

BEPC BLANC

SESSION : FEVRIER 2012

**EPREUVE DE
MATHEMATIQUES**

Durée : 2 H

Coefficient :



Exercice 1 :

1. $A = \frac{25}{18} - \frac{7}{9} \times \left(-\frac{5}{14} + \frac{8}{21} \right)$

Écrire A sous forme d'une fraction irréductible.

2. $B = 2\sqrt{32} - \sqrt{18} + \sqrt{8} + (3 - 2\sqrt{2})^2$

Écrire B sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a , b et c sont des nombres entiers relatifs avec c positif.

3. a. Justifie que $(3 - \sqrt{2})^2 = 11 - 6\sqrt{2}$.

b. Ecris l'expression $x^2 - (11 - 6\sqrt{2})$ sous la forme factorisée.

c. Trouve les nombres x tels que $(x - 3 + \sqrt{2})(x + 3 - \sqrt{2}) = 0$.

4. $M = \frac{2}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{5}}$ et $N = 2\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{5}}{2}$

a. Ecris M sans radical au dénominateur.

b. Justifie que $M \times N = 1$. Que peut-on dire de M et N ?

Exercice 2 :

L'unité de longueur est le centimètre (cm)

1. Vérifie que : $6^2 - 4^2 - (2\sqrt{5})^2$.

2. Construis un segment [MN] tel que $MN = 2\sqrt{5}$.

Justifie ta construction en énonçant les propriétés utilisées.

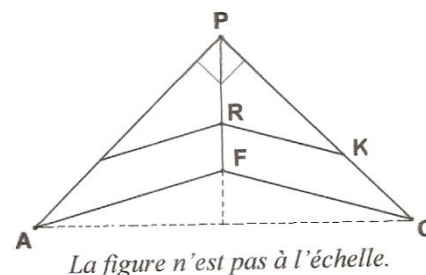
Exercice 3 :

Un cerf volant a la forme du quadrilatère PAFC dessiné ci-contre. On ne demande pas de reproduire la figure.

On donne : $PA = PC = 2 \text{ m}$;

$$FA = FC = 1,5 \text{ m} ; \quad \text{Mes} \angle APC = 90^\circ.$$

1. Démontrer que la droite (PF) est médiatrice du segment [AC].
2. Montrer que $AC = 2\sqrt{2}$.
3. Une des armatures [KR] est parallèle à la droite (FC) et a pour extrémité le point K tel que $PK = 1,4 \text{ m}$.
Calculer la longueur de cette armature [KR].



4. S est un point du plan tel que $PS = 3\sqrt{2}$ et $AS = \sqrt{14}$. Le triangle PAS est-il rectangle ?

1/2

PROBLEME

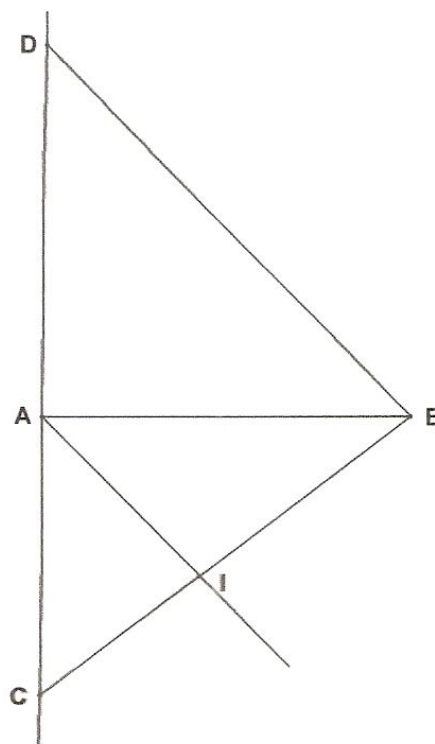
La figure ci-contre est à reproduire et à compléter à la quatrième question.

On donne $AC = 4,2 \text{ cm}$; $AB = 5,6 \text{ cm}$; $BC = 7 \text{ cm}$.

I est le point du segment [CB] tel que $CI = 3 \text{ cm}$.

La parallèle à la droite (AI) passant par B coupe la droite (AC) en D.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
2. a. Démontrer que $CD = 9,8 \text{ cm}$.
b. Calculer AD et en déduire la nature du triangle ADB.
c. Déterminer la mesure de l'angle $\angle DBA$.
3. a. Démontrer que $\text{Mes} \angle IAB = 45^\circ$.
b. En déduire que la droite (AI) est bissectrice de l'angle $\angle CAB$.
4. La perpendiculaire à (AB) passant par I coupe la droite (AB) en E. La perpendiculaire à (AC) passant par I coupe (AC) en F.
Démontrer que le quadrilatère AEIF est un rectangle.
5. Démontrer que $IE = IF$.
Quelle précision peut-on alors apporter quant à la nature du quadrilatère AEIF ?
6. Justifier que $\sin \angle ACB = 0,8$.
En déduire que $IE = 3,2 \text{ cm}$.



