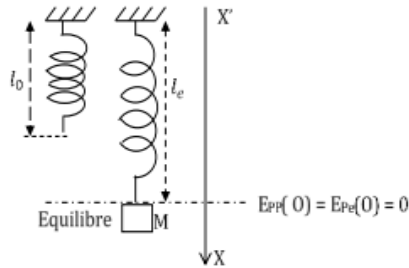


Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

OSCILLATIONS MÉCANIQUES LIBRES

EXERCICE 1

Un solide de masse  $m$  que l'on pourra considérer comme ponctuel, est suspendu à l'extrémité d'un ressort de longueur à vide  $l_0$  et de raideur  $k$ . On suppose l'absence de toute force de frottement.



- 1) Détermine la longueur  $l_e$  du ressort lorsque le système est immobile à l'équilibre.
- 2) On repère la position du solide par sa cote sur l'axe  $(Ox)$  vertical orienté vers le bas. Le point  $O$  correspond à la position d'équilibre. Etablis l'équation différentielle vérifiée par  $x$ .
- 3) Calcule la somme de l'énergie potentielle de pesanteur du solide et de l'énergie potentielle élastique du ressort. On choisit le point  $O$  comme origine des énergies potentielles de pesanteur et élastique.

Données :  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  ;  $l_0 = 20 \text{ cm}$  ;  $k = 100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  ;  $m = 400 \text{ g}$  ;  $x_0 = -3 \text{ cm}$ .

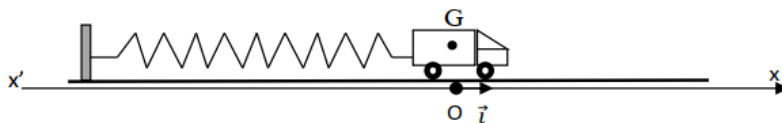
EXERCICE 2

Ton petit frère possède un jeu constitué d'une ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de constante de raideur  $k$  et d'une voiturette de masse  $m$  accrochée à l'extrémité libre du ressort. L'ensemble est posé sur une table horizontale où les frottements sont négligés.

La position du centre d'inertie de la voiturette peut être déterminée sur un axe horizontal  $(x'x)$  muni d'un repère  $(O, \vec{i})$ . A l'équilibre, le centre d'inertie  $G$  de la voiturette se trouve à l'origine du repère.

Ton petit frère déplace la voiturette vers la gauche jusqu'à l'abscisse  $x_0$  puis à l'instant  $t_0$ , il la libère sans vitesse initiale. Le système {voiturette + ressort} se met alors à osciller.

Données :  $m = 250 \text{ g}$  ;  $k = 100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  ;  $x_0 = -15 \text{ cm}$  ;  $t_0 = 0 \text{ s}$ .

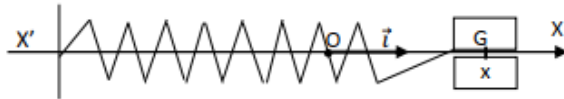


Il t'est demandé d'établir l'équation horaire du mouvement de la voiturette.

- 1) Nomme les forces extérieures qui s'exercent sur la voiturette pour  $x \neq 0$ .
- 2) Représente ces forces dans une position de G où  $x < 0$ .
- 3) Etablis l'équation différentielle du mouvement du système.
- 4) Détermine l'expression de  $x(t)$  sous la forme  $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$  et celle de  $v(t)$ , en précisant les valeurs numériques de  $X_m$ ,  $\omega_0$  et  $\varphi$ .

### EXERCICE 3

On considère un ressort de raideur  $k$ . On place un solide de masse  $m$  à l'extrémité libre d'un ressort. Le solide peut glisser sans frottement le long d'une tige horizontale.



A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide coïncide avec l'origine O du repère. On écarte le solide de sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale. Il oscille et son centre d'inertie est repère par son abscisse  $x$ .

#### 1- Étude dynamique

- 1.1- Faire le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur le solide et les représenter.
- 1.2- En appliquant le théorème du centre d'inertie, établir l'équation différentielle du mouvement du solide.

#### 2- Étude cinématique

- 2.1- Montrer que  $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$  est solution de l'équation différentielle ;
- 2.2- Déterminer les expressions de la pulsation propre  $\omega_0$ , de la période propre  $T_0$  et de la fréquence propre  $N_0$ .

#### 3- Étude énergétique

- 3.1- Donner les expressions de l'énergie potentielle élastique, de l'énergie cinétique et de l'énergie mécanique du système en fonction du temps
- 3.2- Montrer que l'énergie mécanique du système se conserve
- 3.3- Retrouver l'équation différentielle du mouvement à partir de la conservation de l'énergie mécanique.