasard une boîte de thé vert du stock du grossiste et on considère les évènements suivants :

- évènement A : « la boîte de thé vert provient du fournisseur A ».
 - évènement B : « la boîte de thé vert provient du fournisseur B ».
 - évènement S : « la boîte de thé vert présente des traces de pesticides ».
1. Traduis les données de l'énoncé sous forme d'un arbre pondéré.
 2. Calcule la probabilité que la boîte provienne du fournisseur B et présente des traces de pesticides.
 3. a) Démontre que la probabilité que la boîte présente des traces de pesticides est 0,12.
b) Déduis-en la probabilité que la boîte ne présente aucune trace de pesticides.
 4. On constate que la boîte prélevée présente des traces de pesticides. Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur B ?
 5. Le gérant d'un salon de thé achète de façon indépendante 10 boîtes de thé vert chez le grossiste précédent. On considère la variable aléatoire X donnant le nombre de boîtes de thé vert sans trace de pesticides parmi ces 10 boîtes.
 - a) Justifie que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b) Etablis la loi de probabilité de X.
 - c) Calcule la probabilité que les 10 boîtes soient sans trace de pesticides.
 - d) Calcule la probabilité qu'au moins 8 boîtes ne présentent aucune trace de pesticides.

Exercice n°4

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$.

1. Calcule les limites de g à droite en 0 et en $+\infty$.
2. a) Démontre que : $\forall x \in]0 ; +\infty[, g'(x) = -\frac{1}{(2x+1)^2} - \frac{1}{x}$.
b) Etudie le sens de variation de g et dresse son tableau de variation.
3. a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0 ; +\infty[$.
b) Justifie que : $1,8 < \alpha < 1,9$.
4. Démontre que : $\forall x \in]0 ; \alpha[, g(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha ; +\infty[, g(x) < 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2 \ln x}{x^2 + x}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J).

Unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées.

1. a) Calcule la limite de f à droite en 0 et interprète graphiquement ce résultat.
 b) Calcule la limite de f en $+\infty$ et donne une interprétation graphique du résultat.
2. a) Démontre que : $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $f'(x) = \frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2} \times g(x)$.
 b) Etudie le sens de variation de f .
3. a) Dresse le tableau de variation de f .
 b) Démontre que : $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$.
4. Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
5. Trace (T) et (C). On prendra : $\alpha = 1,85$ et $f(\alpha) = 0,2$.

Exercice n°5

Un artisan confectionne chaque jour entre 1 et 8 objets de décoration destinés à la vente.

Une étude montre que le bénéfice journalier de cet artisan, exprimé en milliers de francs CFA, réalisé pour la confection et la vente de x objets est modélisé sur l'intervalle $[1 ; 8]$ par la fonction B définie par : $B(x) = 30 \ln(x) + 10 - 10x$.

N'ayant pas de connaissances solides en mathématiques, il te fait appel pour connaître le nombre d'objets à confectionner quotidiennement pour que son bénéfice soit maximal et aussi savoir à partir de quelle quantité d'objets confectionnés il pourrait travailler à perte.

1. Détermine le nombre d'objets de décoration à confectionner pour qu'il puisse avoir un bénéfice maximal.
2. Détermine à partir de quelle quantité d'objets l'artisan travaille à perte.