Fomesoutra.com
ça soutra!

DEVOIR DE NIVEAU N°1

DATE : … / 11 / 202…

NIVEAU : Terminale D

DUREE : 04 Heures

ENSEIGNANT : M. KABY

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, écris le numéro de l'affirmation suivi de Vrai(V) si elle vraie ou (F) si elle est fausse.

N°	Affirmations
①.	Soit f une fonction bijective et dérivable sur un intervalle K et f^{-1} sa bijection réciproque. Si f est croissante sur K, alors f^{-1} est croissante sur $f(K)$.
②.	(C_f) est la représentation graphique d'une fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J). si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ alors (C_f) admet une branche parabolique de direction celle de (OI) en $+\infty$.
③.	Si f est une fonction continue sur un intervalle I alors elle réalise une bijection de I sur $f(I)$.
④.	Si f est une fonction continue sur un intervalle J, alors pour tout $m \in f(J)$ l'équation $f(x) = m$ admet une solution unique dans J.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations, une des réponses proposées est exacte. Recopie le numéro de chaque affirmation en y ajoutant la lettre qui convient.

①. A et B sont deux évènements d'une même expérience aléatoire.

Si $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{10}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$ alors $P_B(A)$ est égale à…..

$a.$ $\frac{1}{3}$ $b.$ $\frac{1}{5}$ $c.$ $\frac{1}{4}$ $d.$ $\frac{3}{25}$

②. La loi de probabilité d'une expérience aléatoire est représentée par le tableau suivant :

x_i	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

L'espérance mathématique E(X) et la variance V(X) de cette variable X est…

$a.$ $\mathrm{E(X)} = \frac{7}{2}$ et $\mathrm{V(X)} = \frac{12}{11}$ $b.$ $\mathrm{E(X)} = \frac{2}{7}$ et $\mathrm{V(X)} = \frac{11}{12}$

$c.$ $\mathrm{E(X)} = \frac{7}{2}$ et $\mathrm{V(X)} = \frac{-11}{12}$ $d.$ $\mathrm{E(X)} = \frac{7}{2}$ et $\mathrm{V(X)} = \frac{11}{12}$

③. Dans une usine, la probabilité qu'une pièce soit défectueuse est 0,04. On prélève un échantillon de 20 pièces. La probabilité d'avoir exactement 2 pièces défectueuses est…

$a.\ C_{20}^{2} \times (0{,}04)^2 \times (0{,}96)^{18} \approx 0{,}144$ $b.\ C_{20}^{2} \times (0{,}04)^2 \times (0{,}96)^{18} \approx 0{,}167$

$c.\ C_{20}^{2} \times (0{,}04)^2 \times (0{,}96)^{18} \approx 0{,}189$ $d.\ C_{20}^{2} \times (0{,}04)^2 \times (0{,}96)^{18} \approx 0{,}278$

④. Un commercial fait du démarchage jusqu'à obtenir une vente. La probabilité de vente à chaque contact est 0,2. La probabilité qu'il réussisse une vente en moins des 4 tentatives est….

$a.\ (0{,}8)^3$ $b.\ 1-(0{,}2)^3$ c. $(0{,}2)^3$ d. $1-(0{,}8)^3$

EXERCICE 3 (3 points)

Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$.

①. Calcule les limites de g en $-\infty$ en $+\infty$.

②. Calcule la dérivée $g'(x)$, puis dresse le tableau de variation de g.

③. a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.

b) Justifie que : $1 < \alpha < 2$, puis détermine un encadrement de α à 10^{-1} près.

④. En déduire l signe de $g(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x.

EXERCICE 4 (4 points)

On dispose des renseignements suivants à propos du baccalauréat session 2026 :

- ✓ 49 % des inscrits ont passé un baccalauréat série D; 20 % des inscrits ont passé un baccalauréat série C et les autres un baccalauréat série A;
- ✓ 91,5 % des candidats au baccalauréat série D ont été réçus ainsi que 90,6 % des candidats au baccalauréat série C.

On choisit au hasard un candidat au baccalauréat de la session 2026 et on considère les évènements suivants :

- G: « Le candidat s'est présenté au baccalauréat série D »;
- T : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat série C »;
- S : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat série A »;
- R : « Le candidat a été réçu »

①. Donne les probabilités suivantes : $P(G), P(T), P_T(R)\ et\ P_G(R)$.

②. Justifie que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat série C et l'ait obtenu est égale à 0,1812

③. Le Ministère de l'Éducation Nationale a annoncé un taux global de réussite pour cette session 2026 de 87, 8 % pour l'ensemble des candidats présentant l'un des baccalauréats.

a) Justifie que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat série A et l'ait obtenu est égale à 0,24845.

b) Sachant que le candidat s'est présenté au baccalauréat série A, détermine la probabilité qu'il ait été reçu. On donnera le résultat ai millième près.

EXERCICE 5 (4 points)

Le tableau de variation ci-dessous est celui d'une fonction f

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	$+\infty$ | 3	↘	-1

①. À l'aide du tableau de variation determine l'ensemble de définition (D_f) de f.

②. a) Détermine les limites de f en $-\infty$, en 2 et en $+\infty$.

b) Donne si possible une interpretation graphique des résultats obtenus.

③. Détermine les images par f des intervalles suivants: $]-\infty\ ;\ 0]$ et $[0\ ;\ +\infty[$.

④. Justifie que la fonction f est prolongeable en 2.

⑤. Soit la fonction h la restriction de f sur l'intervalle $]2\ ;\ +\infty[$ et h^{-1} sa bijection réciproque sur l'intervalle K que l'on précisera.

a) Démontre que la fonction h bijective de $]2\ ;\ +\infty[$ vers K à préciser.

b) Détermine le sens de variation de h^{-1} et dresse son tableau de variation.

EXERCICE 6 (5 points)

Un centre de données situé à Abidjan est équipé de 10 serveurs identiques, chacun fonctionnant indépendamment des autres. Chaque jour, la probabilité qu'un serveur tombe en panne est $q = 0{,}1$. Le système est considéré comme « opérationnel » si au moins 8 serveurs fonctionnent correctement dans la journée.

À l'occasion d'un séminaire international à l'hôtel Ivoire, les données du centre seront sollicitées.

Soucieux de la qualité du service pendant 5 jours de séminaire, le nouveau directeur surveille quotidiennement l'état (opérationnel ou non) du centre.

On suppose que l'état d'un serveur est indépendant d'un jour à l'autre.

Le directeur souhaite être rassuré ; pour cela, il faudra que la probabilité que le centre soit opérationnel au cours d'une journée dépasse 0,90 et que le centre fonctionne sans interruption durant les 5 jours dépasse 0,60.

①. Justifie que la probabilité que le centre soit opérationnel au cours d'une journée est de 0,9298.

②. À l'aide d'une production argumenté, indique si le directeur peut être rassuré ou non.