LEÇON 11 : STATISTIQUE À DEUX VARIABLES

1. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Dans le cadre des recherches pour un exposé, des élèves d'une classe de Terminale ont été accrochés par les informations suivantes :
La prévision météorologique est une science en pleine évolution. Elle a pour objectif de prédire un ensemble de paramètres comme la pluviométrie, la pression atmosphérique, la température, etc.
Le tableau suivant donne les pluviométries et températures moyennes de septembre 2018 à août 2019 dans une ville.

	Sept 2018	Oct 2018	Nov 2018	Déc 2018	Jan 2019	Fév 2019	Mar 2019	Avr 2019	Mai 2019	Juin 2019	Juillet 2019	Août 2019
Pluviométrie (en mm)	13	23	49	49	50	64	79	48	40	10	5	6
Température (en °C)	23	17	14	10	10	11	13	15	17	23	27	28

La température moyenne d'octobre 2019 était de 32 °C.

Ils décident alors de chercher à savoir si la pluviométrie est liée à la température et dans ce cas, prévoir la pluviométrie d'octobre 2019.

MOTIVATION

Dans les classes antérieures, nous avons étudié les séries statistiques à une variable (ou à un seul caractère).
Face à la situation de la pandémie de la maladie à Coronavirus 2019 (COVID-19), des chercheurs ont établi un lien entre le nombre de décès lié à ce virus et l'âge des personnes testées positives.
Cette étude a donc porté sur deux caractères quantitatifs :
- X le nombre de décès
- Y l'âge des personnes testées positives.

D'où l'importance de notre leçon : STATISTIQUE A DEUX VARIABLES
Nous allons traiter en :

Plan du cours

I. Présentation de la série statistique double
II. Ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés
III. L'estimation
IV Exercice de synthèse

2. RESUME DE COURS

I. Série statistique double

1. Définition

On considère deux caractères quantitatifs X et Y sur une même population de n individus.
On note : x_1 , x_2 , x_3 ,..., x_p les valeurs(ou les modalités) du caractère X ; y_1 , y_2 , y_3 ,..., y_p les valeurs du caractère Y et n_{ij} l'effectif du couple (x_i , y_j).
On appelle série statistique double de caractère (X, Y), l'ensemble des triplets (x_i , y_j , n_{ij}).

Exemple

Une étude statistique porte sur une population de 100 ménages. Deux caractères X et Y sont étudiés :
- le caractère X est le nombre d'enfants
- le caractère Y est le nombre de pièces de l'appartement occupé.

On obtient le tableau ci-dessous qui représente le série statistique de caractère(X , Y)

Y \ X	0	1	2	3	4	5
1	6	4	1	0	0	0
2	3	11	10	5	1	0
3	1	3	16	13	4	1
4	0	1	3	5	8	4

Sur la 1ere ligne, sont inscrites les valeurs du caractère X soit
$x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$ $x_4 = 3$; $x_5 = 4$; $x_6 = 5$.
La 1ere colonne affiche les valeurs du caractère Y qui sont y_1 =1 ; y_2 =2 ; y_3 =3; y_4 =4

Les nombres qui ne sont pas dans cette ligne et cette colonne, représentent les différents n_{ij}.
Ainsi considérons le nombre 4 dans ce tableau. On constate qu'il est dans la colonne de la valeur 1 du caractère X et dans la ligne de la valeur 1du caractère Y. On dit alors il y'a 4 ménages qui ont un enfant et occupent un appartement d'une pièce.
Ainsi le couple (x_2, y_1)=(1 ;1) a pour effectif $n_{21} = 4$
Combien de ménages ont deux enfants et occupent un appartement de quatre pièces ?
On va donc considérer la colonne ayant la valeur 2 du caractère X et la ligne ayant la valeur 4 du caractère Y. L'intersection de cette ligne et de cette colonne est 3.
3ménages ont donc deux enfants et occupent un appartement quatre pièces.
Le reste des n_{ij} , trouvez-les à la maison
Ce tableau à double entrée ci-dessus est appelé tableau de contingence.

2. Tableau de séries marginales

Reprenons l'exemple précédent.
Il est question de trouver l'effectif de chaque modalité du caractère X et l'effectif de chaque valeur du caractère Y

X / Y	0	1	2	3	4	5	Total
1	6	4	1	0	0	0	11
2	3	11	10	5	1	0	30
3	1	3	16	13	4	1	38
4	0	1	3	5	8	4	21
Total	10	19	30	23	13	5	100

Considérons le caractère X
Pour trouver l'effectif de la valeur 0 on additionne tous les n_{ij} qui se trouvent dans la colonne de la valeur 0 c'est-à-dire 6+3+1+0=10. 10 ménages n'ont donc pas d'enfants.

