

**Exercice 1 :**

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J).

On donne :

$$\vec{OA} = 2\vec{OI} + \frac{1}{2}\vec{OJ} ; \vec{OB} = -2\vec{OI} ; \vec{OD} = 3\vec{OJ} ;$$

$$\vec{OC} = \vec{OI} - \vec{OJ} \text{ et } \vec{OE} = -\frac{1}{3}\vec{OI} - \vec{OJ}$$

1. Donne les coordonnées des points A, B, C, D et E.
2. Calcule les coordonnées des vecteurs

$$\vec{AB}, \vec{CD} \text{ et } \vec{EB}.$$

3. Déduis-en les coordonnées des vecteurs suivants :

$$\vec{u}_1 = \vec{AB} + \vec{CD} ; \vec{u}_2 = \frac{3}{2}\vec{EB} ;$$

$$\vec{u}_3 = \vec{CD} - \vec{EB} \text{ et } \vec{u}_4 = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{EB}$$

**Exercice 2 :**

1. On donne les réels  $a$  et  $b$  ainsi que les vecteurs  $\vec{AB}(2+a)$  ;  $\vec{CD} = \begin{pmatrix} -3 \\ b-7 \end{pmatrix}$

Détermine  $a$  et  $b$  pour que les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$  soient égaux.

2. On considère les points

$$O\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} ; P\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} ; Q\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } R\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- a. Montre que OPQR est un parallélogramme.
- b. Détermine les coordonnées de son centre K.

**Exercice 3 :**

$x$  et  $y$  étant réels. On donne les vecteurs

$$\vec{u}\begin{pmatrix} -5 \\ x+3 \end{pmatrix} ; \vec{v}\begin{pmatrix} 4 \\ 1-x \end{pmatrix} \text{ et } \vec{w}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{z}\begin{pmatrix} y \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

1. Calcule  $x$  pour que  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient colinéaires.
2. Calcule  $y$  pour que  $\vec{w}$  et  $\vec{z}$  soient orthogonaux.

**Exercice 4 :**

On donne les points  $E\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  ;  $F\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $G\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

1. Place ces points dans un repère orthonormal.
2. Calcule les coordonnées du point H pour que SFGH soit un parallélogramme. Place H.
3. Calcule les coordonnées du point L symétrique de E par rapport à H. Place L.
4. Calcule les coordonnées du point M image de G par la translation de vecteur  $\vec{HF}$ . Place le point M.

**Exercice 5 :**

On donne  $A\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{CD}\begin{pmatrix} 15 \\ 9 \end{pmatrix}$  et  $\vec{EF}\begin{pmatrix} -2 \\ 10 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

1. Trouve les coordonnées du point B pour qu'on ait  $\vec{AB}\begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$ .
2. Trouve les coordonnées des points N et M tels que  $\vec{AN} = 2\vec{AB}$  et  $\vec{MC} = -\frac{2}{3}\vec{CD}$ .

3. Montre que  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$  sont colinéaires.
4. Montre que  $\vec{AB}$  et  $\vec{EF}$  sont orthogonaux.
5. Que peux-tu déduire des vecteurs  $\vec{CD}$  et  $\vec{EF}$ .

**Exercice 6 :**

1. On donne les points  $A\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  ;  $B\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$  et  $C\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ . Justifie que les points A, B et C sont alignés.
2. On donne les points  $M\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $N\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Calcule l'ordonnée du point P d'abscisse  $-5$  tel que P, M et N soient alignés.

**Exercice 7 :**

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). (Unité de graphique le centimètre).

Soient  $A\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  ;  $B\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $C\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

1. Place les points A, B et C.
2. Montre que  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  sont orthogonaux. Déduis-en la nature du triangle ABC.
3. Calcule les coordonnées de K milieu du segment [BC].
4. Calcule les coordonnées de D symétrique de A par rapport à K.
5. Démontre que le quadrilatère ABCD est un rectangle.
6. Montre que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle  $(\mathcal{C})$  dont on donnera le centre et le rayon  $r$ .
7. On donne  $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$  ; calcule les coordonnées de E, image de A par la translation de vecteur  $\vec{u}$ .

**Exercice 8 :**

1. Transforme les équations de droites suivantes en équations réduites. On précisera le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de chaque droite.  
 $(D_1) : x - y + 7 = 0$  ;  $(D_2) : -2x - y + 3 = 0$   
 $(D_3) : 4x - 5y + 10 = 0$  ;  $(D_4) : 7x - 2y + 3 = 0$
2. Parmi les droites données ci-dessous, distingue celles qui sont parallèles et celles qui sont perpendiculaires.  
 $(D_1) : y = 4x$  ;  $(D_2) : y = -x + \frac{4}{3}$  ;  $(D_3) : x - y - 7 = 0$   
 $(D_4) : -x - y + 3 = 0$  ;  $(D_5) : y = -\frac{1}{4}x + 1$ .
3. On donne les droites  
 $(D_1) : 2x - 3y + 1 = 0$  et  $(D_2) : y = mx - 2$ 
  - a. Détermine  $m$  pour que  $(D_1)$  soit parallèle à  $(D_2)$ .
  - b. Détermine  $m$  pour que  $(D_1)$  soit perpendiculaire à  $(D_2)$ .

