# Chap1 : MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE (6h)

## 1.1. Introduction

A vélo sur un sol plat, faut-il pédaler continuellement pour avancer ?Une force est-elle généralement nécessaire au maintien de la vitesse ?

La réponse d'Aristote (384-322 av.J-C) est oui, alors que la réponse de la physique moderne depuis Galilée (1546-1642) est non. Le sens commun nous pousse à donner la même réponse qu'Aristote.

Dans ce chapitre, nous tenterons de préciser un certain nombre de principes et de relations entre les forces et les mouvements.

Soit un solide posé sur un plan horizontal rugueux .

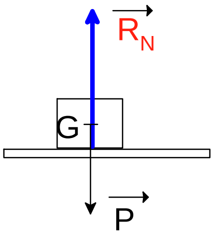



Fig1

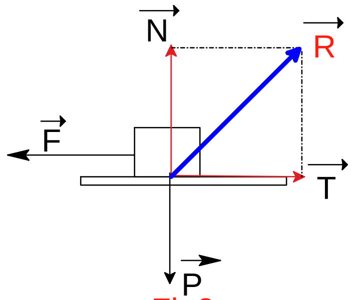



Fig2

-A l'équilibre on a : $\sum \overrightarrow{Fex} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$ (fig1)

En décomposant la réaction $\vec{R}$ en $\vec{N}$ et $\vec{T}$ on obtient :

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{T} \leftrightarrow \vec{R} + \vec{P} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{N} + \vec{T} + \vec{P} = \vec{0} \quad \text{(fig2 )}$$

Pour faire bouger le solide ,il faut que F > T .

Remarque

- Si le plan de contact est plus lisse la valeur de la force $\vec{F}$ nécessaire au déplacement est plus faible car la force de frottement $\vec{T}$ est plus faible.
- Si le plan est parfaitement lisse, il n'y a pas de frottement, $\vec{R}$ est perpendiculaire au plan.

Conclusion : Une force $\vec{F}$ a donc été nécessaire pour lancer le solide initialement immobile, elle n'est plus nécessaire par la suite donc la réponse d'Aristote est fausse.

### 1.2. Le principe de l'inertie

#### a) Système isolé ou pseudo-isolé

**Un système est un objet ou ensemble d'objets qu'on étudie**

**-Un système isolé** est un système matériel qui n'est soumis à aucune force extérieure.

**-Un système pseudo-isolé** est un système pour lequel la somme vectorielle des forces extérieures qui lui sont appliquées est nulle.

**N.B** : Comme un système isolé n'existe pas, nous préférons utiliser la notion de système **pseudo-isolé** qui est équivalente.

#### b) Enoncé du principe de l'inertie ou loi d'inertie

Un principe en physique ne se démontre pas, il est supposé vrai jusqu'à preuve de contraire. Le principe de l'inertie s'énonce ainsi :

Dans un référentiel Galiléen, le centre d'inertie d'un système isolé ou pseudo-isolé quel que soit le mouvement de ce système son centre d'inertie G peut :

- Soit resté au repos ou initialement immobile : $\vec{V}_G=\vec{0}$

-Soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme : $\vec{V}_G=\overrightarrow{Cte}$

## Conséquences de la loi d'inertie

-Si la somme vectorielle des forces extérieures qui lui sont appliquées n'est pas nulle alors son centre d'inertie n'est ni immobile, ni en mouvement rectiligne uniforme ($\sum \vec{F}_{ex} \neq \vec{0} \Leftrightarrow$ ***alors*** $\vec{V}_G$ Varie)

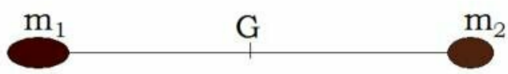
-Si le solide est pseudo-isolé et le centre d'inertie relativement à un repère est immobile ou en mouvement rectiligne uniforme, alors le repère est galiléen ;dans le cas contraire le repère n'est pas galiléen.

## c)Centre d'inertie d'un système-Centre de masse d'un système-relation barycentrique

### 1) Relation barycentrique

Le centre de masse C d'un système est le barycentre de tous les points matériels formant ce système.

Deux corps ($S_1$) et ($S_2$) de masses $m_1$ et $m_2$ et de centres d'inerties $G_1$ et $G_2$ liés entre eux constituent un solide(S) de masse $m=m_1+m_2$




Ce solide (S) a un centre d'inertie G se trouvant sur le segment [$G_1G_2$] tel que :

$$\boxed{m_1 \times \overrightarrow{GG_1} + m_2 \times \overrightarrow{GG_2} = \vec{0}}$$

Soit O un point quelconque de l'espace choisi comme origine ,il vient :

- $m_1\times(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_1}) + m_2\times(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_2}) = \vec{0} \leftrightarrow m_1\times \overrightarrow{OG_1} + m_2\times \overrightarrow{OG_2} + (m_1+m_2)\times \overrightarrow{GO} = \vec{0}$
- $m_1\times \overrightarrow{OG_1} + m_2\times \overrightarrow{OG_2} = -(m_1+m_2)\times \overrightarrow{GO} \leftrightarrow m_1\times \overrightarrow{OG_1} + m_2 x \overrightarrow{OG_2} = (m_1+m_2)\times \overrightarrow{OG}$

$$\boxed{\overrightarrow{OG} = \frac{m_1 \times \overrightarrow{OG_1} + m_2 \times \overrightarrow{OG_2}}{(m_1 + m_2)}}$$