Combien de ménages ont-ils quatre enfants ?
Il est question donc d'additionner tous les n_{ij} se trouvant dans la colonne de la valeur 4 du caractère X.
On a donc 0+1+4+8=13 ménages

On procède de la même manière pour trouver l'effectif des autres modalités du caractère X. Ainsi à chaque valeur on a son effectif dans la dernière ligne

D'où le tableau linéaire associé à X :

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	10	19	30	23	13	5

La série ainsi obtenue est appelée série marginale du caractère X.

En faisant de même avec les lignes, on obtient l'effectif de la modalité 1 du caractère Y en additionnant les n_{ij} de la ligne où se trouve cette modalité. Soit 6+4+1+0+0+0=11.
On obtient ainsi l'effectif de chaque modalité du caractère Y dans la dernière colonne du tableau.

D'où le tableau linéaire associé à Y :

y_i	1	2	3	4
n_i	11	30	38	21

La série ainsi obtenue est appelée série marginale du caractère Y.

Dressons le tableau des fréquences marginales du caractère X
On rappelle que la fréquence est l'effectif de la modalité sur l'effectif total
On obtient le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	$\frac{10}{100}$	$\frac{19}{100}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{23}{100}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{5}{100}$

De la même manière, définis le tableau des fréquences marginales du caractère Y.

y_i	1	2	3	4
f_i	$\frac{11}{100}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{38}{100}$	$\frac{21}{100}$

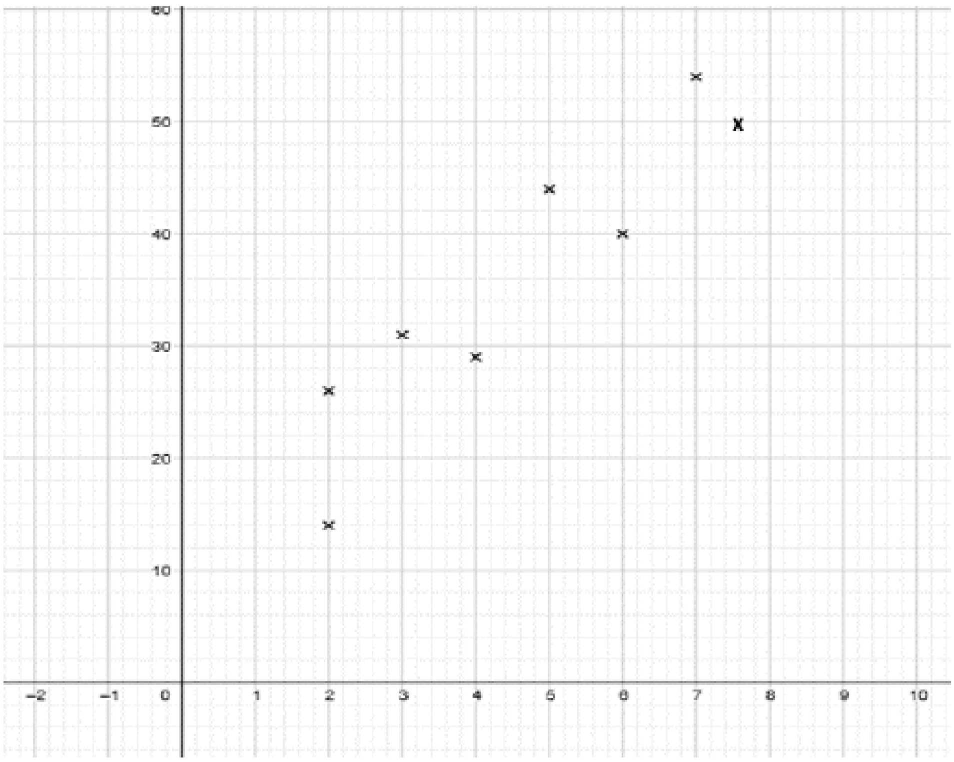
3. Nuage de points

Définition
On considère deux caractères quantitatifs X et Y sur une même population de n individus.
On note x_1 , x_2 , x_3 ,..., x_p les valeurs du caractère X,
y_1 , y_2 , y_3 ,..., y_p les valeurs du caractère Y,
On appelle nuage de points associé à la série statistique double de caractère (X, Y) les points de couple de coordonnées $(x_i ; y_j)$ d'effectifs non nuls.

Exemple
Le tableau suivant donne le nombre d'exploitations agricoles d'une région selon leur superficie en hectares.

Superficie X	2	2	3	4	5	6	7	7,6
Nombre d'exploitations Y	14	26	31	29	44	40	54	50

Représente le nuage de points associé à cette série.
Réponse



Remarque
Dans la suite, les séries doubles considérées seront comme la série de l'exemple précédent ; c'est-à-dire l'effectif n_{ij}du couple $(x_i\ ,y_j)$ vaut 1.

4. Point moyen

Définition
On appelle point moyen d'un nuage de n points M_i de coordonnées $(x_i; y_i)$ le point G de coordonnées $(x_G; y_G)$ telles que :
$x_G = \overline{X} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$; $y_G = \overline{Y} = \frac{y_1+y_2+\cdots+y_n}{n}$.