CORRIGES BEPC BLANC MATHS-2012

EMPT - BINGERVILLE

Exercice 1

1) Ecrivons A sous forme d'une fraction irréductible

$$A = \frac{25}{18} - \frac{7}{9} \times \left(-\frac{5}{14} + \frac{8}{21} \right)$$

$$A = \frac{25}{18} - \frac{7}{9} \times \left(-\frac{15}{42} + \frac{16}{42} \right) \Rightarrow \text{Car les parenthèses sont prioritaires sur la multiplication}$$

$$A = \frac{25}{18} - \frac{7}{9} \times \frac{1}{42}$$

$$A = \frac{25}{18} - \frac{1}{54}$$

$$A = \frac{75}{54} - \frac{1}{54}$$

$$A = \frac{74}{54}$$

$$A = \frac{37}{27}$$

$\Rightarrow$ Car la multiplication est prioritaire sur l'addition et la soustraction

2) Ecrivons B sous la forme $a + b\sqrt{c}$

$$B = 2\sqrt{32} - \sqrt{18} + \sqrt{8} + (3 - 2\sqrt{2})^2$$

$$B = 2\sqrt{16 \times 2} - \sqrt{2 \times 9} + \sqrt{4 \times 2} + (3^2 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2)$$

$$B = 2 \times 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + (9 - 12\sqrt{2} + 8)$$

$$B = 8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 9 - 12\sqrt{2} + 8$$

$$B = (8 - 3 + 2 - 12)\sqrt{2} + 9 + 8$$

$$B = -5\sqrt{2} + 17$$

$$B = 17 - 5\sqrt{2}$$

3-a) Justifions que $(3-\sqrt{2})^2 = 11-6\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}(3-\sqrt{2})^2 &= 3^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\ &= 9 - 6\sqrt{2} + 2\end{aligned}$$

$$\boxed{(3-\sqrt{2})^2 = 11-6\sqrt{2}}$$

3-b) Écrivons l'expression $x^2 - (11-6\sqrt{2})$ sous la forme factorisée

$$\begin{aligned}x^2 - (11-6\sqrt{2}) &= x^2 - (3-\sqrt{2})^2 \\ &= [x - (3-\sqrt{2})][x + (3-\sqrt{2})]\end{aligned}$$

$$\boxed{x^2 - (11-6\sqrt{2}) = (x-3+\sqrt{2})(x+3-\sqrt{2})}$$

3-c) Trouvons les nombres x tels que $(x-3+\sqrt{2})(x+3-\sqrt{2})=0$

$$\begin{aligned}(x-3+\sqrt{2})(x+3-\sqrt{2}) &= 0 \\ x-3+\sqrt{2} &= 0 \text{ ou } x+3-\sqrt{2} = 0 \\ x &= 3-\sqrt{2} \text{ ou } x = -3+\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\boxed{S_{\mathbb{R}} = \{3-\sqrt{2}; -3+\sqrt{2}\}}$$

4-a) Écrivons M sans radical ou dénominateur

$$\begin{aligned}M &= \frac{2}{4\sqrt{3}+3\sqrt{5}} \\ &= \frac{2(4\sqrt{3}-3\sqrt{5})}{(4\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{8\sqrt{3}-6\sqrt{5}}{48-45} \\ &= \frac{8\sqrt{3}-6\sqrt{5}}{3}\end{aligned}$$

$$\boxed{M = \frac{8\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{5}}$$

4-b) Justifions que $M \times N = 1$

$$\begin{aligned} M \times N &= \left(\frac{8\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{5} \right) \times \left(2\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{5}}{2} \right) \\ &= \frac{16 \times 3}{3} + \frac{24\sqrt{15}}{6} - 4\sqrt{15} - \frac{6 \times 5}{2} \\ &= 16 + 4\sqrt{15} - 4\sqrt{15} - 15 \end{aligned}$$

$$\boxed{M \times N = 1}$$

On peut dire que M et N sont inverses l'un de l'autre.

