# Correction Maths BEPC 2012 zone 2

**Exercice 1**

1a.. Calcul de $f(3+\sqrt{2})$

$f$ est une application linéaire donc $f(3+\sqrt{2}) = f(3) + f(\sqrt{2})$ $\left[ f(x+y) = f(x) + f(y) \right]$

$f(3) = 3\sqrt{2}$ et $f(\sqrt{2}) = 2$ d'où $f(3+\sqrt{2}) = 3\sqrt{2} + 2 = 2 + 3\sqrt{2}$

b. Calcule $f(\sqrt{6})$ sachant que $\sqrt{6} = \sqrt{3} \times \sqrt{2}$

$f$ est une application linéaire, donc $f(\sqrt{6}) = f(\sqrt{3} \times \sqrt{2}) = \sqrt{3} \times f(\sqrt{2})$ $\left[ f(xy) = yf(x) = xf(y) \right]$

$\sqrt{3} \times f(\sqrt{2}) = \sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$ . Donc $f(\sqrt{6}) = 2\sqrt{3}$

2. Justifie que f est une application linéaire croissante.

Déterminons le coefficient de l'application affine tel que : $f(x) = ax$

On a : $f(\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} \iff 3a = 3\sqrt{2} \iff a = \sqrt{2}$ ; comme $\sqrt{2} > 0$ $f$ est une application linéaire croissante.

**Exercice 2**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On donne la droite (D) d'équation : $x - 2y + 3 = 0$

1. Calcule le nombre réel $x$ pour que le point $A(x;1)$ appartienne à la droite (D)

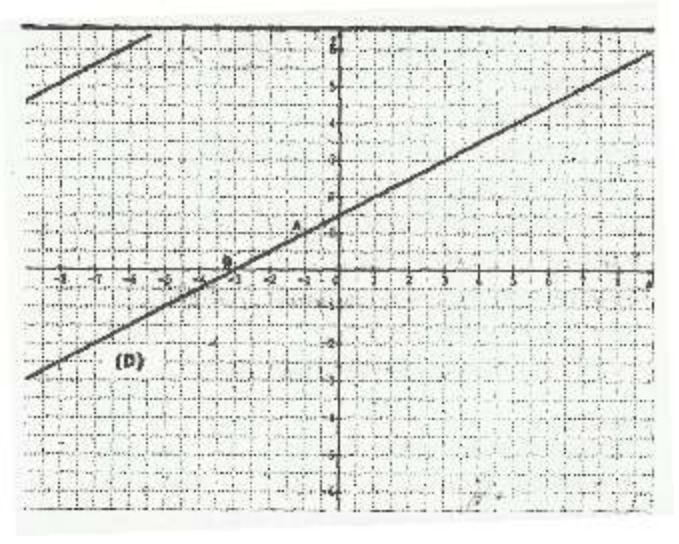
Le point A appartient à la droite (D) signifie que les coordonnées du point A vérifient l'équation de (D).

$A \in (D) \iff x - 2 \times 1 + 3 = 0 \iff x - 2 + 3 = 0 \iff x + 1 = 0 \iff x = -1$ ; $\boxed{x = -1}$

2. Construis la droite (D)

Pour construire une droite, il faut déterminer deux points appartenant à cette droite. Le point A appartient à la droite (D). Déterminons un second point B.

Pour $y = 0$ $x = -3 \iff B(-3;0)$



**Exercice 3**

1. Le choix du COGES :

Le COGES devra choisir la modalité B (une salle informatique avec internet) car c'est la modalité qui a l'effectif le plus élevé.

2. Construis un diagramme circulaire de cette série statistique . *(On prendra pour rayon 4 cm)*

Calculons les mesures des angles au centre des modalités.

| Modalités | A | B | C | D | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectifs | 350 | 650 | 200 | 600 | 1800 |
| Angle au centre | 70° | 130° | 40° | 120° | 360° |

$$\text{Mesure de l'angle au centre} = \frac{\text{effectif de la modalité}}{\text{effectif total}} \times 360°$$

