

DEVOIR N°1 UP MATHÉMATIQUES

SERIE D

Année scolaire :2020-2021

Durée :04 heures

Niveau : Terminale

KEHE

Exercice 1

Voici les résultats d'un sondage effectué auprès de 1 000 personnes, à propos d'Internet :

- 40 % des personnes interrogées déclarent être intéressées par Internet.
- 35 % des personnes interrogées ont moins de 25 ans et, parmi celles-ci, 80% déclarent être intéressées par Internet ;
- 30 % des personnes interrogées ont plus de 50 ans et, parmi celles-ci, 85% ne sont pas intéressées par Internet.

	Intéressés par Internet	Non Intéressés par Internet	Total
Moins de 25 ans	280	70	350
De 25 à 50 ans	75	275	350
Plus de 50 ans	45	255	300
Total	400	600	1000

1) On choisit au hasard une personne parmi les 1 000 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies. On considère les événements suivants :

A : « la personne interrogée a moins de 25 ans » ;

B : « la personne interrogée a plus de 50 ans » ;

I : « la personne interrogée est intéressée par Internet ».

- a) Déterminer les probabilités $p(A)$, $p(B)$, et $p(I)$.
- b) Définir par une phrase l'événement $\bar{B}$ et calculer $p(\bar{B})$.
- c) Calculer $p(A \cap I)$ et en déduire $p(A \cup I)$.

2) On sait maintenant que la personne interrogée n'est pas intéressée par Internet. Quelle est la probabilité :

- a) qu'elle ait plus de 50 ans ?
- b) qu'elle ait 50 ans ou moins de 50 ans ?

3) On sait maintenant que la personne interrogée n'a pas plus de 50 ans. Quelle est la probabilité qu'elle soit intéressée par Internet?

Exercice 2

Chaque matin de classe, Moussa peut être victime de deux événements indépendants :

- R : « Il n'entend pas son réveil sonner » ;
- M : « Sa moto, mal entretenu, tombe en panne ».

Il a observé que chaque jour de classe, la probabilité de R est égale à 0,1 et que celle de M est égale à 0,05. Lorsqu'au moins l'un des deux événements se produit, Moussa est en retard au lycée sinon il est à l'heure.

- 1) Calculer la probabilité qu'un jour de classe donné, Moussa entende son réveil sonner et que sa moto tombe en panne.
- 2) Calculer la probabilité que Moussa soit à l'heure au lycée un jour de classe donné.
- 3) Au cours d'une semaine, Moussa se rend cinq fois au lycée. On admet que le fait qu'il entende son réveil sonner un jour de classe n'influe pas sur le fait qu'il entende ou non les jours suivants. Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de fois que Moussa entende son réveil sonner.
 - a) Justifier que X suit une loi binomiale et déterminer les paramètres.
 - b) Quelle est la probabilité que Moussa entende le réveil sonné au moins quatre fois au cours d'une semaine ?

PROBLEME

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$ sur $\mathbb{R}$ et (Cf) sa courbe représentative.

- 1) a- Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
 b- Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. Interpréter graphiquement les résultats.
- 2) a- Démontrer que f admet un prolongement g par continuité en 0. Et préciser g .
 b- Vérifier que $\forall x \in D_f, g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+1}$.
 c- On admet que g est dérivable en 0. Et sachant que $g(0) = 0$, déterminer l'expression $A(x) = \frac{g(x)-g(0)}{x-0}$ du taux de variation de g en 0. Puis- en déduire le nombre dérivé de g en 0.
- 3) a- Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = \frac{1}{(\sqrt{x^2+1}+1)\sqrt{x^2+1}}$
 b- En déduire le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.
 c- Démontrer que g est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle K à préciser.
- 4) Soit g^{-1} la bijection réciproque de g .
 a- Donner le sens de variation de g^{-1} et dresser son tableau de variation.
 b-. Démontrer que $\forall x \in K, g^{-1}(x) = \frac{2x}{1-x^2}$
 b- Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) la courbe représentative de g au point d'abscisse 0.
 d- Construire (C) et (T) dans un repère orthonormé $(O; I; J)$. (unité = 2cm)