Fomesoutra.com
ça soutra !

Classe : 2^{nde} A **séquence** : **Date** :

Titre du module : RELATIONS ET OPERATIONS DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS

Titre du chapitre : **Calcul dans $\mathbb{R}$**

Leçon 1 : **$\mathbb{R}$ et ses sous- ensembles**

Objectifs Pédagogiques :

- **Reconnaitre les nombres entiers naturels, les nombres entiers relatifs, les nombres décimaux, les nombres rationnels, les nombres irrationnels et les nombres réels.**

Motivation : Chaque jour nous sommes appelées à utiliser les nombres pour : Déterminer un nombre entier de carreaux suffisant pour le revêtement total d'une surface. Déterminer les dates de coïncidence de deux marchés périodiques, les dimensions d'un terrain. Situer deux objets en mouvement rectiligne par rapport à un autre fixe. Partager des biens… Lire et interpréter un texte comportant des nombres : recette de cuisine ; prix des articles ; budget d'un État … Informer autrui d'un rabais, d'une hausse, d'une donnée météorologique …**Cette leçon donne des outils pour pouvoir le faire aisément.**

Situation problème : Amina, est en classe de CM2, son frère, Toto est en 5^{eme}, leur grande sœur Ariane est en classe de 1^{ere}. Un jour leur maman enseignante de mathématiques pose la question suivante : « Citer 5 nombres »

- Amina : 12 ; 0 ; 17,5 ; 15 ; $\frac{3}{5}$
- Toto : -7 ; 1267 ; -37,5 ; 36 ; $\frac{15}{7}$
- Ariane : 15,3434 ; $\frac{19}{10}$; $\sqrt{5}$; -17 ; π

Leur maman dit : « vous avez tous raison mais il faut classer ses nombres ». Aidez moi les enfants a classer les nombres en groupe d'entier naturel, d'entier relatif, de décimal relatif , de rationnel ; irrationnel et réel.

Prérequis :

1- Défini les ensembles suivants tout en donnant cinq nombres appartenant à chaque ensemble$\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; D; $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$.
2- Ranger par ordre croissant les ensembles cités a la question 1.

Activité d'apprentissage :

Activité 1 :

Répondre par vrai ou faux :

- L'équation $x + 3 = 2$ à une solution dans l'ensemble $\mathbb{N}$.
- L'équation $2x + 5 = 2$ a ujne solution dans l'ensemble $\mathbb{Z}$.
- L'équation $x^2 = 2$ a pour solution dans $\mathbb{R}$, $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$.
- Tout nombre décimal est un nombre réel.
- Tout nombre réel est décimal.

Activité 2 :

Mettre chacun des nombres suivants sous forme décimal :

35×10^{-2} ; $\frac{-101}{125}$; $\frac{12}{25}$.

Mettre chacun des nombres suivants $-15{,}57$; $\frac{35}{7}$; $\frac{13}{75}$ sous la forme $\frac{a}{10^n}$.

Résumé :

- $\mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers naturels. $0; 1; 2; 3; \dots \dots$ sont des entiers naturels
- Un entier relatif est soit un nombre entier naturel soit l'opposé d'un nombre entier naturel. L'ensemble des entiers naturels est noté $\mathbb{Z}$.
- Un nombre décimal est un nombre qui peut se mettre sous la forme $\frac{a}{10^n}$ ou a est un entier relatif et n un nombre entier. L'ensemble des nombres décimaux est noté D.
- Un nombre rationnel est un nombre qui peut se mettre sous la forme $\frac{a}{b}$ $ou\ a\ et\ b$ sont deux nombres entiers relatifs ($avec\ b \neq 0$). l'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.
- Il existe des nombres qui ne peuvent pas se mettre sous la forme $\frac{a}{b}$ $ou\ a\ et\ b$ sont deux nombres entiers relatifs($avec\ b \neq 0$). Ces nombres sont dits irrationnels.

Exemple : π et $\sqrt{5}$ sont des nombres irrationnels.

- L'ensemble des nombres rationnels et l'ensemble des nombres irrationnels réunis forment l'ensemble des nombres réels. Cet ensemble est noté$\mathbb{R}$.

On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset D \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$..

Exercice d'application :

1- Recopier et compléter les pointillés suivants par les entiers relatifs qui conviennent :

$1{,}9 = \cdots \times 10^{\cdots}$; $19 = \cdots \times 10$; $-\frac{105}{4} = \cdots \times 10^{\cdots}$; $1{,}8709 = \cdots \times 10^{\cdots}$.

2- Recopier et compléter les pointillés suivants par les entiers relatifs qui conviennent :

$0 = \frac{\cdots}{1} = \frac{\cdots}{10}$; $-1{,}9 = \frac{\cdots}{10} = \frac{\cdots}{10^{\cdot\cdot}}$; $0{,}0019 = \frac{\cdots}{10000} = \frac{\cdots}{10^{\cdots}}$.

