

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) .

2

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer le signe de $f(x)$ pour $x \in]-1; +\infty[$.
3. Déterminer une asymptote à (C_f) .
4. Déterminer une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse -2 .
5. On suppose que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.
 - (a) Montrer que le couple (a, b, c) est solution du système ci-dessous :
$$(S) : \begin{cases} y + z = -2 \\ x - z = 0 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases} ; \text{ d'inconnue } (x, y, z).$$
 - (b) En déduire a, b et c .
6. On suppose que $f(x) = \frac{-x^2 - 2x - 2}{x+1}$.
 - (a) Montrer que la droite d'équation $y = -x - 1$ est une asymptote à (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$.
 - (b) Montrer que le point $\Omega(-1; 0)$ est un centre de symétrie de (C_f) .
 - (c) Construire (C_f) dans le repère orthonormé (O, I, J) .

PARTIE B (2,5 points)

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{3x}{3+4x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité sur les axes $2cm$.

1. (a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
(b) Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f ; puis donner le sens de variation de f .
2. (a) Dresser le tableau de variations de f sur $[0; +\infty[$.
(b) Construire (C_f) .

PARTIE C (3,5 points)

Soient (U_n) et (V_n) les suites numériques définies respectivement par : $U_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \frac{3U_n}{3+4U_n}$ et $V_n = 1 + \frac{3}{U_n}$.

1. Déduire de la **PARTIE B** question 1.(b) le sens de variations de (U_n) .
2. Déduire de la **PARTIE B** question 2.(a) que (U_n) est convergente.
3. Montrer que pour tout entier naturel n , $V_n + 4 = \frac{5U_n + 3}{U_n}$.
4. Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison 4 et de premier terme $V_0 = 4$.
5. Exprimer V_n en fonction de n pour tout entier naturel n .
6. En déduire U_n en fonction de n .

BONNE INSPIRATION!!!!!!!