

**DEVOIR DE NIVEAU n°1**

*Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1; 2 et 3  
 Tout modèle de calculatrice scientifique non graphique est autorisé.*

**EXERCICE 1 1 point**

Ecris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse

N°	Affirmations
1	Lorsque $f^{-1}$ est dérivable en $y_0$ on a $(f^{-1})'(y_0) = \frac{-1}{f'(f^{-1}(y_0))}$
2	L'espérance mathématique d'une variable aléatoire X dont la loi de probabilité est loi binomiale de paramètres $n$ et $p$ est $np(1 - p)$
3	La fonction $x \mapsto  x $ est dérivable en 0
4	Lorsqu'une fonction $g$ est dérivable et monotone sur un intervalle K alors elle réalise une bijection de K vers $g(K)$ .

**EXERCICE 2 3 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Indique son numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse

		<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>
<b>1</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos(x)}{x} =$	$+\infty$	0	1
<b>2</b>	f est une fonction et (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère (O ; I ; J) et a un élément de Df  si $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty$ alors	(C) admet une demi-tangente verticale dirigée vers le bas	(C) admet une demi-tangente verticale dirigée vers le haut	(C) admet une demi-tangente de coefficient directeur $f'(a)$

<b>3</b>	Soit $f(x) = -2x + \frac{2}{3}\sqrt{x}(x - 3)$ $\forall x \in ]0; +\infty[ , f'(x) =$	$-2 + \frac{x - 3}{3\sqrt{x}}$	$\frac{-1 + x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$	$\frac{-2\sqrt{x} + x}{3\sqrt{x}} - 2$								
<b>4</b>	Soit X une variable aléatoire dont la loi est donnée par le tableau suivant  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x_i</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">40</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">50</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">70</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>p(X = x_i)</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"><math>\frac{1}{4}</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"><math>\frac{1}{4}</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"><math>\frac{1}{2}</math></td> </tr> </table> L'espérance mathématique $\sigma(X)$ est ;	$x_i$	40	50	70	$p(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	-22,74	58,46	57,5
$x_i$	40	50	70									
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$									

**EXERCICE 3 2 points**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b + \sqrt{x^2 + 1}$  et  $(Cf)$  sa courbe représentative de  $f$  dans un repère  $(O, I, J)$  et la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = -3x$

Détermine  $a$  et  $b$  pour que la droite  $(\Delta)$  soit asymptote oblique à  $(Cf)$  en  $-\infty$

**EXERCICE 4 3 points**

Dans cet exercice, les probabilités demandées seront données sous forme décimale, éventuellement arrondies à  $10^{-3}$  près.

Une revue professionnelle est proposée en deux versions : une édition papier et une édition électronique. Il est possible de s'abonner à une seule des deux éditions ou les deux.

L'éditeur de la revue a chargé un centre d'appel de démarcher les personnes figurant sur la liste de lecteurs potentiels

On admet que lorsqu'un potentiel est contacté par un employé du centre d'appel, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition papier est égale 0,4 ; s'il s'abonne à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à l'édition électronique est 0,2 ; s'il ne s'abonne pas à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition électronique est égale à 0,3

On note :

$A$  l'événement << la personne s'abonne à l'édition papier >>

$B$  l'événement << la personne s'abonne à l'édition électronique >>

- 1- Construis l'arbre de probabilité en justifiant ta réponse
- 2- Justifie que la probabilité de s'abonner à l'édition électronique est égale à 0,26

- 3- Pour chacune des personnes contactées, le centre d'appel reçoit de l'éditeur de la revue en centaine de francs CFA
- 2 francs si la personne ne s'abonne à aucune des deux éditions
  - 10 francs si la personne s'abonne uniquement à l'édition électronique
  - 15 francs si la personne s'abonne uniquement à l'édition papier
  - 20 francs si la personne s'abonne aux deux éditions
- a) Détermine la loi de probabilité de la somme perçue par le centre d'appel pour une personne contactée.
- b) Détermine la somme que le centre d'appel recevra de l'éditeur s'il parvient à contacter 7000 lecteurs potentiel
- c) Construis la fonction de répartition

**EXERCICE 5 6 points**

Partie A

g est une fonction définie sur  $]1; +\infty[$  par  $g(x) = 2 - x^2\sqrt{x^2 - 1}$

1. Calcule la limite de g en  $+\infty$ .
2. On admet que g est dérivable sur  $]1; +\infty[$ 
  - a. Justifie que  $\forall x \in ]1; +\infty[, g'(x) = \frac{-3x^3 + 2x}{\sqrt{x^2 - 1}}$
  - b. Déduis-en les variations de g puis dresse son tableau de variation
3. .
  - a. Démontre que l'équation  $\forall x \in ]1; +\infty[ g(x)=0$  admet une unique solution  $\alpha$ .
  - b. Justifie que  $1 < \alpha < 2$
  - c. Justifie que  $\begin{cases} \forall x \in [1; \alpha[, g(x) > 0 \\ \forall x \in ]\alpha; +\infty[, g(x) < 0 \end{cases}$

Partie B

Soit f une fonction définie  $]1; +\infty[$  par  $f(x) = -\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$

1. .
  - a. Calcule la limite de f en  $+\infty$
  - b. Démontre que la droite (D) d'équation  $y = -\frac{x}{2} + 1$  est une asymptote à (C) en  $+\infty$
  - c. Etudie la position de (C) par rapport à (D)
2. Etudie la dérivabilité de f en 1 puis interprète graphiquement le résultat obtenu
3. .
  - a. Démontre que  $\forall x \in ]1; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2\sqrt{x^2 - 1}}$
  - b. Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation
4. Démontre que  $f(\alpha) = -\frac{\alpha}{2} + \frac{2}{\alpha^3}$

**EXERCICE 6 5 points**

Un jeu télévisé propose quatre questions à un candidat. Pour chacune des quatre questions, l'animateur propose trois réponses possibles, une seule étant la réponse exacte.

Les questions posées lors du jeu sont indépendantes les unes des autres.

Un candidat retenu pour participer au jeu a une chance sur trois de connaître la réponse exacte à la question posée et s'il ne connaît pas la réponse exacte, il répond au hasard. Pour avoir un lot, il faut donner au moins une bonne réponse.

Elève en terminale D, tu es retenu à participer à ce jeu.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, détermine la probabilité que tu donnes au moins une bonne réponse.