Exercice
Détermine les coordonnées du point moyen du nuage de points de la série statistique suivante :

Superficie X	2	2	3	4	5	6	7	7,6
Nombre d'exploitations Y	14	26	31	29	44	40	54	50

Réponse
C'est le point de coordonnées $(\overline{\mathrm{X}}\ ;\ \overline{\mathrm{Y}})$.
On a : $\overline{\mathrm{X}} = \frac{2+2+3+4+5+6+7+7{,}6}{8} = \frac{36{,}6}{8} = 4{,}575$
et $\overline{\mathrm{Y}} = \frac{14+26+31+29+44+40+54+50}{8} = \frac{288}{8} = 36$
Donc : G (4,575 ; 36)

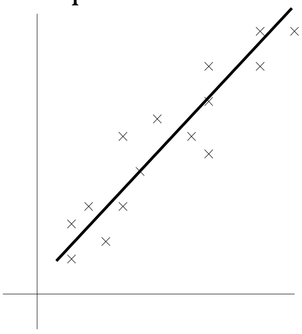
Exercice de maison
On considère la série statistique suivante :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	160	110	100	72	36	29	20	10	3

1) Représente le nuage de points de cette série statistique.
2) Détermine les coordonnées du point moyen de cette série statistique.

II. Ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés

Soit un nuage de points associé à une série statistique double représenté dans un repère orthogonal.
Faire un ajustement de ce nuage de points, c'est trouver une courbe qui passe le plus près « possible » du maximum de points de ce nuage.
Lorsque cette courbe est une droite, on dit que l'ajustement est affine ou linéaire.



Exemple d'ajustement par une droite.

1. Covariance

Définition
On appelle covariance de la série statistique double de caractère (X ; Y),
le nombre réel noté COV(X ; Y) tel que :
$\mathrm{COV}(X,Y) = \frac{1}{n}\sum n_{ij}(x_i - \overline{x})(y_j - \overline{y})$ ou
$\mathrm{COV}(X,Y) = \frac{\sum n_{ij}x_i y_j}{n} - \overline{\mathrm{X}}\,\overline{\mathrm{Y}}$.

Exercice
Calcule la covariance de la série statistique précédente

Superficie X	2	2	3	4	5	6	7	7,6
Nombre d'exploitations Y	14	26	31	29	44	40	54	50

Réponse
La covariance COV(X, Y) de cette série statistique est $\frac{\sum x_i y_j}{n} - \overline{\mathrm{X}}\,\overline{\mathrm{Y}}$
$\mathrm{COV(X,Y)} = \frac{2\times14+2\times26+3\times31+4\times29+5\times44+6\times40+7\times54+7{,}6\times50}{8} - 4{,}575 \times 36$
$\mathrm{COV(X,Y)} = \frac{1503}{8} - 164{,}7$.
Donc : $\mathrm{COV(X,Y)} = 23{,}675$

2. Coefficient de corrélation linéaire

Définition
Soit V(X) la variance de la série statistique de caractère X, V(Y) la variance de la série statistique de caractère Y et COV (X ; Y) la covariance de la série statistique (X ; Y).
On appelle coefficient de corrélation linéaire de la série statistique double (X ; Y), le nombre réel noté r tel que : $r = \frac{\mathrm{COV(X,Y)}}{\sqrt{\mathrm{V(X)}}\sqrt{\mathrm{V(Y)}}}$.

Exercice
Calcule le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique du B.1.3.

Superficie X	2	2	3	4	5	6	7	7,6
Nombre d'exploitations Y	14	26	31	29	44	40	54	50

Réponse
Le coefficient de corrélation linéaire r de cette série statistique est : $r = \frac{\mathrm{COV(X,Y)}}{\sqrt{\mathrm{V(X)}}\sqrt{\mathrm{V(Y)}}}$
On a:
• $\mathrm{V(X)} = \frac{\sum {x_i}^2}{n} - \left(\overline{\mathrm{X}}\right)^2 = \frac{2^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2+(7{,}6)^2}{8} - 4{,}575^2$
$\mathrm{V(X)} = \frac{200{,}76}{8} - 4{,}575^2 \approx 4{,}16$

• $\mathrm{V(Y)} = \frac{\sum {y_i}^2}{n} - \left(\overline{\mathrm{Y}}\right)^2 = \frac{14^2+26^2+31^2+29^2+44^2+40^2+54^2+50^2}{8} - 36^2$
$\mathrm{V(Y)} = \frac{11626}{8} - 36^2 = 157{,}25$

Donc : $r = \frac{23{,}675}{\sqrt{4{,}16\times157{,}25}} \approx 0{,}92$

Remarques
• Le coefficient de corrélation linéaire permet de voir la dépendance linéaire des deux caractères X et Y.
• Le coefficient de corrélation linéaire r est un nombre réel de même signe que COV (X, Y) et on a : $-1 \leq r \leq 1$.
• Si $|r|$ est proche de 1, c'est-à-dire en pratique : $0{,}87 \leq r < 1$ ou $-1 < r \leq -0{,}87$, alors on dit qu'il y a une bonne corrélation linéaire ou une forte corrélation linéaire entre les deux caractères X et Y.