### 2) Généralisation

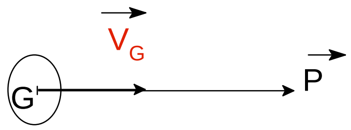
Pour un ensemble de solides on écrit : $\boxed{\overrightarrow{OG} = \frac{\sum m_i \times \overrightarrow{OG_i}}{\sum m_i}}$

### 2. 1. Le Vecteur Quantité De Mouvement

**a) Définition**

Le vecteur quantité de mouvement $\vec{P}$ d'un solide est le produit de sa masse m par le vecteur –vitesse $\vec{V}_G$ de son centre d'inertie : $\boxed{\vec{P} = m\vec{V}_G}$

**b) Les caractéristiques du vecteur quantité de mouvement**




-Point d'application :centre d'inertie G du solide

-Direction et sens :même direction et même sens que le vecteur vitesse $\vec{V}_G$ du centre d'inertie .

-Norme : $\boxed{P = m.V_G}$

**P**: Quantité de mouvement (kg/m/ s )
$V_G$: vitesse du centre d'inertie(m/ s)
**m**: masse du solide (kg)

**N.B** : Le vecteur quantité de mouvement, comme le vecteur-vitesse se définit par rapport à un repère d'espace.

## Exercice d'application

Un cycliste roule à la vitesse de 36km/h sur une route rectiligne. Calculer sa quantité de mouvement, sachant que la masse de l'ensemble (Cycliste +Vélo) est de 75kg.

**Réponse** **Système : {** Cycliste+Vélo) **} ;** P =m.v ↔ *AN*: P=75×10=**750kg.m.s$^{-1}$**

### Remarque

- La quantité de mouvement d'un système matériel, constitué de N points matériels de masses $m_1$, $m_2$ ;$m_i$... ;$m_N$ et de vecteurs vitesses respectives $\vec{V}_1$ ; $\vec{V}_2$ ; $\vec{V}_i$....; $\vec{V}_N$ est un vecteur $\vec{P}$ tel que :

$$\boxed{\vec{P} = \sum_{i=1}^{i=N} m_i.\vec{V}_i \text{ ou } \vec{P} = \sum_{i=1}^{i=N} \vec{P}_i}$$

- La quantité de mouvement $\vec{P}$ d'un solide en translation donc les vecteurs vitesses constant est : $\boxed{\vec{P} = (m_1 + m_2 + m_i + \cdots + m_N)\vec{V} = m\vec{V}}$

### c)Enoncé du nouvel principe

Le principe de l'inertie peut s'énoncer en utilisant la quantité de mouvement :
Dans un référentiel galiléen ,lorsqu'un système matériel est isolé ou pseudo-isolé et quel que soit le mouvement de ce système;sa quantité de mouvement est un vecteur constant.

$$\boxed{\sum \vec{P} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{P} = \overrightarrow{Cte}}$$

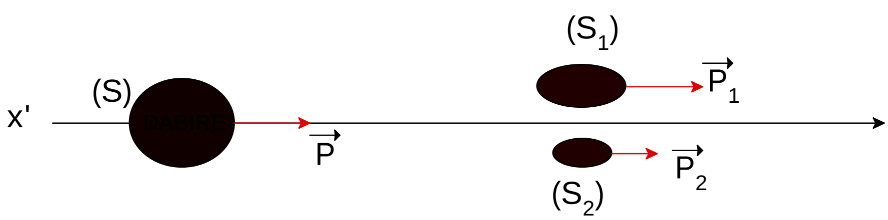
### Remarque

- La quantité de mouvement d'un solide isolé quel que soit le mouvement de ce système est constante.
- Si la quantité de mouvement est un vecteur nul, alors le centre d'inertie est immobile : $\vec{P} = \vec{0}$
- Si la quantité de mouvement est un vecteur non nul ,le vecteur vitesse du centre d'inertie est un vecteur constant ,son mouvement est rectiligne uniforme : $\vec{P} = \overrightarrow{Cte}$

## 2.1. APPLICATIONS

### a)Eclatement d'un solide en deux morceaux

Un solide pseudo-isolé S de masse m immobile par rapport au référentiel du laboratoire, éclate en deux solides $S_1$ et $S_2$ de masses respectives $m_1$ et $m_2$ .Les deux solides se déplacent avec les vitesses respectives $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$.




