MATHS/ 1ière

SUJET DE LA SEANCE 2 (ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ DANS IR) : CORRIGE

Exercice 1

Posons : $X = x^2$. L'équation devient : $2X^2 - 3X + 1 = 0$.

On a : $\Delta = (-3)^2 - 4\times 2\times 1 = 9 - 8 = 1$, les solutions de l'équation $2X^2 - 3X + 1 = 0$ sont :

$$X_1 = \frac{3-1}{2} = 1 ; X_2 = \frac{3+1}{2} = 2$$

On obtient : $x^2 = 1$ *ou* $x^2 = 2 \Leftrightarrow x = -1$ *ou* $x = 1$ *ou* $x = \sqrt{2}$ *ou* $x = -\sqrt{2}$

$$S_{IR} = \left\{1 ; -1 ; \sqrt{2} ; -\sqrt{2}\right\}$$

Exercice 2

$$\sqrt{x^2-1} = x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x^2 - 1 = (x+2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-2; +\infty[\\ x^2 - 1 = x^2 + 4x + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-2; +\infty[\\ x = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in [-2; +\infty[\cap \left\{-\frac{5}{4}\right\}.$$

$$\Leftrightarrow \quad x \in \left\{-\frac{5}{4}\right\}.$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{5}{4}\right\}.$$

Exercice 3

$$\sqrt{x^2+5x+3} < 2x+1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 3 \geq 0 \\ 2x + 1 \geq 0 \\ x^2 + 5x + 3 < (2x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left]-\infty; \frac{-5-\sqrt{13}}{2}\right] \cup \left[\frac{-5+\sqrt{13}}{2}; +\infty\right[\\ x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[\\ x \in \left]-\infty; -\frac{2}{3}\right[\cup]1; +\infty[\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[\\ x \in \left]-\infty; -\frac{2}{3}\right[\cup]1; +\infty[\end{cases} \Leftrightarrow x \in]1; +\infty[$$

Donc $S_{\mathbb{R}} =]1; +\infty[$

Exercice 4

$$\sqrt{2-x} \geq x+4 \Leftrightarrow \left(\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 2-x \geq (x+4)^2 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+4 \leq 0 \end{cases}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\begin{cases} x \in [-4;\ +\infty[\\ x \in [-7;-2] \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x \in]-\infty;2] \\ x \in]-\infty;-4] \end{cases}\right)$$

$$\Leftrightarrow (x \in [-4;\ -2] \text{ ou } x \in]-\infty;2] \cap]-\infty;-4])$$

$$\Leftrightarrow x \in [-4;\ -2] \cup]-\infty;-4]$$

L'ensemble des solutions est : $]-\infty;-2]$.

SITUATION COMPLEXE

Pour résoudre ce problème nous allons utiliser la leçon équations et inéquations dans $\mathbb{R}$ pour cela nous allons :

- le bénéfice en fonction du nombre d'objets fabriqué

- déterminer le nombre d'objet pour que le bénéfice soit supérieur ou égal à 12.832.500 F

- puis conclure

Le bénéfice est : $87.000q - c(q)$ en milliers de FCFA

On résout donc l'inéquation : $87.000q - (0,1q^2 - 10q + 1500) \times 1000 \geq 12.832.500$

$\Leftrightarrow -0,1q^2 + 77q - 14332,5 \geq 0$

$\Leftrightarrow q^2 - 770q + 143325 \leq 0$

$\Delta = (-770)^2 - 4 \times 143325 = 140^2$ et $q_1 = \dfrac{770+140}{2} = 455$ et $q_2 = \dfrac{770-140}{2} = 315$

L'inéquation devient : $(q-315)(q-455) \leq 0$ d'où $q \in [315\ ;\ 455]$

Pour que le bénéfice soit supérieur à 12.832.500 FCFA il faut que le nombre d'objets q soit compris entre 315 et 455 or $[315;455] \subset [310;460]$.

Donc l'agent de l'entreprise a raison