Exemple
Interprète le coefficient de corrélation linéaire ci-dessus.

Réponse
On a : $r = 0{,}92$.
Comme $0{,}87 \leq r < 1$, il y a une forte corrélation entre la superficie et le nombre d'exploitations agricoles de cette région.

3. Droites de régressions

Propriété
Soit V(X) la variance de la série statistique de caractère X, V(Y) la variance de la série statistique de caractère Y et COV (X, Y) la covariance de X et Y.
i. Droite de régression de Y en X.
En supposant qu'il y ait une forte corrélation entre les caractères X et Y alors, la droite (D) d'équation : $y = ax + b$ où $a = \frac{\text{Cov(X,Y)}}{\text{V(X)}}$ et $b = \overline{y} - a\overline{x}$ est appelée la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.
ii. Droite de régression de X en Y.
La droite (D') d'équation : $x = a'y + b'$ avec : $a' = \frac{\text{Cov(X,Y)}}{\text{V(Y)}}$ et $b' = \overline{x} - a'\overline{y}$ est appelée la droite de régression de X en Y par la méthode des moindres carrés.

Exercice
On considère la série statistique précédente.
On sait que : $0{,}87 \leq r < 1$.
1. Détermine une équation de la droite d'ajustement linéaire de Y en X par la méthode des moindres carrés. On donnera les arrondis d'ordre 2 de a et b.
2. Détermine une équation de la droite d'ajustement linéaire de X en Y par la méthode des moindres carrés. On donnera les arrondis d'ordre 2 de a' et b'.

Réponse
1. C'est la droite (D) d'équation : $y = ax + b$ où $a = \frac{\text{Cov(X,Y)}}{\text{V(X)}}$ et $b = \overline{\text{Y}} - a\overline{\text{X}}$

$a = \frac{\text{Cov(X,Y)}}{\text{V(X)}} = \frac{23{,}675}{4{,}16} = 5{,}69$ et $b = \overline{\text{Y}} - a\overline{\text{X}} = 36 -- 5{,}69 \times 4{,}575 = 9{,}97$

Donc (D) : $y = 5{,}69x + 9{,}97$

2. C'est la droite (D') d'équation : $x = a'y + b'$ avec $a' = \frac{\text{Cov(X,Y)}}{\text{V(Y)}}$ et $b' = \overline{\text{X}} - a'\overline{\text{Y}}$

$a' = \frac{\text{Cov(X,Y)}}{\text{V(Y)}} = \frac{23{,}675}{157{,}25} = 0{,}15$ et $b' = \overline{\text{X}} - a'\overline{\text{Y}} = 4{,}575 - 0{,}15 \times 36 = -0{,}825$

Donc : (D') : $x = 0{,}15y - 0{,}825$.

Remarques
- Les droites (D) et (D') passent par le point moyen G du nuage de points.
- Si r est le coefficient de corrélation linéaire on a :
• $aa' = r^2$ et $|r| = \sqrt{aa'}$
• Si $a > 0$ et $a' > 0$, alors $r = \sqrt{aa'}$.
• Si $a < 0$ et $a' < 0$, alors $r = -\sqrt{aa'}$.
• Si $r^2 = 1$, alors $a = \frac{1}{a'}$ et les deux droites sont confondues.

4. Estimation

• La droite d'ajustement tracée du nuage de points permet graphiquement une estimation de y connaissant x (resp. x connaissant y).
• L'équation de la droite d'ajustement permet de calculer une estimation de y connaissant x (resp. x connaissant y).

Exercice
On considère la série statistique précédente.
En considérant que la tendance se poursuit ainsi, détermine le nombre d'exploitations agricoles pour une superficie de 9 ha.

Réponse
Une superficie de 9 ha correspond à $x = 9$.
En utilisant l'équation de la droite par la méthode des moindres carrés, on a :
$y = 5{,}69x + 9{,}97$
$y = 5{,}69 \times 9 + 9{,}97 = 61{,}8$
Donc pour une superficie de 9 ha, le nombre d'exploitations agricoles est estimé à 62.

III. EXERCICE DE SYNTHESE

Exercice
Dans le cadre d'un recensement portant sur le nombre de travailleurs dans les champs d'hévéa, un agent a visité huit (8) exploitations. Un exploitant voudrait estimer le nombre de travailleurs que prendrait une exploitation de 16ha d'hévéa. Pour cela, l'agent recenseur a recueilli les informations consignées dans le tableau ci-dessous.

