EXERCICE 1

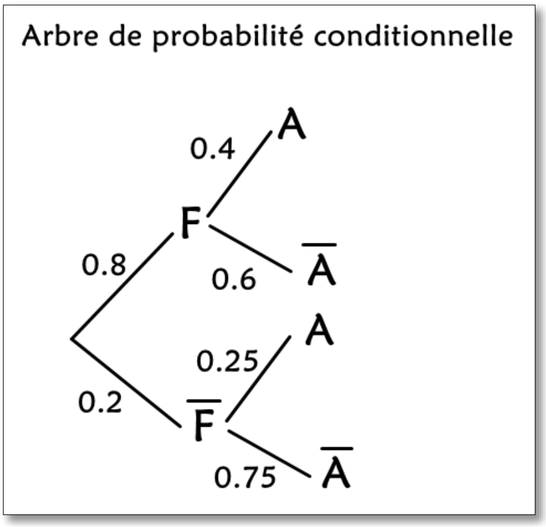
1) C
2) C
3) B
4) B

EXERCICE 2

1) FAUX
2) VRAI
3) VRAI
4) FAUX

EXERCICE 3

PARTIE A



1) A « le jeune choisit fume » ; F « le jeune choisit est une fille »
   a) La probabilité que le jeune soit un garçon

$\overline{F}$ « le jeune choisit est un garçon » $P(\overline{F})=1-P(F)=1-80\%=0,2$

   b) Probabilité que le jeune soit une fille qui fume

$P(F\cap A)=P(F)\times P(A/F)=0.8\times 0.4=0.32$

   c) Probabilité que le jeune soit un garçon qui fume

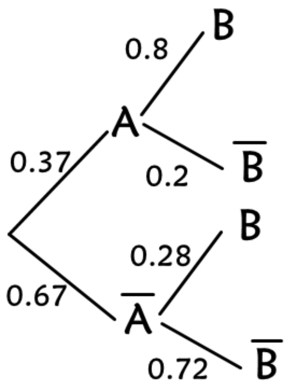
d) Déduisons que la probabilité de choisir un jeune qui fume est : 0.37

$P(A)=P(\bar{F}\cap A)+P(F\cap A)=0.32+0.05$ donc : $P(A)=0.37$

PARTIE B

La probabilité d'avoir des jeunes fumeurs est de P(A) = 0.37 donc la probabilité d'avoir des jeunes non-fumeurs est de $P(\bar{A})$ = 1-0.37=0.67

Arbre de probabilité conditionnelle



a)

b) Calculons :

$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\Rightarrow P_B(A)=\frac{0.296}{0.4836}$

$P_B(A)=0.6121$

EXERCICE 4

1) Calculons les limites de g aux bornes de Dg

$\forall x\in]0;+\infty[, g(x)=1-\frac{12}{x^2}+\frac{16}{x^3}$ donc $D_g=]0;+\infty[$,

- $\lim_{x\to+\infty} g(x)=1$ car $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{12}{x^2}+\frac{16}{x^3}\right)=0$

- $g(x)=1-\frac{12}{x^2}+\frac{16}{x^3}=\frac{1}{x^3}(x^3-12x+16)\Rightarrow\begin{cases}\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}\left(\frac{1}{x^3}\right)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to0}(x^3-12x+16)=16\end{cases}$ donc :

$\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} g(x)=(+\infty)\times16=+\infty$

Devoir corrigé par M. DIN DAVID TRESOR, Mennoniste et spécialiste en Développement Intellectuel : Whats/Cel : +225 07 47 96 08 13

2) $\forall x \in]0;+\infty[, G(x)=7+x-\frac{8}{x^2}+\frac{12}{x}$

3) <u>Equation de (T)</u>

$(T): y=G(2)+(x-2)G'(2)$ on a : $G'(x)=1-\frac{12}{x^2}+\frac{16}{x^3}=g(x)$ et $\begin{cases} G'(2)=g(2)=0 \\ G(2)=13 \end{cases}$

