Date : 10/11/2026
Niveau : Terminale D

DEVOIR COMMUNAL N°1

Coefficient : 2
Durée : 4*h*

Fomesoutra.com ça soutra!

***Cette épreuve comporte trois pages numérotées* 1/3, 2/3 *et* 3/3.**
L'usage de toute calculatrice scientifique est autorisé.

Exercice 1 (2 points)

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition du tableau ci-dessous suivi de **VRAI** si la proposition est vraie ou de **FAUX** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1	f est une fonction continue sur un intervalle K, a et b sont des éléments de K tels qu'il existe un nombre réel m compris entre $f(a)$ et $f(b)$. Alors l'équation $f(x) = m$ admet une solution unique comprise entre a et b.
2	Une variable aléatoire est une application de l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire vers l'intervalle [0 ; 1].
3	Si f est une fonction définie sur $]-\infty;\ 0[$ et ℓ un nombre réel tel que pour tout x de $]-\infty;\ 0[, |f(x) - \ell| \leq -\frac{1}{x}$ alors $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \ell$.
4	Soit p une probabilité définie sur un univers Ω, et A un évènement. Alors la probabilité conditionnelle de A sachant que Ω est réalisé, notée $p_\Omega(A)$ est égale à $p(A)$.

Exercice 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des lignes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.
Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre de la ligne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	Informations	
1	On considère une fonction h continue sur $[0 ; +\infty[$ et admettant le tableau de variation ci-contre : x | 0 | 9 | $+\infty$ $h(x)$ | 2 ↗ 5 ↘ 3 Alors l'équation qui admet deux solutions dans $[0 ; +\infty[$ est ...	A	$h(x) = \sqrt{2}$.
		B	$h(x) = 2$.
		C	$h(x) = 3$.
		D	$h(x) = 4$.
2	Soit p une probabilité définie sur un univers Ω, A et B des évènements tels que $p(A) = 0{,}3$ et $p(A \cap B) = 0{,}15$. Si A et B sont indépendants alors $p(B) = \cdots$	A	0,15.
		B	0,3.
		C	0,045.
		D	0,5.
3	Pour tout nombre réel strictement positif x, le quotient $\frac{\sqrt[3]{2x}}{\sqrt[3]{x}}$ est égal à …	A	$\sqrt[3]{2}$
		B	$\sqrt[3]{x}$
		C	$\sqrt[3]{2x}$
		D	$\sqrt[3]{3}$
4	Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi binomiale de paramètres 5 et 0,4. Alors la variance V(X) de X est égale à …	A	1,2.
		B	2.
		C	1,095.
		D	3.

Exercice 3 (2 points)

f est la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$.

1. *a*) Justifie que la limite de f en 0 est $\frac{1}{2}$.
   b) Déduis-en que f admet en 0 un prolongement par continuité.
2. Définis le prolongement par continuité g de f en 0.
3. Utilise la question 1. *a*) pour déterminer la limite de $\frac{\sqrt{1+2x}-1}{x}$ lorsque x tend vers 0.

Exercice 4 (4 points)

Partie 1

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie, soit par un virus.
Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test, conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne. Mais ce test présente des risques d'erreur.
Des études statistiques, menées auprès d'une population de malades atteints d'angine, ont donné les résultats suivants :

- Dans cette population, 20 % présentent une infection bactérienne ;
- Parmi les malades dont l'angine est bactérienne, 30 % ont un test négatif ;
- Parmi les malades dont l'angine est virale, 10 % présentent un test positif.

On interroge au hasard un malade de cette population atteint d'angine, et on note :
B l'évènement : « l'angine du malade est bactérienne »
T l'évènement : « le test effectué sur le malade est positif »
$\overline{B}$ et $\overline{T}$ désignent les évènements contraires respectifs des évènements B et T.

1. Construis un arbre pondéré de probabilités décrivant cette situation.
2. Démontre que : $p(T) = 0{,}22$.
3. Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Calcule la probabilité que l'angine de ce malade soit bactérienne. (***Tu donneras l'arrondi d'ordre 2 du résultat***).

Partie 2

Le coût du traitement en francs CFA d'un malade de cette population est le suivant :

- 2 000 si le test est positif ;
- 0 si l'angine est virale et le test est négatif ;
- 5 000 si l'angine est bactérienne et le test est négatif.

On interroge au hasard un malade de la population et on note X la variable aléatoire égale au coût de son traitement (en francs CFA).

1. Justifie que le tableau ci-dessous représente la loi de probabilité de X.

x_i	0	2000	5000
$p(X = x_i)$	0,72	0,22	0,06

2. On note $E(X)$ l'espérance mathématique de X.
   a) Justifie que : $E(X) = 740$.
   b) Que représente la valeur de $E(X)$?
3. *a*) Détermine la fonction de répartition F de X.
   b) Représente graphiquement F dans un repère orthogonal.
   (***Tu donneras* : 1 cm pour 1000 F CFA en abscisses, et 1 cm pour 0,1 en ordonnées)**

Exercice 5 (5 **points**)

On considère la fonction numérique f définie sur $[0\,;3[\cup]3;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{x\sqrt{x}}{x-3}+1$.
On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. *a*) Justifie que : $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ <}} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ >}} f(x)=+\infty$.
   b) Donne une interprétation graphique des résultats précédents.
2. *a*) Justifie que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
   b) Justifie que la courbe (C_f) admet une branche parabolique dont tu préciseras la direction.
3. On admet que f est strictement décroissante sur $[0\,;3[$ et on note h la restriction de f à $[0\,;3[$.
   a) Justifie que : $f([0\,;3[)=]-\infty;1]$.
   b) Justifie que h est une bijection de $[0\,;3[$ sur un intervalle K que tu préciseras.
   c) Donne, en justifiant la réponse, le sens de variation de h^{-1}, bijection réciproque de h.
   d) Dresse le tableau de variation de h^{-1}.
4. Soit l'équation (*E*) : $x\in[0\,;3[,\ f(x)=0$.
   a) Justifie que (*E*) admet une unique solution.
   b) On note α la solution de l'équation (*E*). Vérifie que : $1<\alpha<2$.
   c) Par la méthode de balayage, détermine un encadrement d'amplitude 10^{-1} de α.
5. On définit sur $[0\,;3[$ la fonction g par : $g(x)=\frac{3}{\sqrt{x}+1}$.
   Démontre que : $g(\alpha)=\alpha$.

Exercice 6 (5 **points**)

Lors de la kermesse de fin d'année dans ton établissement, le comité d'organisation a initié un jeu d'adresse comprenant quatre épreuves.
Le joueur reçoit quatre boules après une mise de 100 F CFA.
Une épreuve consiste à lancer une boule dans un trou situé à 10 mètres.
Le jeu est terminé lorsque le joueur a lancé les quatre boules.
On suppose que les quatre lancers sont indépendants.
À chaque épreuve :

- Le joueur a 25 % de chance de loger la boule dans le trou ;
- Si le joueur réussit à loger la boule dans le trou, le comité d'organisation lui remet deux tickets ;
- S'il ne réussit pas à loger la boule dans le trou, il ne gagne aucun ticket.

Le comité d'organisation récompense à hauteur de 2 500 F CFA le joueur qui possède à la fin du jeu au moins quatre tickets.
Un élève affirme qu'un joueur a moins de 20 % de chance de gagner les 2 500 F CFA.
À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si l'affirmation de cet élève est justifiée ou non.