

SUJET DE LA SEANCE 3 (Limites et continuité d'une fonction) : SUJET

Exercice 1

Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} \text{ pour } x > 2 \\ f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4} \text{ pour } x \leq 2 \end{cases}$$
 Etudier la continuité de f en 2.

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, déterminer a pour que f soit continue en x_0

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}, \text{ si } x \in \mathbb{R}^*; \\ f(0) = a \quad ; \quad x_0 = 0 \end{cases} ; \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - x}{x - 1}, \text{ si } x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \\ f(1) = a \quad ; \quad x_0 = 1 \end{cases}$$

Exercice 3

Soit la fonction $f: x \mapsto \frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x-1}$

- 1) Calculer la limite de la fonction f en 1.
- 2) En déduire une fonction g , prolongement par continuité de f en 1.

Exercice 4

Soit $f(x) = \frac{x^2-3x+3}{x-1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ et (C) sa courbe représentative.

- a) Trouver trois nombres a, b et c tels que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$
- b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)]$ et interpréter graphiquement le résultat.
- c) Étudier la position de (C) et la droite (D) d'équation : $y = ax + b$.

Exercice 5

Ecris sous la forme a^q ($a \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{Q}$)

a) $\frac{\sqrt[3]{25}}{5}$; b) $\frac{4 \times \sqrt[3]{4} \times 2\sqrt{2}}{\sqrt[6]{2}}$; c) $\frac{\sqrt[5]{2} \times \sqrt{8}}{\sqrt[5]{128}}$; d) $\sqrt{\sqrt{3}} + \sqrt[4]{1875} + \sqrt[4]{243}$