Eclatement d'un solide en deux morçeaux

- Déterminons les Vitesses des solides $S_1$ et $S_2$

$$\begin{cases} \vec{P}_{Avant} = \vec{0} \quad car \ (S) est \ \text{immobile} \\ \vec{P}_{Après} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \quad \leftrightarrow \vec{P}_{Après} = m_1.\vec{V_1} + m_2.\vec{V_2} \end{cases}$$

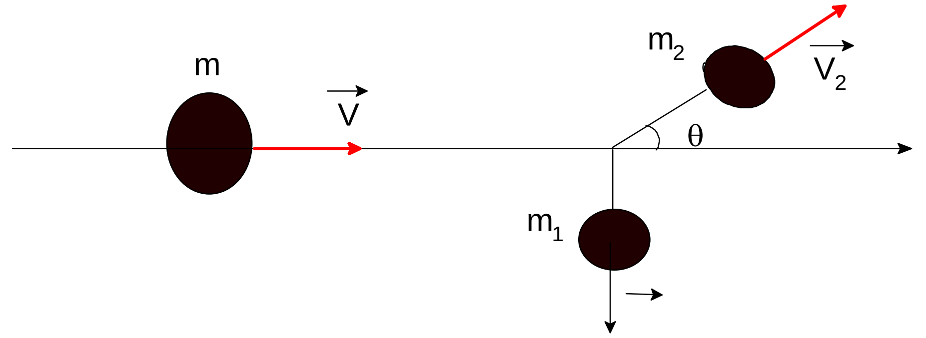
**De la conservation de la quantité de mouvement On a :** $\vec{P}_{Avant} = \vec{P}_{Après} \leftrightarrow m_1.\vec{V_1} + m_2.\vec{V_2} = \vec{0}$

**On obtient la relation :** $\boxed{m_1.\vec{V_1} = -m_2.\vec{V_2}}$ **ou** $\boxed{m_1.V_1 = m_2.V_2}$

**N.B : Dans les mouvements de centre d'inertie, il y a conservation de la quantité de mouvement :** $\boxed{\vec{P}_{Avant} = \vec{P}_{Après}}$ :il y a donc transfert de quantité de mouvement

Exercice d'application

Un solide de masse **m** en mouvement avec une vitesse V, s'éclate en deux solides ($S_1$ et $S_2$) dont la direction du solide $S_1$ est orthogonale à l'axe de déplacement et $S_2$ fait un angle $\theta$ et de même direction .Les masses respectives de S ;$S_1$ et $S_2$ sont m ;$m_1$ $m_2$ ainsi que les vitesses V ;$V_1$ et $V_2$(voir schéma ci-dessous) :




a)Donner l'expression de la quantité de mouvement de S

b)Donner l'expression de la quantité de mouvement après l'éclatement

c)En déduire l'expression de $\vec{V}_1$ sachant qu'il y a conservation de la quantité de mouvement .

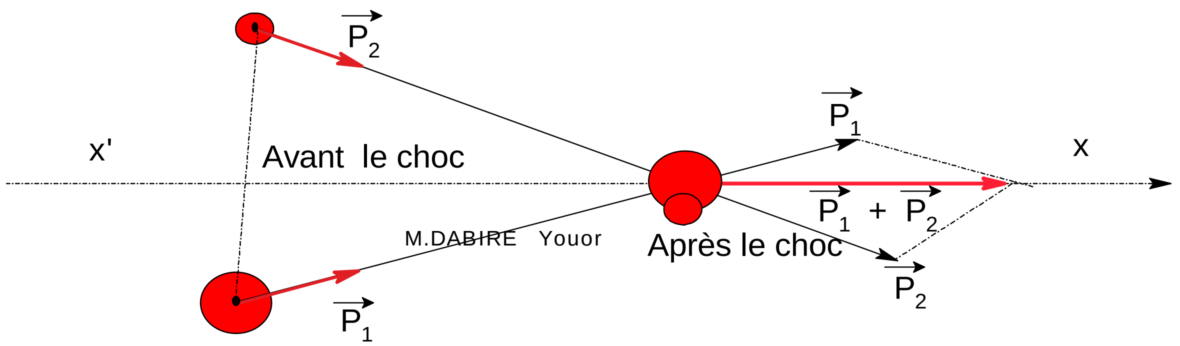
d)Calculer la vitesse V en fonction de $m_1$ ;$V_2$ ;$\theta$ et $m_2$

Réponses

a) $\vec{P} = m\vec{V}$ b) $\vec{P}' = m\vec{V}_1 + m\vec{V}_2$ c) $\vec{P} = \vec{P'} \leftrightarrow \vec{V}_1 = \frac{m\vec{V} - m_2\vec{V}_2}{m_1}$ d) $||\vec{V}_1|| = \frac{m_2.V_2 \times Sin\theta}{m_1}$

## b) Le choc mou entre deux solides

Il y a choc mou de deux solides, lorsque deux solides {$S_1$} et {$S_2$} se rencontrent pour former un seul solide {S}.



Exercice d'application : $S_1$ et $S_2$ sont deux solides en mouvement et S le solide après le choc. Donner l'expression vectorielle de la vitesse du solide après le choc.

Rép : $\vec{V} = \frac{\mathbf{m}\vec{V}1+\mathrm{m}\vec{V}\mathbf{2}}{m_1+m_2}$

Exercices de maison :Voir l'annale le Physicien 1ère D & C