



INSTITUT DE FORMATION
SAINTE MARIE

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Session février 2017

Durée : 03 Heures

UP-MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1

Une enquête réalisée par le ministère de la sante publique sur le nombre moyen de patients par mois et l'effectif du personnel soignant dans huit cliniques de la ville d'Abidjan a donné les résultats suivants :

Cliniques	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
Effectif du personnel soignant X_i	10	17	22	23	27	30	34	37
Nombre moyen de patients par mois Y_i	48	80	95	104	133	145	153	170

- Construire le nuage de points $M_i(X_i; Y_i)$ correspondant à cette série statistique.
 - En abscisse 1 cm pour 04 personnes
 - En ordonnée 1 cm pour 20 patients
- Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points et place dans le repère.
- Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de la série double et vérifier qu'un ajustement affine est justifié.
- Justifier que la droite de régression de Y en X a pour équation $y = 4,6x + 1$
(On utilisera l'arrondi d'ordre 2 pour les calculs)
- L'effectif du personnel soignant d'une clinique est égal à 45
 - A combien peut-on estimer le nombre moyen de patients de cette clinique ?
 - Sachant qu'en moyenne chaque patient rapporte 15 000F à la clinique et que les charges s'élèvent à 60% du chiffre d'affaires, calculer le bénéfice moyen réalisé lorsque cette clinique a reçu 208 patients.

EXERCICE 2

On donne $E = x^2 + \frac{5}{2}x + 1$ et $F = x^2 - \frac{1}{2}x$

- Factoriser E
- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $F = 0$, puis en déduire les solutions de l'inéquation $F > 0$
- On pose $P(x) = -x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \alpha x + 3$
 - Trouver α pour $P(3) = 0$
 - En déduire une factorisation complète de $P(x)$
 - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$

En déduire les solutions de l'équation : $-(\ln x)^3 + \frac{1}{2}(\ln x)^2 + \frac{13}{2}(\ln x) + 3 = 0$

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

Unités graphiques :

- En abscisse : 1 cm représente 4 unités
- En ordonnée : 4 cm représente 1 unité

Partie A

On considère la fonction g définie sur l'ensemble $[0 ; 60]$ par $g(x) = \frac{x-8}{10(x+2)}$

1. a) Calculer la dérivée g' de la fonction g
c) Etudier le sens de variation de la fonction g
2. a) Résoudre dans $[0 ; 60]$, l'équation $g(x) = 0$
b) justifier que :
 - $\forall x \in [0; 8[, g(x) < 0$
 - $\forall x \in]8; 60] , g(x) > 0$

Partie B

On considère la fonction B définie sur $[0 ; 60]$ par $B(x) = \frac{1}{10}x - 1 - \ln(x + 2)$

1. a) Soit B' la dérivée de B .
Démontrer que : $\forall x \in [0; 60], B'(x) = g(x)$
b) Donner le tableau de variation de B sur $[0; 60]$
2. a) Démontrer que l'équation $B(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[49; 50]$
b) Vérifier que $49,3 \leq \alpha \leq 49,4$
c) Dédire des questions 1.b) et 2.a) que l'équation $B(x) = 0$ admet une solution unique dans $[0; 60]$
3. Construire la courbe représentative de la fonction B dans le repère orthogonal

Partie C

Une entreprise produit quotidiennement x postes téléviseurs LCD ($0 < x < 60$) pour un coût total exprimé en millions de F CFA par : $C(x) = \frac{2}{10}x + 1 + \ln(x + 2)$.

Chaque poste téléviseur LCD produit est vendu au prix de 300 000 F CFA. On appelle $R(x)$ la recette totale (en millions F CFA) résultant de la vente x postes téléviseurs LCD.

1. Exprimer $R(x)$ en fonction de x
2. Exprimer le terme $R(x) - C(x)$ en fonction de x . Que représente ce terme ?
3. Déterminer le nombre minimal de postes téléviseurs LCD à fabriquer par jour pour rentabiliser l'entreprise
4. Pour quelle production quotidienne de postes téléviseurs LCD la perte de l'entreprise est-elle maximale ?