3- Mettre sous la forme $\frac{a}{10^n}$, chacun des nombres suivants :

-92 ; $\frac{4}{25}$; $-17{,}032285$.

4- Mettre sous forme décimale chacun des nombres suivants :

$-0{,}01382 \times 10^3$; $\frac{526}{10000000}$; $0{,}849 \times 10^7$

Exercice 1.a ; 1.b ; 1.d et 1.e page10.

Correction de la situation problème :

Nombre entier naturel	Nombre entier relatif	Nombre décimal	Nombre rationnel	Nombre irrationnel	Nombre réel

$12; 0; 1267; 36; 15$ -	$12; 0; 1267; 36;$ $-7;\ -17;$	$12; 0; 1267; 36;$ $-7;\ -17; 17{,}5;\ \frac{3}{5}; 15{,}343$ $\frac{19}{10};\ -37{,}5$	$12; 0; 1267; 36;$ $-7;\ -17; 17{,}5;\ \frac{3}{5}$ $\frac{19}{10};\ -37{,}5;\ \frac{15}{7}$	$\sqrt{5}\ ;\pi$	$12; 0; 1267; 36;$ $-7;\ -17; 17{,}5;\ \frac{3}{5}$ $\frac{19}{10};\ -37{,}5;\ \frac{15}{7}$ $\sqrt{5}\ ;\pi$

Leçon 2 : **Opérations dans $\mathbb{R}$**

Objectifs Pédagogiques :

- **Effectuer des opérations élémentaires des sous- ensembles de $\mathbb{R}$.**

Motivation : Chaque jour nous sommes appelées à utiliser les nombres pour : Déterminer un nombre entier de carreaux suffisant pour le revêtement total d'une surface. Déterminer les dates de coïncidence de deux marchés périodiques, les dimensions d'un terrain. Situer deux objets en mouvement rectiligne par rapport à un autre fixe. Partager des biens… Lire et interpréter un texte comportant des nombres : recette de cuisine ; prix des articles ; budget d'un État … Informer autrui d'un rabais, d'une hausse, d'une donnée météorologique …**Cette leçon donne des outils pour pouvoir le faire aisément.**

Situation problème : Alim élève en classe de 4^{eme} au lycée de Ntui part voir son grand frère Steve élève en classe de 3^{eme} dans le même lycée, arrivé dans sa classe il voit les opérations suivantes au tableau :

$\sqrt{3}\times\sqrt{2}\ ;\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}\ ; 3\times 4^2\ ; (\sqrt{5})^2\ ;\frac{\frac{2}{3}}{7}\ ;\sqrt{27}-7\sqrt{3}$. Ce dernier pose la question a son grand-frère comment faire pour effectuer toutes ses opérations. Aide Steve a expliqué à son petit-frere comment faire toutes ses opérations.

Prérequis :

Effectué les opérations suivantes : $A=\frac{6}{5}+\frac{2}{-3}\ ; B=\sqrt{27}-7\sqrt{3}\ ; C=(-3)^2$

Activité d'apprentissage :

Exercice 1 :

a- Effectuer de manière performante les opérations suivantes :

$-5{,}38\times(999)-5{,}38\ ;\frac{27}{-53}+\frac{26}{-53}\ ; 3\times\frac{-25}{8}$

b- Ecrire sous forme d'un quotient les réels suivants :

$\frac{\frac{2}{3}}{7}$; $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{-3}{4}}$

Exercice 2 :

a- Ecrire sous forme fractionnaire : 3^{-2} ; $(\frac{2}{3})^3$; $(\frac{2}{3})^{-3}$.

b- Recopier et compléter les pointillés : $11^2 \times 11^{10} = 11^{\cdots}$; $5^3 \times 7^3 = \cdots$; $\frac{5^{13}}{5^3} = 5^{\cdots}$.

c- Calcule le volume d'un cube dont l'arrête mesure $\frac{3}{2}$metres. Donner le résultat sous forme d'une fraction.

Exercice 3 :

a- Ecrire sous forme d'un quotient et sans radical au dénominateurles nombres suivants :

$\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\frac{2}{1+\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{5}}$.

b- Le poster d'une vedette a une forme carré et couvre $3m^2$d'un mur de la chambre de BABA. Déterminer la longueur de ce poster. A quelle partie usuelle de appartient le résultat obtenue.

c- Calculer l'aire d'un rectangle de longueur $3\sqrt{7}\,m$ et de largeur$2\sqrt{2}m$.