**Exercice 9 :**

Dans le plan muni repère orthonormal, on considère les droites  $(D_1)$ ,  $(D_2)$  et  $(D_3)$  d'équations respectives :  
 $2x - y - 1 = 0$  ;  $x + y - 3 = 0$  et  $3x + 3y - 2 = 0$ .

- Détermine un vecteur directeur de chacune de ces droites.
- Déduis parmi ces droites celles qui sont parallèles et celles qui sont sécantes.

**Exercice 10 :**

- Détermine une équation générale de chacune des droites décrites ci-dessous :
  - Droite passant par les points  $A\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ -2 \end{smallmatrix}\right)$  et  $B\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ -1 \end{smallmatrix}\right)$ .
  - Droite  $(D)$  passant par  $A\left(\begin{smallmatrix} -1 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$  et parallèle à  $(BC)$  avec  $B\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$  et  $C\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 8 \end{smallmatrix}\right)$ .
  - Droite  $(\Delta)$  passant par  $G\left(\begin{smallmatrix} -3 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$  et perpendiculaire à  $(EF)$  avec  $E\left(\begin{smallmatrix} -1 \\ 4 \end{smallmatrix}\right)$  et  $F\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$ .
  - Droite  $(L)$  passant par  $A\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$  et de vecteur  $\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} -2 \\ 5 \end{smallmatrix}\right)$ .
- Détermine une équation réduite de chacune des droites données ci-dessous.
  - Droite passant par les points  $A\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$  et  $B\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$ .
  - Droite  $(D')$  passant par  $K\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 5 \end{smallmatrix}\right)$  et perpendiculaire à la droite  $(D)$ :  $y = 3x + 1$ .
  - Droite  $(\Delta')$  passant par  $S\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$  et parallèle à la droite  $(\Delta)$  :  $y = x - 6$ .

**Exercice 11 :**

Dans le plan muni d'un repère orthonormal. L'unité choisie est le centimètre.

Place les points  $A\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 4 \end{smallmatrix}\right)$  et  $B\left(\begin{smallmatrix} -2 \\ 8 \end{smallmatrix}\right)$ .

- Vérifie que les points A et B appartiennent à la droite  $(D)$  d'équation:  $y = -x + 6$ .
  - Trace la droite  $(D)$ .
- Calcule les coordonnées de M milieu du segment  $[AB]$ .
- Détermine l'équation de la droite  $(\Delta)$  passant par M et perpendiculaire à  $(D)$ .
- Trace  $(\Delta)$ . Que représente  $(\Delta)$  pour le segment  $[AB]$ .

**Exercice 12 :**

Dans un repère orthonormal, on donne les points  $A\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$ ,  $B\left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 6 \end{smallmatrix}\right)$  et  $C\left(\begin{smallmatrix} -3 \\ -2 \end{smallmatrix}\right)$ .

- Démontre que le triangle ABC est isocèle en A.
- Détermine l'équation de la hauteur  $(D)$  issue de A.
- Détermine l'équation de la hauteur  $(D')$  issue de B.
- Déduis-en les coordonnées du point H orthocentre du triangle ABC.

**Exercice 13 :**

- Place les points  $A\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$  et  $B\left(\begin{smallmatrix} -2 \\ -2 \end{smallmatrix}\right)$  dans le plan muni d'un repère orthonormal.
- Détermine une équation de la droite  $(OA)$ .
- On appelle  $(\Delta)$  la médiatrice du segment  $[OA]$ .  
Montre que  $(\Delta)$  a pour équation  $y = -2x + 5$ .
- Trace la droite  $(d_1)$  d'équation  $y = -x + 4$ . On appelle  $(d_2)$  la droite qui passe par le point O.
- Détermine une équation de  $(d_2)$ .
- On appelle P le point d'intersection des droites  $(\Delta)$  et  $(d_1)$ .
  - Pourquoi a-t-on :  $PO=PA$  ?
  - Quelle est la nature du triangle OAP ?
  - Calcule les coordonnées du point P.
- On appelle E l'image du point P par la translation de vecteur  $\vec{OB}$ .
  - Place le point E dans le repère.
  - Calcule les coordonnées du point E.
  - Vérifie par le calcul que E est un point de  $(d_2)$ .
- Démontre que  $BE=AP$ .