

Année-Scolaire : 2024-2025

MATHEMATIQUES**DEVOIR DE NIVEAU : TLE D****Coefficient : 4****Durée: 4H****M. OUATTARA***Cette épreuve comporte quatre (04) pages numérotées 1/4 ; 2/4, 3/4 et 4/4***EXERCICE 1 : 2 points**

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. *Exemple : 5-B*

N°	Affirmations	Réponses		
		A	B	C
1	Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$	La courbe représentative de g admet une branche parabolique de direction celle de (OI) en $+\infty$	La courbe représentative de g admet une branche parabolique de direction celle de (OJ) en $+\infty$	La courbe représentative de g admet une branche parabolique de direction celle de (OJ) en $-\infty$
2	Soit x un nombre réel strictement positif, $\frac{\sqrt[3]{3x}}{(\sqrt[3]{x})^3}$ est égal à...	$\frac{1}{\sqrt[9]{x^8}}$	1	$\frac{1}{\sqrt[8]{x^9}}$
3	Soit f une fonction continue sur un intervalle I, a et b deux éléments de I. pour tout m compris entre f(a) et f(b) l'équation : f(x) = m.....	Admet une solution unique comprise entre a et b	Admet au moins une solution comprise entre a et b	Admet au plus une solution comprise entre a et b
4	Si une variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre n et p, alors la probabilité d'obtenir exactement k succès est	$C_n^k p^n (1-p)^{n-k}$	$C_n^k p^n (1-p)^{k-n}$	$C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

EXERCICE 2 : 2 points

Ecris le numéro de chaque affirmation suivie « **Vrai** » si l'affirmation est juste où de « **Faux** » si l'affirmation est fausse. *Exemple : 5-Faux*

N°	Affirmations
1	Si f et g sont deux fonctions telles que $\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ alors $\lim_{x \rightarrow 5} g \circ f(x) = 0$
2	Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p. la variance de X est $n \times p$

3	Soit f et g deux fonctions numériques, a un élément de $\mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$ et l un nombre réel. Si $ f(x) - l \leq g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l$ alors $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$
4	Soit A et B deux évènements d'un univers Ω tel que $P(A) = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{1}{2}$ et $P(A \cap B) = 0,25$ les évènements A et B sont indépendants.

EXERCICE 3 : 3 points

Dans l'une des sélections nationales qualifiées pour la prochaine Coupe d'Afrique des Nations en Côte d'Ivoire, il y a **70%** des joueurs qui jouent mieux du pied droit. Par ailleurs, un joueur qui ne joue pas mieux droit tire le ballon du côté gauche du gardien de but dans **85%** des cas et un joueur qui ne joue pas mieux du pied gauche tire le ballon du côté droit du gardien de but dans **60%** des cas. On admet :

- Qu'un joueur joue soit mieux du pied droit, soit mieux du pied gauche et non les deux à la fois.
- Qu'un joueur tire le ballon soit du côté droit au gardien, soit du côté gauche du gardien.

On note les évènements suivants :

D « le joueur joue mieux du pied droit »

G « le joueur tire le ballon du coté gauche du gardien de but »

- 1) Traduis la situation par un arbre de probabilité
- 2) Chaque résultat sera donné sous la forme d'un nombre décimal arrondi d'ordre 3.
 - a) Calcule la probabilité pour qu'un joueur joue mieux du pied droit et qu'il tire le ballon du côté droit du gardien de but.
 - b) Calcule la probabilité pour qu'un joueur joue mieux le ballon du pied gauche et qu'il tire le ballon du côté gauche du gardien de but.
- 3) Démontre que la probabilité pour qu'un joueur tire le ballon du côté droit du gardien de but est 0,465
- 4) Un joueur tire le ballon du côté gauche du gardien de but. Détermine la probabilité pour qu'il joue mieux du pied droit.

EXERCICE 4 : 4 points

Soit la f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x^2 + 1$. On note (C) la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) . On admet que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

1-a) Justifie que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$

b) Donne une interprétation graphique des résultats précédents.

2. On note f' la fonction dérivée de f et on admet que :

$$:\forall x \in]-\infty; 0[, f'(x) > 0, \forall x \in]0; +\infty[, f'(x) < 0 \text{ et } f'(0) = 0$$

a) Dresse le tableau de variation de f .

b) Démontre que l'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions α et β , avec $\alpha < \beta$.

c) Vérifie que $1,7 < \beta < 1,8$.

d) Démontre que : $\forall x \in]-\infty; \alpha[\cup]\beta; +\infty[, f(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; \beta[, f(x) > 0$.

3. Soit h la restriction de f à $]0; +\infty[$.

a) Justifie que h est une bijection de $]0; +\infty[$ vers un intervalle J à préciser.

b) On note h^{-1} la bijection réciproque de h .

c) Dresse le tableau de variation de h^{-1}

EXERCICE 5 ; 4 points

La masse d'un sachet de NESCAFE fabriqué dans les conditions normales est de 25 grammes. Une étude a montré que la masse des sachets vendus est comprise entre 22 et 28 grammes. Soit X la variable aléatoire ayant pour valeurs les masses possibles des sachets de NESCAFE en grammes.

La loi de probabilité de X est définie par le tableau ci-dessous :

x_i	22	23	24	25	26	27	28
$P(X=x_i)$	0,08	a	0,15	0,32	b	0,15	0,04

1) Calcule les valeurs des nombres a et b sachant que l'espérance mathématique de X est égal à 24,99

2) Justifie que la probabilité d'acheter un sachet de NESCAFE de masse supérieure à 26 grammes est de 0,19

3) Un client achète successivement et de manière indépendante 10 sachets de NESCAFE.

Dans cette question, on donnera les résultats à 10^{-3} près.

- a) Quelle est la probabilité d'avoir exactement 4 sachets de 25 grammes ?
- b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins un sachet de 25 grammes ?

EXERCICE 6 ; 5 points

Deux frères, élèves d'une classe de 1^{ère} D du collège Privilège, souhaitent communiquer avec leur oncle résidant à Paris en France. Ils se rendent dans une cabine téléphonique où on leur propose le contrat suivant :

- 150F CFA la minute de 0 à 5 minutes
- 750F CFA forfaitaire entre 5 minutes et 10 minutes.
- 100F CFA la minute de 10 minutes à 30 minutes
- Au-delà de 30 minutes, 3000F CFA de forfait plus 50F CFA pour chaque minute supplémentaire.

Dans leurs échanges l'aîné affirme que le contrat proposé par le gérant de la cabine traduit une fonction continue en 5 et discontinue en 30 mais son petit frère soutient que cette fonction est continue en 5 et en 30. Ils ont présenté cette situation à leurs camarades de classe qui n'ont pas pu les départager. En tant qu'élève de terminale D, ils te sollicitent.

A l'aide d'une production argumentée, en utilisant tes connaissances mathématiques, indique lequel des deux frères a raison.