Nombre x de travailleurs	2	4	4	5	7	7	8	8
Superficie exploitée y(en ha)	3	5	6	7	10	11	8	12

1) Représente le nuage de correspondant à la série statistique double (X, Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé.
On prendra sur l'axe des abscisses 1cm pour 1 travailleur et sur l'axe des ordonnées 1cm pour une superficie de 1ha

Pour les questions 2) 3) 4) et 5), les résultats seront arrondis à l'ordre 2

2) Justifie que le point moyen a pour coordonnées (5,63; 7,75)

3) On note V(X) la variance de X, V(Y) la variance de Y et Cov (X ; Y) la covariance de X et Y. Justifie que V(X)=4,18 et Cov (X, Y) =5.57

4) a) Calcule le coefficient de corrélation linéaire r de la série (X, Y).
   b) Interprète le résultat obtenu précédemment.

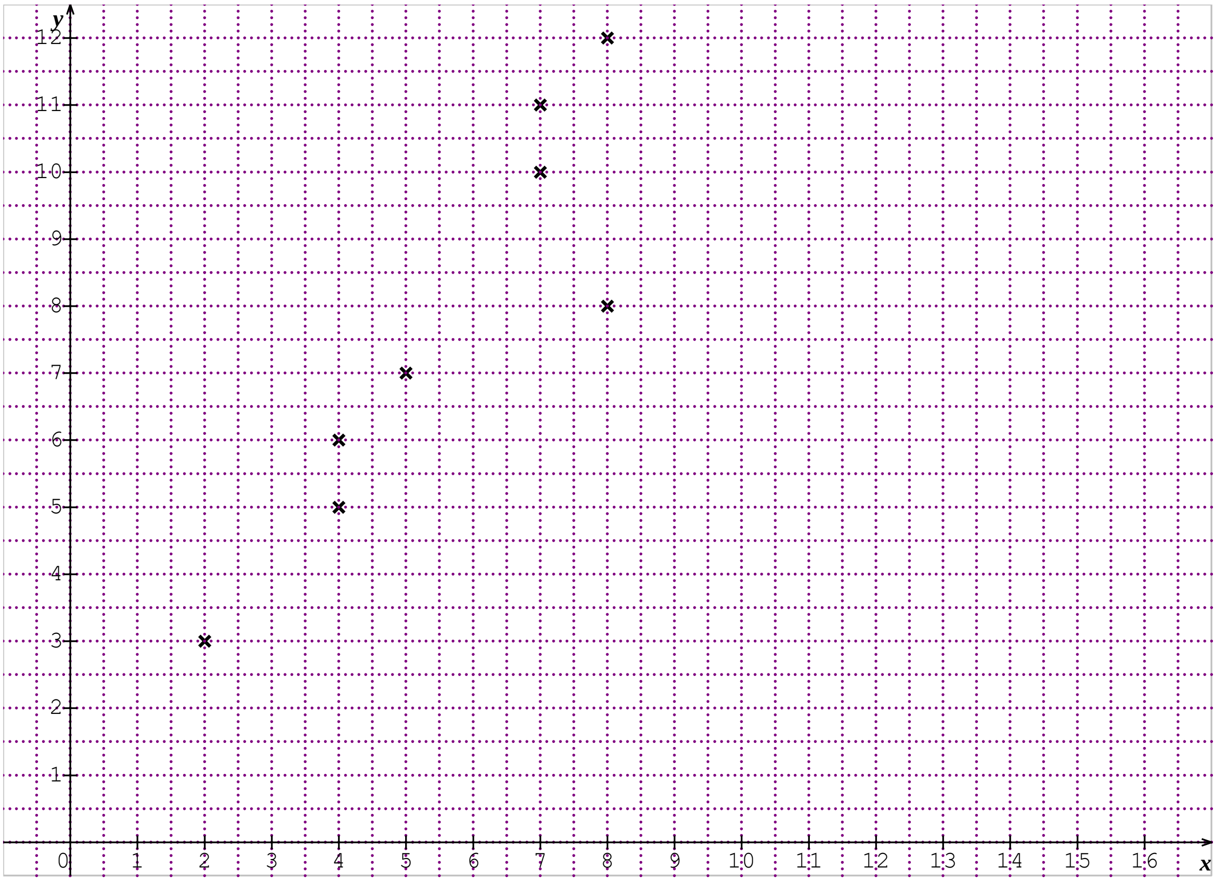
5) a) Justifie qu'une équation de la droite (D) d'ajustement de X en Y par la méthode des moindres carrés est : y =1,28x +0,54

   b) Trace (D) sur le graphique précédent.

6) Utilise l'ajustement précédent pour répondre la préoccupation de l'exploitant.
On donnera l'arrondi d'ordre zéro du résultat.

