Correction Maths BEPC 2012 zone 1

Exercice 1

1. Résous le système d'équation dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ suivant :

$$\begin{cases} x - 2y - 12 = 10 & (1) \\ x = 3y & (2) \end{cases}$$

Dans l'équation (1) en remplaçant x par sa valeur $3y$ de (2), on obtient $3y - 2y - 12 = 10$ d'où $y = 22$

En remplaçant y par sa valeur dans (2) on obtient donc $x = 3 \times 22$, soit $x = 66$ Finalement

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{66 ; 22\}$

2.
Choix des inconnues

Soit x l'âge du père et soit y l'âge du cousin.
Mise en équation :
Le père a le triple de l'âge du cousin ce qui veut dire que $x = 3y$

Si le père retranche 12 ans de son âge (en ce moment là son âge sera donc $x - 12$), il aura le double de l'âge du cousin Ce qui donnera $x - 12 = 2y$. On obtient ainsi le système d'équations suivant : $\begin{cases} x = 3y \\ x - 12 = 2y \end{cases}$

Résolution du système d'équations :

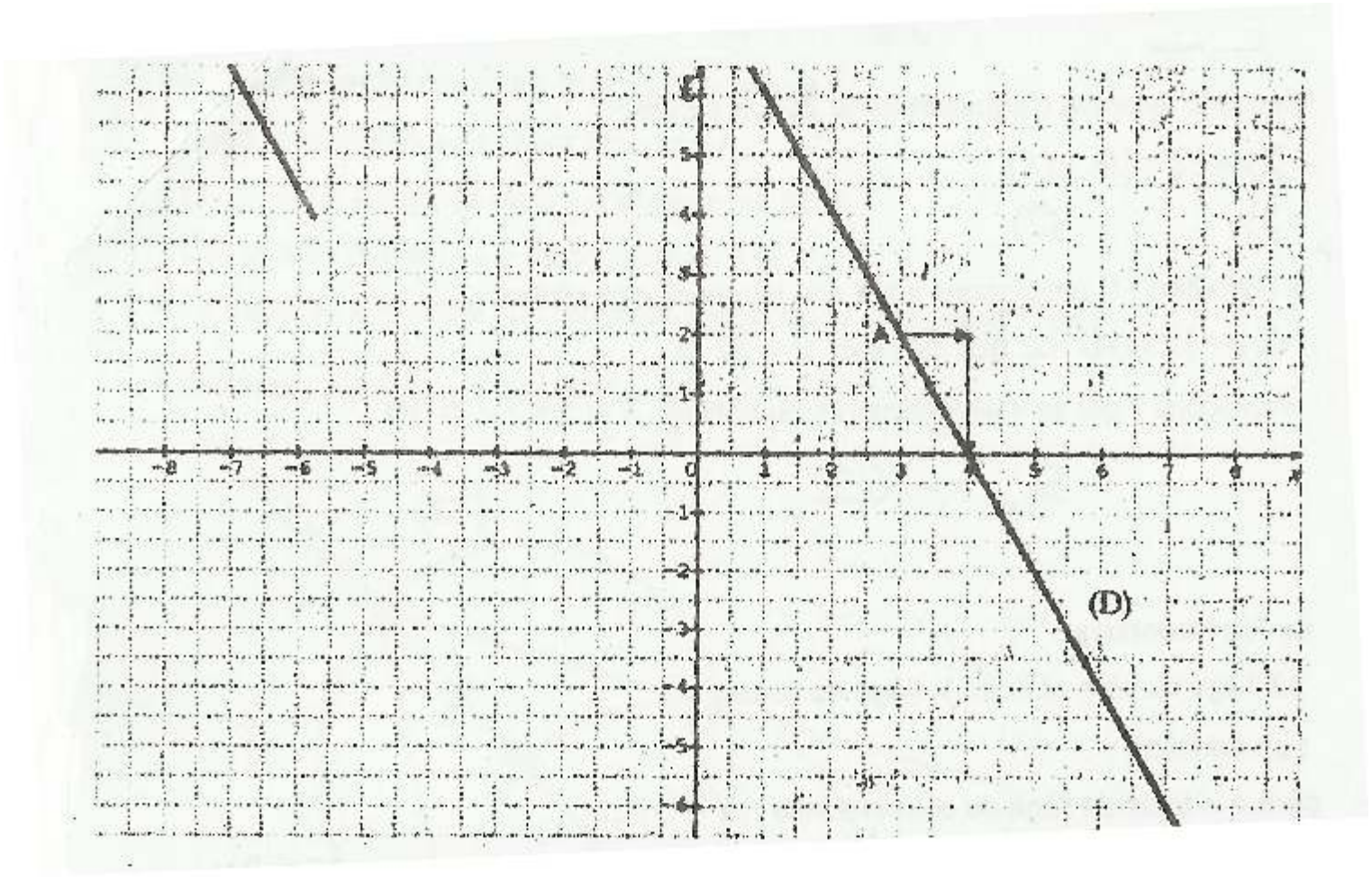
$$\begin{cases} x = 3y & (1) \\ x - 2y = 12 & (2) \end{cases}$$

En remplaçant x par son expression dans l'équation (2), on a : $3y - 2y = 12$ et donc $y = 12$

Dans (1) remplaçons à présent y par sa valeur : $x = 3 \times 12 = 36$ $S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{36 ; 12\}$ Le père de Désiré a 36 ans et son cousin, lui, a 12 ans..

