



DEVOIR REGIONAL N°2
SESSION NOVEMBRE 2022

Niveau : Tle D
Durée : 3 heures

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3/ et 3/3.

EXERCICE 1 (2 points)

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation, suivi de V si l'affirmation est vraie ou suivi de F si l'affirmation est fausse. Exemple : 1.F

N°	AFFIRMATIONS
1	Deux événements E et F d'un univers Ω sont indépendants si $P(E) \times P(F) = P(E \cup F)$.
2	La probabilité de E sachant F est définie par $P_E(F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$.
3	Si deux événements A et B sont incompatibles alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
4	La fonction de répartition d'une variable aléatoire X est définie de $\mathbb{R}$ vers $[0 ; 1]$.
5	Lorsque la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres n et p , la variance est donnée par la relation $V(X) = npq$ où $q = 1 - p$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque affirmation, trois réponses sont proposées dont une seule est juste. Ecris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse

N°	Affirmations	Réponses											
1	Si E et F sont deux événements indépendants alors,	A	$p(E \cup F) = p(E) + p(F)$										
		B	$p(E \cap F) = p(E) \times p(F)$										
		C	$p_E(F) = p(E)$										
2	Pour la loi de probabilité donnée ci-dessous, l'espérance de X est <table border="1"><tr><td>x</td><td>-1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>P(X=x)</td><td>0,4</td><td>0,3</td><td>0,2</td><td>0,1</td></tr></table>	x	-1	1	2	3	P(X=x)	0,4	0,3	0,2	0,1	A	E(X)=0,4
		x	-1	1	2	3							
		P(X=x)	0,4	0,3	0,2	0,1							
B	E(X)=0,5												
C	E(X)=0,6												
3	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$	A	0										
		B	1										
		C	-1										
4	Si f est une fonction strictement décroissante sur l'intervalle [a, b] tel que f([a, b]) = [c, d] alors f(a) est égale à	A	C										
		B	D										
		C	Aucun des deux										



EXERCICE 3 (3 points)

Les questions 1 et 2 peuvent être traitées indépendamment.
Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

A la gare A, 16 voyageurs ont pris chacun un billet dont :

- 7 pour la gare B (prix du billet 50 francs)
- 5 pour la gare C (prix du billet 60 francs)
- 4 pour la gare D (prix du billet 75 francs)

- 1- On choisit au hasard un de ces voyageurs. Soit X la variable aléatoire associant à chaque voyageur le prix de son billet (en francs)
 - a) Déterminer la loi de probabilité de X
 - b) Calculer l'espérance mathématique de X
- 2- On choisit au hasard trois de ces voyageurs.
 - a) Calculer la probabilité pour que ces trois voyageurs aient trois destinations différentes.
 - b) Calculer la probabilité pour qu'au moins un des voyageurs ait un billet pour la gare B.

EXERCICE 4 (4 points)

Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$;

On admet le tableau de variation de la fonction f suivant :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	-
$f(x)$	$+\infty$ ↘ -4	3	↗ 3	↘ -1

- 1) Détermine l'ensemble de définition de f .
- 2) Détermine les limites de f en $-\infty$, en 2 et en $+\infty$. Donne si possible une interprétation graphique des résultats.
- 3) Détermine les images des intervalles $]-\infty ; 0]$ et $[0 ; +\infty[$ par f .
- 4) Justifie que la fonction f est prolongeable par continuité en 2.
- 5) Soit la fonction h la restriction de f sur l'intervalle $]2 ; +\infty[$ et h^{-1} sa bijection réciproque définie sur un intervalle $] -1 ; 3[$.
 - a. Détermine le sens de variation de h^{-1} sur $] -1 ; 3[$.
 - b. Dresse son tableau de variation.
- 6) Détermine $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{x}{x^2+1}\right)$



EXERCICE 5 (5 points)

Tous les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.

A) Dans la ville de Bouna, 80% de la population a été vaccinée contre la COVID-19. Une enquête a relevé les résultats suivants :

- 15% de la population vaccinée a la COVID-19
- 40% de la population non vaccinée a la COVID-19.

On choisit au hasard une personne dans la ville et on considère les événements suivants :

V : « La personne choisie a été vaccinée » C : « La personne choisie a la COVID – 19 »

- 1) Construis l'arbre pondéré complet traduisant cette situation.
 - 2) Donne $P(V)$, $P_V(C)$ et $P(\bar{V} \cap C)$.
 - 3) Détermine la probabilité que la personne choisie soit vaccinée et ait la COVID-19.
 - 4) Justifie que $P(C) = \frac{1}{5}$.
 - 5) Calcule la probabilité que la personne choisie soit vaccinée sachant qu'elle a la COVID-19.
- B) On choisit cinq personnes dans la ville et on suppose que la probabilité qu'une personne soit atteinte de COVID-19 est $p = \frac{1}{5}$.
- 1) Calcule la probabilité de l'événement E : « aucune personne a la COVID-19 ».
 - 2) Calcule la probabilité de l'événement F : « au moins une personne a la COVID-19 ».
 - 3) On désigne par X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de personnes pouvant avoir la COVID-19.
 - a) Justifie que X suit une loi binomiale dont tu préciseras les paramètres.
 - b) Calcule $E(X)$ puis interprète le résultat obtenu.

EXERCICE 6 (4 points)

Un cordonnier dans le Bounkani fabrique des sacs à main. Il réussit à vendre tous les sacs chaque mois à des touristes. Sa marge bénéficiaire mensuelle en centaines de francs est modélisée par la fonction :

$$B(x) = x^3 - \frac{75}{2}x^2 + 450x \quad \text{où } x \in [1; 16] \text{ représente le nombre de sacs fabriqués et vendus.}$$

Il aimerait connaître, le nombre de sacs qu'il doit fabriquer et vendre pour que son bénéfice soit maximal et à combien peut être estimé ce bénéfice.

En te basant sur tes connaissances mathématiques et à l'aide d'un raisonnement cohérent, aide ce cordonnier à répondre à sa préoccupation.