Corrigé

1) Représentation du nuage de points associé à la série



2) Justifions que le point moyen a pour coordonnées (5,63 ;7,75)
Soit G($\bar{X}$; $\bar{Y}$) le point moyen du nuage réprésentant cette série statistique.
On a :

$$\bar{X} = \frac{2+4+4+5+7+7+8+8}{8} = 5,625 \approx 5,63$$

$\bar{X} = 5,63$

$$\bar{Y} = \frac{3+5+6+7+10+11+8+12}{8} = 7,75$$

Donc : G(5,63 ; 7,75)

3) Justifions que V(X)=4,18, V(Y)=8 ,44 et Cov (X, Y) =5.57

$$V(X) = \frac{\sum {x_i}^2}{n} - \overline{\mathrm{X}}^2 = \frac{2^2 + 4^2 + 4^2 + 5^{2+}7^2 + 7^2 + 8^2 + 8^2}{8} - 5{,}63^2$$

$V(X) = 4{,}178$ donc V(X)=4,18

$$V(Y) = \frac{\sum {y_i}^2}{n} - \overline{\mathrm{Y}}^2 = \frac{3^2 + 5^2 + 6^2 + 7^{2+}10^2 + 11^2 + 8^2 + 12^2}{8} - 7{,}75^2$$

$V(Y)$ =8,437 donc V(Y)=8 ,44

$$\mathrm{COV}(X,Y) = \frac{\sum x_i y_j}{n} - \overline{\mathrm{X}}\,\overline{\mathrm{Y}}$$

$$\mathrm{COV}(X,Y) = \frac{2 \times 3 + 4 \times 5 + 4 \times 6 + 5 \times 7 + 7 \times 10 + 7 \times 11 + 8 \times 8 + 8 \times 12}{8} - 5{,}63 \times 7{,}75$$

$COV(X,Y) = 5{,}367$ soit COV (X, Y) =5,37

4) a) Calculons le coefficient de corrélation linéaire r de la série (X, Y)

$$r = \frac{\mathrm{COV(X,\ Y)}}{\sqrt{\mathrm{V(X)}}\sqrt{\mathrm{V(Y)}}} = \frac{5{,}37}{\sqrt{4{,}18} \times \sqrt{8{,}44}}$$

r =0.904 soit r=0,90

b) Interprète le résultat obtenu précédemment.

On remarque que : 0,87$\leq r < 1$, ainsi, on peut conclure qu'il y a une forte corrélation entre le nombre de travailleurs et la superficie exploitée sur les 8 différentes exploitations.

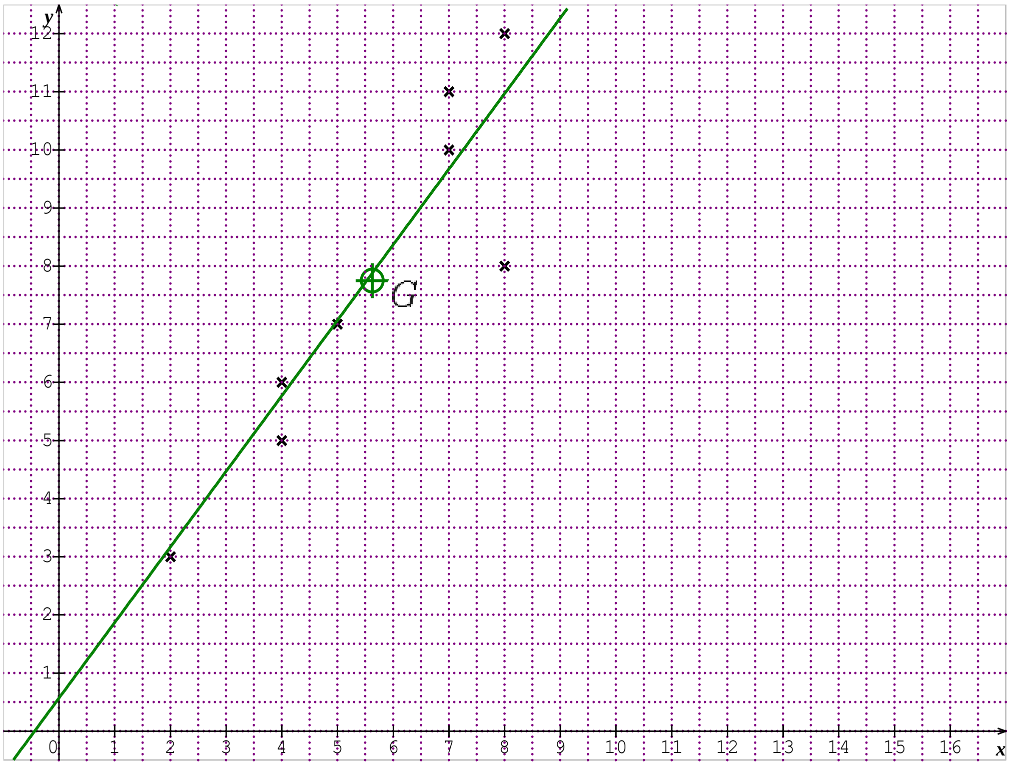
5) a) Justifie qu'une équation de la droite (D) d'ajustement de X en Y par la méthode des moindres carrés est : y =1,28x +0,54

Puisqu'il y a une forte corrélation entre le nombre de travailleurs et la superficie exploitée alors, (D) a pour équation : $y = ax + b$ où $a = \frac{\mathrm{Cov(X,Y)}}{\mathrm{V(X)}}$ et $b = \overline{y} - a\overline{x}$.

a =$\frac{5{,}37}{4{,}18}$=1,28 et b=7,75- 1,28x5,63=0 ,54

Soit (D) : y = 1,28x+0,54

b) Trace (D) sur le graphique précédent.