Exercice 2

La droite (D) passe par le point E et a pour vecteur directeur le vecteur de coordonnées $(1 ; -2)$ puisque son coefficient directeur est -2 (voir page suivante)



Exercice 3

1. Justifie que les points P ; B et C ne sont pas alignés.

Montrons que les vecteurs $\overrightarrow{PB}$ et $\overrightarrow{PC}$ ne sont pas colinéaires. Pour rappel $P(-1;-2)$; $B(3;0)$; $C(1;2)$

$\overrightarrow{PB}\begin{pmatrix}3-(-1)\\0-(-2)\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{PB}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PC}\begin{pmatrix}1-(-1)\\2-(-2)\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{PC}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ On a : $4 \times 4 - 2 \times 2 = 12 \neq 0$ donc les

$\left[\overrightarrow{PB}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}\overrightarrow{PC}\right]$ (Ne faites pas ce schéma sur votre copie, c'est juste pour vous expliquer.)

vecteurs $\overrightarrow{PB}$ et $\overrightarrow{PC}$ ne sont pas colinéaires. Ce qui veut dire que les points P ; B et C ne sont pas alignés.

2. Détermine le couple de coordonnées du point E tel que le quadrilatère BEPC soit un parallélogramme.

Soit $E(x;y)$. BEPC est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{PC}$

$\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix}3-x\\0-y\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix}3-x\\-y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PC}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$. $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{PC} \iff \begin{cases}3-x=2\\-y=4\end{cases} \iff \begin{cases}x=1\\y=-4\end{cases}$

On a donc $\boxed{E\ (1;-4)}$

Exercice 4

1. Quel est la production moyenne annuelle de ces planteurs ?

Soit M la production moyenne annuelle

$$M = \frac{1 \times 4 + 2 \times 8 + 6 \times 7 + 9 \times 10 + 12 \times 13 + 13 \times 8}{50}$$

$$M = \frac{4 + 16 + 42 + 90 + 156 + 124}{50}$$

$$M = \frac{412}{50}$$

$$M = 8{,}24$$

La production moyenne annuelle est de 8,24 tonnes.

2. L'industriel va-y-il installer son usine dans cette ville ?

Oui, l'industriel va installer son usine car 8,24 tonnes supérieure aux 5 tonnes qu'il a demandées.

Problème

1. Calcul de AC

Considérons le triangle ABC rectangle en B.

D'après la propriété de Pythagore on a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \iff AC = \sqrt{100} = 10$; donc $AC = 10$ $\boxed{AC = 10}$

2.a. Le point E appartient au cercle de diamètre $[AB]$, donc le triangle ABE est rectangle en B.

b. Calcul de AE

Calculons d'abord BE

Considérons le triangle ABC rectangle en B. Le point E est le pied de la hauteur issue du sommet B.

On a : $BE \times AC = AB \times BC \iff BE = \frac{AB \times BC}{AC} \iff BE = \frac{8 \times 6}{10}$; $BE = 6{,}4$

Calculons AE.

Considérons le triangle ABE rectangle en E.

D'après la propriété de Pythagore, on a : $AB^2 = AE^2 + BE^2 \iff AE^2 = AB^2 - BE^2$;

$AE^2 = 8^2 - (4{,}8)^2$; $AE^2 = 64 - 23{,}04$; $AE^2 = 40{,}96$ d'où $AE = \sqrt{40{,}96}$; $\boxed{AE = 6{,}4}$

3.a. Justifions que les droites (BC) et (HE) sont parallèles.

$$\begin{cases} (BC) \perp (AB) \\ (HE) \perp (AB) \end{cases}$$ donc $(BC) /\!/ (HE)$ car deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

b. Calcul de HE.

Considérons le triangle ABC; $E \in (AC)$ et $H \in (AB)$ avec (BC) // (HE)

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{AE}{AC} = \frac{AH}{AB} = \frac{HE}{BC}$

$\frac{AE}{AC} = \frac{AH}{AB} = \frac{HE}{BC} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{HE}{BC} \Leftrightarrow HE = BC \times \frac{AE}{AC} \Leftrightarrow HE = 6 \times \frac{6,4}{10} \Leftrightarrow \boxed{HE = 3,84}$

4. Calcul de $\sin \widehat{CAB}$

Considérons le triangle ABC rectangle en B

$\sin \widehat{CAB} = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{10} = 0,6$; $\sin \widehat{CAB} = 0,6$

Encadrement de $mes \widehat{CAB}$

$0,588 < 0,6 < 0,602 \Leftrightarrow 36° < mes \widehat{CAB} < 37°$

5°

a. Justifions que $mes \widehat{BCA} = mes \widehat{FEA}$

$\widehat{BCA}$ et $\widehat{FEA}$ sont deux angles correspondants formés par deux droites parallèles (BC) et (FE) et une sécante (AC). Donc $mes \widehat{BCA} = mes \widehat{FEA}$, car "si deux angles correspondants sont formés par deux droites parallèles et une sécante alors ils ont la même mesure.".

b. Démontrons que $mes \widehat{FKA} = mes \widehat{BCA}$

$\widehat{FEA}$ et $\widehat{FKA}$ sont deux angles aigus inscrits qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{FA}$ donc $mes \widehat{FEA} = mes \widehat{FKA}$

Or $mes \widehat{BCA} = mes \widehat{FEA}$, donc $mes \widehat{FKA} = mes \widehat{BCA}$

.