Exercice 2

1) Vérifions par calcul que $6^2 - 4^2 = 2\sqrt{5}$

$$6^2 - 4^2 = 36 - 16$$

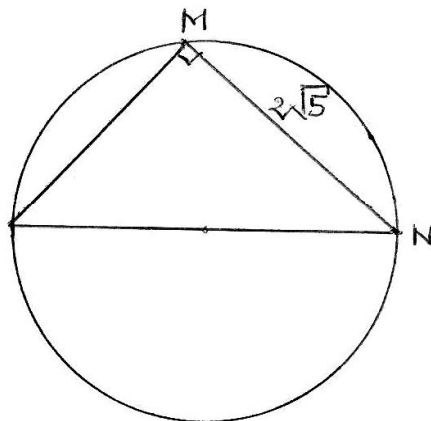
$$6^2 - 4^2 = 20$$

$$6^2 - 4^2 = (\sqrt{20})^2$$

$$6^2 - 4^2 = (\sqrt{4 \times 5})^2$$

$$\boxed{6^2 - 4^2 = (2\sqrt{5})^2}$$

2) Construisons un segment $[MN]$ tel que $MN = 2\sqrt{5}$



* Justification de la construction

Je sais que 6 et 4, hypoténuse du triangle rectangle donc le diamètre du cercle

est rectangle .

$$\begin{aligned} PS^2 &= PA^2 + AS^2 \\ &= 2^2 + (\sqrt{14})^2 \\ &= 4 + 14 \\ &= 18 \end{aligned}$$

$$PS^2 = 18$$

$$PS = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2}$$

$$\boxed{PS = 3\sqrt{2}}$$

$PS = 3\sqrt{2}$ vérifie les données alors le triangle PAS est rectangle en A .

Problème

1) Démontrons que le triangle ABC est rectangle
 ABC est un triangle, d'après la réciproque de la propriété de Pythagore :
 si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A.

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ BC^2 &= (5,6)^2 + (4,2)^2 \\ BC^2 &= 31,36 + 17,64 \\ BC^2 &= 49 \\ BC &= \sqrt{49} \end{aligned}$$

$$\boxed{BC = 7}$$

Ce qui vérifie les données alors le triangle ABC est rectangle en A.

2.a) Démontrons que $CD = 9,8 \text{ cm}$

CDB est un triangle tel que $A \in [CD]$ et $I \in [BC]$
 d'après la propriété de Thalès

$$\text{Si } (AI) \parallel (BD) \text{ alors } \frac{CA}{CD} = \frac{CI}{CB}$$

$$\frac{CA}{CD} = \frac{CI}{CB} \Rightarrow CD = \frac{CA \times CB}{CI}$$

$$CD = \frac{4,2 \times 7}{\frac{4}{7} \times 3}$$

$$\boxed{CD = 9,8}$$

2-b) Calculons AD

$$AD = CD - AC \\ = 9,8 - 4,2$$

$$\boxed{AD = 5,6}$$

ADB est un triangle rectangle isocèle en A
 Car $(AD) \perp (AB)$ et $AD = AB = 5,6$

2-c) Déterminons la mesure de l'angle DBA

ADB est un triangle rectangle isocèle en A
 donc $\widehat{DBA} = \widehat{ADB}$ et $\widehat{DAB} = 90^\circ$

$$\widehat{DBA} = \frac{90}{2}$$

$$\boxed{\widehat{DBA} = 45^\circ}$$

Car les angles $\widehat{DBA}$ et $\widehat{ADB}$ sont égaux et complémentaires.

3-a) Démontrons que $\widehat{IAB} = 45^\circ$

Les angles $\widehat{IAB}$ et $\widehat{DBA}$ sont alternes-internes
 formés par les deux droites parallèles (AI) et (DB) et la sécante (AB) alors :

$$\widehat{IAB} = \widehat{DBA} = 45^\circ$$

$$\boxed{\widehat{IAB} = 45^\circ}$$

3-b) En déduisons que la droite (AI) est bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$

ABC est un triangle rectangle en A et $\widehat{IAB} = 45^\circ$ donc $\widehat{IAC} = 45^\circ$ alors la droite (AI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$.

4) Démontrons que le quadrilatère AEIF est un rectangle

$$(AB) \perp (AC), (EI) \perp (AB) \text{ et } (IF) \perp (AC)$$

alors le quadrilatère AEIF est un rectangle.

5) Démontrons que $IE = IF$

(AI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$ donc (AI) est également la bissectrice de l'angle $\widehat{EIF}$ alors AEI est un triangle isocèle donc $AE = IE$ or $AE = IF$ alors $IE = IF$.

Sachant que $IE = IF$, on peut le quadrilatère AEIF est un losange.

6) Justifions que $\sin \widehat{ACB} = 0,8$

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{5,6}{7}$$

$$\sin \widehat{ACB} = 0,8$$

En déduisons que $IE = 3,2 \text{ cm}$