6) Utilise l'ajustement précédant pour répondre à la préoccupation de l'exploitant.
Répondre à la préoccupation de l'exploitant revient à trouver l'estimation du nombre de travailleurs sur une superficie de 16ha.

On a : y = $1{,}28x + 0{,}54$

$x = \frac{y - 0{,}54}{1{,}28}$ or $y = 16$

x=12

Une exploitation de 16ha d'hévéa prendrait donc 12travailleurs.

Exercice de maison

On considère la série statistique suivante :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
yi	160	110	100	72	36	29	20	10	3

1) Détermine la covariance de la série statistique.
2) Détermine le coefficient de corrélation linéaire de cette série. Interprète ce coefficient de corrélation linéaire.
3) Détermine une équation de la droite d'ajustement linéaire de Y en X du nuage de points de la série par la méthode des moindres carrés.
4) Détermine une équation de la droite d'ajustement linéaire de X en Y.

3. EXERCICES

3-1. Exercices de fixation

Exercice 1
On considère la série statistique suivante :

x_i	1	4	7	8	10
y_i	2	7	8	10	13

Représente le nuage de points de cette série statistique.

Exercice 2
On considère la série statistique suivante :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	160	110	100	72	36	29	20	10

Représente le nuage de points de cette série statistique

Exercice 3
Détermine le point moyen de la série de l'exercice 1.

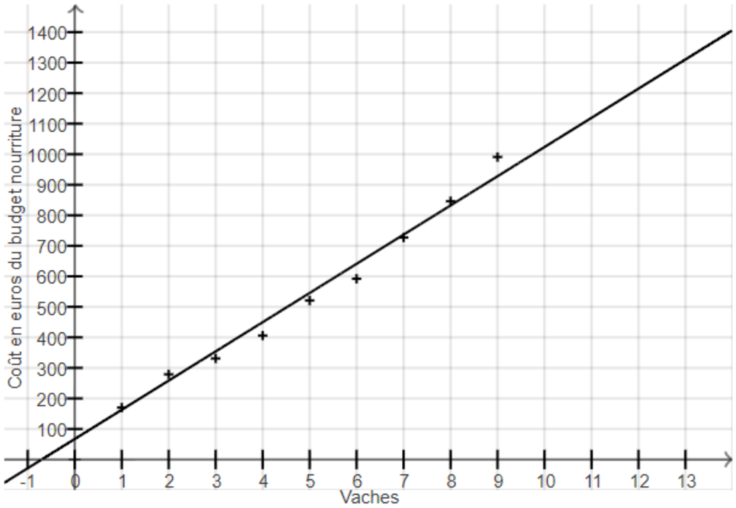
Exercice 4
Détermine le point moyen de la série de l'exercice 2.

Exercice 5
Détermine la covariance de la série de l'exercice 2.

Exercice 6
Détermine le coefficient de corrélation linéaire de la série de l'exercice 2.

Exercice 7
Détermine une équation de la droite d'ajustement linéaire de Y en X du nuage de points de la série de l'exercice 2 par la méthode des moindres carrés.

Exercice 8
Un agriculteur a estimé son budget annuel alloué, en euros, à la nourriture de ses bovins en fonction de la taille de son troupeau. Il sait que son troupeau va encore grandir d'ici 2 ans. Il a estimé qu'alors, son troupeau comportera 10 individus.
En extrapolant, détermine, à 100 euros près, le budget nourriture de l'agriculteur dans deux ans.



3-2. Exercices de renforcement

Exercice 9

La tension artérielle est une donnée médicale correspondant à la pression du sang dans les artères. On la mesure chez les patients car une tension anormale peut-être le symptôme de pathologies cardiovasculaires comme l'hypertension artérielle.

La tension artérielle d'une personne comporte deux mesures :

- la Tension Artérielle Systolique (notée TAS)
- la Tension Artérielle Diastolique (notée TAD).

Le tableau suivant regroupe les mesures de la tension artérielle pour un groupe de personnes saines :

Age	26	39	40	50	53	56
TAS (en mmHg)	128	126	118	136	142	145
TAD (en mmHg)	80	83	92	91	87	93

On s'intéresse à l'évolution de la TAS en fonction de l'âge.