Donc : $\underline{(T): y=13}$

4)

a) <u>Limite de G en 0</u>

$$\forall x \in]0;+\infty[, G(x)=7+x-\frac{8}{x^2}+\frac{12}{x}=\frac{1}{x^2}\left(7x^2+x^3-8+12x\right) \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}}\left(\frac{1}{x^2}\right)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to 0}\left(7x^2+x^3-8+12x\right)=-8 \end{cases}$$

Donc : $\underline{\lim\limits_{x\to 0} G(x)=(+\infty)\times(-8)=-\infty}$

<u>Interprétation graphique</u> : La courbe de G admet en $+\infty$ une asymptote verticale d'équation x = 0

b) <u>Limite de G en $+\infty$</u>

$$\lim_{x\to+\infty} G(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(7+x-\frac{8}{x^2}+\frac{12}{x}\right)=+\infty \text{ car : } \begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}(7+x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to 0}\left(-\frac{8}{x^2}+\frac{12}{x}\right)=0 \end{cases}$$

5) <u>Démontrons que (D) : y = x+7 est asymptote à la courbe de G</u>

Cette asymptote est appelée asymptote oblique. Calculons : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[G(x)-(7+x)\right]$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[G(x)-(7+x)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{8}{x^2}+\frac{12}{x}\right)=0$ Donc : la droite (D) : y = 7+x est une asymptote à la courbe de G

EXERCICE 5

$\forall x \in]-1;+\infty[, f(x) = (x+1)\sqrt{x+1} - 1$

1)

a) **Calculons limite en $+\infty$ de $f(x)$ et $\frac{f(x)}{x}$**

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[(x+1)\sqrt{x+1} - 1\right] = (+\infty) - 1 = +\infty$ Car : $\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} (x+1)\sqrt{x+1} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} (-1) = -1 \end{cases}$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{(x+1)\sqrt{x+1} - 1}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{(x+1)}{x}\sqrt{x+1} - \frac{1}{x} \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x+1}{x} = 1 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x+1} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{-1}{x}\right) = 0 \end{cases}$

Donc : $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

b) Comme $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ On peut conclure que (Cf) admet une branche parabolique de direction (OJ)

2)

a) **Dérivabilité de f en -1**

Etudions : $\lim\limits_{x \to -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)}$

$$\frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \frac{(x+1)\sqrt{x+1} - 1 - (-1)}{x+1} = \frac{(x+1)\sqrt{x+1} - 1 + 1}{x+1} = \frac{(x+1)\sqrt{x+1}}{x+1}$$

$$\frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \sqrt{x+1} \Rightarrow \lim_{x \to -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \to -1} \sqrt{x+1} = 0$$

Conclusion : f est dérivable en -1

Devoir corrigé par M. DIN DAVID TRESOR, Mennoniste et spécialiste en Développement Intellectuel : Whats/Cel : +225 07 47 96 08 13

Soit la fonction : $\forall x \in]0;+\infty[, f(x) = x\sqrt{x} - 3x - 1$

1) <u>Calculons limite de f aux bornes de Df</u>

- $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -1$

- $f(x) = x\sqrt{x} - 3x - 1 = x\sqrt{x}\left(1 - \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}}\right)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x\sqrt{x}\left(1 - \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}}\right) = +\infty$ car $\lim\limits_{x \to +\infty} x\sqrt{x} = +\infty$ et

$\lim\limits_{x \to +\infty}\left(1 - \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}}\right) = 1$

2)

a) <u>Montrons que</u> : $f'(x) = \frac{3}{2}\left(\sqrt{x} - 2\right)$

$$f'(x) = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} - 3 = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2} - 3 = \frac{3}{2}\sqrt{x} - 3$$

Donc : $f'(x) = \frac{3}{2}\left(\sqrt{x} - 2\right)$

b) <u>Variation de f et Tableau de variation</u>

Etudions le signe de f'(x).