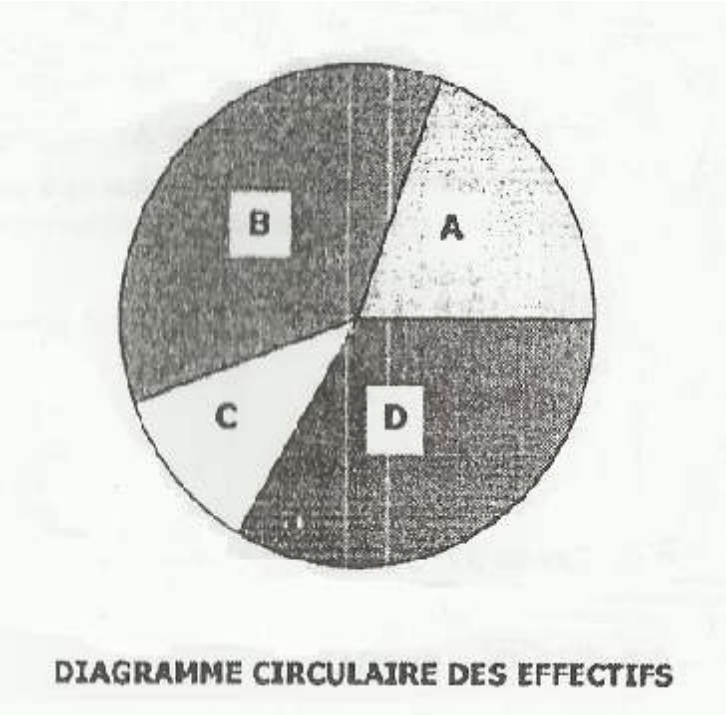



DIAGRAMME CIRCULAIRE DES EFFECTIFS

**Exercice 4**

1. Démontrons que les droites (EF) et (BK) sont parallèles.

Considérons le triangle ABK. $E \in [AB]$ et $F \in [AK]$

Calculons $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{AF}{AK}$

$\frac{AE}{AB} = \frac{6}{10} = 0,6$ et $\frac{AF}{AK} = \frac{4,8}{8} = 0,6$ donc $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AK}$

La position de E par rapport à A et B est la même que celle de F par rapport aux point A et K. D'après la Réciproque de la propriété de Thalès les droites (EF) et (BK) sont parallèles.

2. Calculons EF.

Les triangles ABK et AEF sont en situation de Thalès.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès on a : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AK} = \frac{EF}{BK}$

$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AK} = \frac{EF}{BK} \Longrightarrow \frac{AF}{AK} = \frac{EF}{BK}$ donc $EF = BK \times \frac{AF}{AK}$ Finalement $EF = 6 \times 0,6 = 3,6$

$\boxed{EF = 3,6}$

**Problème**

1.a. Démontrons que le triangle AEF est rectangle en F.

Considérons le triangle AEF, $AE = 4$ ; $AF = 3,2$ et $EF = 2,4$

$AE^2 = 4^2 = 16$ ; $AF^2 = (3,2)^2 = 10,24$ ; $EF^2 = (2,4)^2 = 5,76$

$AF^2 + EF^2 = 10,24 + 5,76 = 16$ or $AE^2 = 16$ donc $AF^2 + EF^2 = AE^2$

Le triangle AEF est donc rectangle en F d'après la réciproque de la propriété de Pythagore.

b. Justifions que $\cos \widehat{EAF} = 0,8$

Considérons le triangle AEF rectangle en F.

$\cos \widehat{EAF} = \frac{AF}{AE} = \frac{3,2}{4} = 0,8$

Encadrement de mes $\widehat{EAF}$

$0,799 < 0,8 < 0,809 \iff 36° < \text{mes}\,\widehat{EAF} < 37°$

2.a. Justifie que mes $\widehat{BPK}$ = mes $\widehat{BAK}$

$\widehat{BPK}$ et $\widehat{BAK}$ sont deux angles aigus inscrits qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{BK}$ donc mes $\widehat{BPK}$ = mes $\widehat{BAK}$

b. Justifie que le triangle ABK est rectangle en K.

Le point k appartenant au cercle de diamètre [AB], donc le triangle ABK est rectangle en K.

3.a. Démontre que les droites (EF) et (BK) sont parallèles.

On sait que le triangle EFK est rectangle en F, donc (EF) $\perp$ (AK) car $F \in [AK]$

On sait aussi que le triangle BAK est rectangle en K, donc (BK) $\perp$ (AK)

(EF) $\perp$ (AK) et (BK) $\perp$ (AK) donc (EF) $/\!/$ (BK) car deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

b. Démontrons que AK = 4,8

Les triangles ABK et AEF sont en situation de Thalès.

D'après la propriété de Thalès on a : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AK}$

$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AK} \iff AK = \frac{AB \times AF}{AE}$ donc $AK = \frac{6 \times 3,2}{4} = 4,8$ ; $AK = 4,8$

5. Démontrons que les droites (MN) et (BK) sont parallèles.

Considérons le triangle ABK, $N \in [AB]$ et $M \in [AK]$, calculons $\frac{AN}{AB}$ et $\frac{AM}{AK}$

$\frac{AN}{AB} = \frac{1}{3}$ et $\frac{AM}{AK} = \frac{1,6}{4,8} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$ donc $\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AK}$

La position de N par rapport à A et B est la même que celle de M par rapport à A et K.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès les droites (MN) et (BK) sont parallèles.