Pour cela on symbolise les données du tableau à l'aide de points de coordonnées $(x;y)$ où x est l'âge de la personne et y sa TAS.

Détermine les coordonnées du point moyen des 3 points dont l'âge est le plus petit.

Détermine les coordonnées du point moyen des 3 autres points.

Exercice 10

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires (en millions de francs) réalisé au cours des 6 derniers mois par un site de vente en ligne en fonction du nombre de commandes reçues.

Nombre de commandes (x_i)	6 400	8 350	9 125	9 600	10 050	12 000
Chiffre d'affaires mensuel (y_i)	250	320	335	350	370	400

1) Représente le nuage de points associé à cette série.
2) Détermine les coordonnées du point moyen de ce nuage.
3) Calcule la covariance de la série statistique.
4) Calcule le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique.
Interprète le coefficient de corrélation linéaire.
5) Détermine une équation de la droite d'ajustement linéaire de Y en X du nuage de points par la méthode des moindres carrés.
6) Détermine une équation de la droite d'ajustement linéaire de X en Y du nuage de points par la méthode des moindres carrés.
7) En considérant que la tendance se poursuit ainsi, détermine le chiffre d'affaires pour une commande de 15 000.

3-3. Exercices d'approfondissement

Exercice 11

Un chef d'entreprise reçoit de la part de ses collaborateurs la demande d'obtenir des véhicules de fonction plus confortables et plus puissants. Il sollicite alors son comptable afin que celui-ci examine la demande et sa faisabilité.
Le comptable utilise le tableau ci-dessous, donnant le prix de revient kilométrique (PRK) des véhicules d'une puissance fiscale de 4 à 8 CV et en fait une projection sur les véhicules plus puissants.

Puissance fiscale des véhicules (CV)	4	5	6	7	8
Prix de revient kilométrique (€)	0,424	0,471	0,492	0,513	0,555

1) Représente cette série statistique par un nuage.
2) Calcule les coordonnées du point moyen G.
3) On admet que la droite d'ajustement de cette série a pour équation : $y = 0{,}03x + 0{,}311$
  a. Justifie que le point G appartient à cette droite.
  b. Trace cette droite dans le repère précédent.
4) En utilisant la droite d'ajustement, détermine le prix de revient d'une voiture de 10 CV.
Laisse apparents les traits nécessaires à la lecture.
5). Le comptable fixe le prix de revient kilométrique maximum à 0,650 €.
Calcule la puissance maximale du véhicule qui correspond à cette exigence.

Exercice 12 (*Série A1 seulement*)

La consommation d'une voiture, z, est donnée en fonction de sa vitesse, x, par le tableau suivant :

x (en km/h)	80	90	100	110	120
z (en litres/ 100 km)	4	5	6,5	8	10

1) Examine la proportionnalité des deux grandeurs variables consommation et vitesse. Justifie ta réponse.
2) Complète le tableau ci-dessus, après l'avoir reproduit, par une ligne : $y = \ln z$ dont on donnera les valeurs approchées à 6 décimales (les meilleures possibles).
3) Dans un repère d'origine 0 $(xo = 70$; $yo = 1{,}30$ en prenant comme unités 1 cm pour 10 km/h en abscisse et 1 cm pour 0, 10 en ordonnée, représente le nuage de points (x, y).
4) Détermine une équation de la droite d'ajustement des points de coordonnées (x, y) du nuage, par la méthode des moindres carrés. Donne cette équation sous la forme y $= Bx + A$, avec les valeurs approchées de B et A (les meilleures possibles) à 3 décimales.
5) Estime y pour une vitesse de 140 km/h.
Estime la consommation aux 100 km pour cette vitesse de 140 km/h, à 0,5 L près comme dans le tableau initialement donné.

4. SITUATION COMPLEXE

Exercice 13

Dans le cadre des recherches pour un exposé, des élèves d'une classe de Terminale ont été accrochés par les informations suivantes :
La prévision météorologique est une science en pleine évolution. Elle a pour objectif de prédire un ensemble de paramètres comme la pluviométrie, la pression, la température, etc.
Le tableau suivant donne les pluviométries et températures moyennes de septembre 2018 à août 2019 d'une ville.

	Sept 18	Oct 18	Nov 18	Déc 18	Jan 19	Fév 19	Mars 19	Avril 19	Mai 19	Juin 19	Juillet 19	Août 19
Pluviométrie (en mm)	13	23	49	49	50	64	79	48	40	10	5	6
Température (en °C)	23	17	14	10	10	11	13	15	17	23	27	28

La température moyenne d'octobre 2019 était de 32 °C.
Ils décident alors de chercher à savoir si la pluviométrie est liée à la température et dans ce cas, prévoir la pluviométrie d'octobre 2019.
À l'aide des outils mathématiques au programme, justifie que la pluviométrie est liée à la température et détermine une estimation de la pluviométrie d'octobre 2019.