

Lycée Moderne GOK
Classe : 1leD

Devoir de Mathématique N°1

Durée : 4 heures
Coefficient : 4

*Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1/2 ; 2/2.
 Tout modèle de calculatrice scientifique non graphique est autorisé.*

Exercice 1 (2 points)

Ecris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmation
1	f une fonction continue sur $[-3 ; 3]$ telle que $f([-3 ; 3]) = [-1 ; 1]$, l'équation $f(x) = -1,5$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[-3 ; 3]$.
2	La probabilité de tout évènement est un nombre positif supérieur ou égal à 1
3	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(a-x)^3} = +\infty$
4	Soit f une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} . Si f est décroissante et majorée sur $] -1; 3]$, alors f a pour limite 3 à gauche de -1

Exercice 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont données dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la réponse.

N°	Affirmations	Réponses	
		A	B
1.	f et g sont deux fonctions. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -1$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x) = \dots$	A	$+\infty$
		B	-1
		C	1
		D	$-\infty$
2.	A et B sont deux évènements d'une expérience aléatoire. $P(A) = 0,4$ $P(A \cup B) = 0,75$ et $P(A \cap B) = 0,2$ donc $P(B) =$	A	0,55
		B	0,95
		C	1
		D	-0,55
3.	f est une fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x} - x^2$. La courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère (O, I, J) admet...	A	une branche parabolique de direction (OJ) en 0
		B	une branche parabolique de direction (OI) en $-\infty$
		C	une branche parabolique de direction (OJ) en $+\infty$
		D	une branche parabolique de direction (OI) en $+\infty$
4.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2-2 \cos(x)}{x^2} \right)$ est égal à :	A	$+\infty$
		B	0
		C	1
		D	-1

Exercice 3 (3 points)

Soit la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{3x}{\sqrt{2x+4}-2}$$

1. Détermine l'ensemble de définition D_f de f .
2. a) Justifie que f admet un prolongement par continuité en 0.
 b) Précise ce prolongement.

Exercice 4 (3 points)

Une radio locale organise un sondage pour ses auditeurs. Ceux-ci doivent choisir 3 artistes chanteurs dans une liste de 15 artistes chanteurs qui leur sont proposés (il n'y a pas d'ex aequo dans le classement). La liste des 15 chanteurs se compose comme suit : 5 chanteurs tradi-modernes, 5 chantres et 5 chanteurs de variétés.

On suppose à priori que tous les chanteurs ont la même chance d'être choisi.

1. Justifie que le nombre de classement possibles est 455
2. Calcule la probabilité des évènements suivants :
 - a) E : « Deux chantres occupent les deux premières places du classement »
 - b) F : « Il y a au moins un chanteur tradi- moderne dans la liste des trois »
 - c) G : « Il y a exactement trois chanteurs de variétés dans le classement »

Exercice 5 (5 points)

A Soit g la fonction dérivable et définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

1. a) Calcule la limite de g en $-\infty$ et en $+\infty$
 b) Donne une interprétation graphique de ces résultats.
 c) Déduis-en un encadrement de g .
2. a) Justifie que $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$
 b) Déduis-en le sens de variation de g sur \mathbb{R}

B On donne f la fonction dérivable et définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \sqrt{x^2+1} - 2x$. Soit (C_f) la représentation graphique de f dans le repère orthonormé (O, I, J) ; unité graphique : 1cm

1. a) Calcule la limite de f en $-\infty$.
 b) Justifie que la limite de f en $+\infty$ est $-\infty$
2. a) Justifie que pour tout nombre réel $x, f'(x) = g(x) - 2$.
 b) Déduis-en que f est strictement décroissante sur \mathbb{R}
3. Démontre que f réalise une bijection sur \mathbb{R} .
4. Trace la courbe (C_f) représentative de f .

Exercice 6 (5 points)

Un salon de couture confectionne et vend des chemises prêtes à porter. Il dispose d'une longueur journalière x en mètre de tissus appartenant à $[52 ; 55]$.

La production journalière dépend de la longueur x de tissu utilisé et s'exprime par

$$C(x) = 10(x - 50)^3 - 120x + 6000.$$

Le Responsable du salon de couture s'interroge sur la longueur de tissus indispensable par jour pour que le coût de production journalier s'annule.

Sollicité, tu entreprends, à partir de tes connaissances mathématiques, de lui fournir une valeur approchée à 0,1 près.