x	0		4		$+\infty$
$\sqrt{x} - 2$		-	0	+	
f'(x)		-	0	+	

<u>Les Variations de f :</u>

$\forall x \in]0;4], f'(x) \leq 0 \Rightarrow$ f est décroissante sur $]0;4]$

$\forall x \in [4;+\infty[, f'(x) \geq 0 \Rightarrow$ f est croissante sur $[4;+\infty[$

<u>Tableau de variation de f</u> :

x	0		4		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	
f(x)	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

Devoir corrigé par M. DIN DAVID TRESOR, Mennoniste et spécialiste en Développement Intellectuel : Whats/Cel : +225 07 47 96 08 13

3)

a) Démontrons que l'équation f(x)=0 admet une unique solution α

- Sur l'intervalle $]0;4]$ la fonction f décrois de -1 à -5 ce qui veut dire qu'il n'existe pas de solution α à l'équation f(x)=0 sur l'intervalle $]0;4]$
- Sur l'intervalle $[4;+\infty[$ la fonction est croissante et continue. Elle réalise donc une bijection de $[-5;+\infty[$ vers $[4;+\infty[$. Comme $0\in[-5;+\infty[$ l'équation f(x)=0 admet une unique solution α dans $[4;+\infty[$

b) Montrons que : $9<\alpha<10$

$$\begin{cases} f(9)=-1 \\ f(10)=0.6227 \end{cases} \Rightarrow f(9)\times f(10)<0 \Rightarrow 9<\alpha<10$$

EXERCICE 6

Le prix total de vente des ordinateurs est : V(x) = 0,7x

Le cout total de production est CT(x) = $0.00007x^2 + 1120$

La fonction bénéfice est donc : B(x) = V(x) – CT(x) = $0.7x-0.00007x^2 + 1120$

B(x) = V(x) – CT(x) = $-0.00007x^2 +0.7x - 1120$

- Pour ne pas fonctionner à perte, le bénéfice doit être supérieur à 0. On va donc résoudre l'équation B(x)>0

$-0.00007x^2 +0.7x - 1120>0$ on a : $\Delta=(0.7)^2-4\times0.00007\times1120=0.1764=(0.42)^2$

$$x_1=\frac{-0.7+0.42}{2\times(-0.00007)}=2000;\ x_2=\frac{-0.7-0.42}{2\times(-0.00007)}=8000$$

x	0		2000		8000		$+\infty$
B(x)		-	0	+	0	-	

Pour ne pas fonctionner à perte B(x)>0 soit le nombre x d'ordinateurs doit être dans l'intervalle : $]2000;8000[$

$]2000;8000[$ si $x=2000$ ou $x=8000$ il n'y a pas de bénéfice

l'entreprise n'est pas non plus en perte.

Devoir corrigé par M. DIN DAVID TRESOR, Mennoniste et spécialiste en Développement Intellectuel : Whats/Cel : +225 07 47 96 08 13

- Cherchons le nombres exacte d'ordinateurs à produire pour réaliser un bénéfice maximal.

Pour cela étudions la fonction bénéfice : B(x)= $-0.00007x^2 + 0.7x - 1120$

Variation de B.

$B'(x) = -0.00014x + 0.7$ on a : $B(x) = 0 \Rightarrow -0.00014x + 0.7 = 0 \Rightarrow x = 5000$

x	0	5000	$+\infty$
B'(x)	+	0	-
B(x)	-1120 ↗	630	↘ $-\infty$

La fonction bénéfice croit et atteint 630 (million) puis décroit. Donc sa valeur maximale est de 630 (million), et cette valeur est atteinte pour x = 5000 ordinateurs. Et x = 5000 ϵ $]2000;8000[$

<u>Conclusion</u> : Le bénéfice maximale de 630 million est atteint pour x = 5000 ordinateurs

Devoir corrigé par M. DIN DAVID TRESOR, Mennoniste et spécialiste en Développement Intellectuel : Whats/Cel : +225 07 47 96 08 13