

SUJET DE LA SEANCE 3 (CINEMATIQUE DU POINT) : CORRIGE

Exercice 1

1. $\vec{OM} = 4\vec{i} + (t^2 - 2t)\vec{j} + (4t - 2t^2 + 5)\vec{k}$

2.

$$\begin{cases} x(t) = 4 \\ y(t) = t^2 - 2t \\ z(t) = 4t - 2t^2 + 5 \end{cases}$$

3. $x(t) = 4 = \text{cte}$ donc le mouvement du mobile M est plan et il se déroule dans le plan (y4z) ou le plan (yoz) parallèle à la droite d'équation $x=4$

a. $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$; $\vec{v} = \begin{cases} \dot{x} = 0 \\ \dot{y} = 2t - 2 \\ \dot{z} = -4t + 4 \end{cases}$ $\vec{v} = (2t-2)\vec{j} + (-4+4t)\vec{k}$

b. $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = d^2\frac{\vec{OM}}{dt^2} = \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = 2 \\ \ddot{z} = -4 \end{cases}$ $\vec{a} = 2\vec{j} - 4\vec{k}$

donc \vec{a} est un vecteur constant car il est indépendant du temps.

4. équation de la trajectoire

$y(t) = t^2 - 2t$ or $z(t) = -2t^2 + 4t + 5 = -2(t^2 - 2t) + 5 = -2(y) + 5$ finalement

$z = -2y + 5$

C'est l'équation d'une droite, elle est de la forme $z = a.x + b$

Exercice 2

1. vitesse angulaire de l'aiguille des heures : $\omega = \frac{2 \times \pi \times \text{trs}}{t(\text{s})}$

➤ L'aiguille des heures fait 1 tours en 12 heures : $\omega = \frac{2\pi \times 1}{12 \times 3600} = 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$

➤ L'aiguille des minutes fait 1 tours en 60 minutes : $\omega = \frac{2\pi \times 1}{60 \times 60} = 1,74 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$

➤ L'aiguille des secondes fait 1 tours en 60 secondes : $\omega = \frac{2\pi \times 1}{60} = 1,05 \cdot 10^{-1} \text{ rad/s}$

2. déterminons la vitesse et l'accélération

La vitesse linéaire : $v = R.W = 13 \cdot 10^{-3} \times 1,05 \cdot 10^{-1} = 1,36 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$

L'accélération : $1,05 \cdot 10^{-1} \times 1,36 \cdot 10^{-3} = 1,43 \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-2}$

Exercice 3

A- l'équation horaire est : $x(t) = vt + x_0$ ($x_0 = -5\text{m}$ et $v_0 = 3\text{m.s}^{-1}$)

$$x(t) = 3t - 5$$

B- l'équation horaire est : $x(t) = v_0 t + x_0$

$$\begin{cases} 8 = v_0 t + x_0 \text{ à } t = 1\text{s} \\ -4 = v_0 t + x_0 \text{ à } t = 3\text{s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 = v_0 + x_0 \\ -4 = 3v_0 + x_0 \end{cases}$$

finalement $v_0 = -6\text{m}$ et $x_0 = 14\text{m}$; l'équation horaire est donc : $x(t) = -6t + 14$

C- l'équation horaire est : $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 + x_0 \\ x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0 t_2 + x_0 \end{cases} ; \begin{cases} 2 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 4v_0 - 1 \\ 4 = \frac{1}{2}a(3)^2 + 3v_0 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 = 8a + 4v_0 - 1 \\ 4 = 4,5a + 3v_0 - 1 \end{cases}$$

$$\text{alors } v_0 = \frac{2-8a+1}{4} = 0,5-2a+0,25 = 0,75-2a$$

$$\begin{cases} v_0 = 0,75 - 2a \\ 4 = 4,5a + 3 \times (0,75 - 2a) - 1 \end{cases}$$

Finalement $a = 1,83\text{m.s}^{-2}$ et $v_0 = 4,41\text{m.s}^{-1}$

L'équation horaire est : $x(t) = -0,915t^2 + 4,41t - 1$

L'équation horaire de la vitesse est : $v(t) = -1,83t + 4,41$

D- l'équation horaire est :

à $t=0$; $x_0 = -1\text{m}$; $v_0 = 3\text{m.s}^{-1}$

à $t=1$; $x_0 = 0$

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$x(t=1) = \frac{1}{2}a + 3 - 1 \text{ alors } a = -4\text{m.s}^{-1}$$

L'équation horaire du mouvement est : $x(t) = -2t^2 + 3t - 1$

L'équation horaire de la vitesse est : $v(t) = -4t + 3$

On étudiera le mouvement du mobile sur l'intervalle $t \in [0; 2]$

L'accélération $a = -2\text{m.s}^{-2} < 0$

La vitesse s'annule à la date $t = \frac{3}{4}\text{s} = 0,75\text{s}$

Les racines de la position de x sont : $x_1 = 0,5\text{m}$ et $x_2 = 1\text{m}$

t	0	0,5	0,75	1	2
a		-		-	
v		+	0	-	
x		0	-1	0	
$v.a$		-	0	+	
		<i>mvt retardé</i>		<i>mvt accéléré</i>	

E- les équations horaires $x(t)$ et $v(t)$ sont : $x_0 = -1\text{m}$

$$v(t) = at + v_0$$

$$\begin{cases} 4 = 2a + v_0 \\ 8 = 6a + v_0 \end{cases} \quad \begin{cases} v_0 = 4 - 2a \\ 8 = 6a + v_0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1\text{m.s}^{-2} \\ v_0 = 2\text{m.s}^{-1} \end{cases}$$

$$v(t) = t + 2$$

$$x(t) = 0,5t^2 + 2t - 1$$

Abscisse à la date ($t=20\text{s}$) : $x = 239\text{m}$ et $v = 22\text{m.s}^{-1}$