Résumé :

I- Soient $x, y, z\ et\ t$ quatre nombres réels. On a :

- $x + y = y + x$
- $xy = yx$
- $(x + y) + z = x + (y + z)$
- $(x + y)z = xz + yz$
- $x(y + z) = xy + xz$
- $\frac{x}{y} + \frac{z}{t} = \frac{xt+zy}{yt}$ $(\ avec\ y \neq 0\ et\ z \neq 0)$
- $x \times \frac{y}{z} = \frac{xy}{z}$ $(\ avec\ z \neq 0)$
- $\frac{x}{y} \times \frac{z}{t} = \frac{xz}{yt}$ $(\ avec\ y \neq 0\ et\ z \neq 0)$
- $\frac{\frac{x}{y}}{\frac{z}{t}} = \frac{x}{y} \times \frac{t}{z} = \frac{xt}{yz}$ $(\ avec\ y \neq 0\ , z \neq 0 et\ t \neq 0)$

II- Soient $a\ et\ b$ deux réels quelconques$m\ et\ n$ deux nombres entiers naturels quelconques. On a :

- $a^0 = 1$
- $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a}_{n\ fois}$ (n égaux a a)
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^n \times a^m = a^{m+n}$
- $(a^n)^m = a^{n\times m}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, (a \neq 0)$
- $(ab)^n = a^n \times b^n$
- $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}, (b \neq 0)$

Exemple :

$a^3 = a \times a \times a$; $3^2 = 3 \times 3$; $\frac{1}{4^3} = 4^{-3} = \frac{1}{4\times4\times4}$; $3^2 \times 3^6 = 3^{2+6} = 3^8$; $(3^2)^3 = 3^{2\times3} = 3^6$; $\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$; $(ab)^2 = a^2 \times b^2$

III- Soient a et b deux réels positfs quelconques, m et n deux entiers naturels quelconques. On a :

- $\sqrt{a}$ désigne le nombre positif dont le carré est a.
- $(\sqrt{a})^2 = a$
- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
- $\sqrt{a^{2n}} = a^n$
- $\sqrt{a^{2n+1}} = a^n\sqrt{a}$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec $b \neq 0$

Exemple : $\sqrt{4^6} = \sqrt{4^{2\times3}} = 4^3$; $\sqrt{a^7} = \sqrt{a^{2\times3+1}} = a^3\sqrt{a}$

Remarque :

- $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ n'est pas toujours égal a $\sqrt{a+b}$. Exemple : $\sqrt{64} + \sqrt{36} = 8 + 6 = 14$ alors que $\sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$.
- Deux expressions A et B sont dites conjuguées si $A \times B$ peut s'écrire sans radical. Exemple : $(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) = 3 - 1 = 2$; Donc $\sqrt{3}+1$ et $\sqrt{3}-1$ sont conjuguées.
- Pour rendre le dénominateur d'un quotient rationnel il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur par l'expression conjugué du dénominateur.

Exemple : $\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3}+1$

Exercice d'application :

1- Remplace les pointillés par le nombre réel qui convient :

$124 + (-301) = \cdots$; $(-3 + 8{,}36) + 5 = \cdots$; $-3{,}12 \times 11 = \cdots$; $[2{,}9 + (-5)] \times 0{,}75 = \cdots$

2- Calcule : $(-3)^2$; $(-\frac{4}{7})^5$; $[(-3{,}2) \times 7]^2$; $(\frac{2}{3})^7$; $[(-7{,}6)^5]^{-4}$; $(-8{,}5)^3 \times (-8{,}5)^{-4}$

3- Calcule : $(\sqrt{12})^2$; $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$; $\sqrt{7^3}$; $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$; $(1+\sqrt{2})^2$.

4- Rendre rationnelle le dénominateur de chacun des quotients suivants: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$; $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$; $\frac{2}{3-\sqrt{3}}$.

Exercices :

Correction de la situation problème :

$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$; $3 \times 4^2 = 3 \times 4 \times 4 = 48$; $\frac{\frac{2}{3}}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{21}$; $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$;

$(\sqrt{5})^2 = 5$; $\sqrt{27} - 7\sqrt{3} = \sqrt{3^3} - 7\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = (3-7)\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$. (Ici on décompose 27 en produit de facteur premier) .

Leçon 3 : **Valeur absolue**

Objectifs Pédagogiques :

- Déterminer la valeur absolue d'un nombre réel.
- Effectuer des calculs élémentaires avec la valeur absolue.
- Utiliser les valeurs absolues pour évaluer la distance entre deux points de la droite réelle.

Motivation : Chaque jour nous sommes appelées à utiliser les nombres pour : Déterminer un nombre entier de carreaux suffisant pour le revêtement total d'une surface. Déterminer les dates de coïncidence de deux marchés périodiques, les dimensions d'un terrain. Situer deux objets en mouvement rectiligne par rapport à un autre fixe. Partager des biens… Lire et interpréter un texte comportant des nombres : recette de cuisine ; prix des articles ; budget d'un État … Informer autrui d'un rabais, d'une hausse, d'une donnée météorologique …**Cette leçon donne des outils pour pouvoir le faire aisément.**

Situation Problème :

Pour se repérer dans le temps, un évènement a été choisi comme origine : La naissance de Jésus Christ (en abrégé J.C). Ainsi on dira qu'Euclide est mort en 283 avant J.C et que Christophe Colomb a découvert l'Amérique en 1492 après J.C.

Combien d'année y'a-t-il entre la mort d'Euclide et la découverte de l'Amérique par Christophe Colomb ?

Prérequis :

1- Complete les pointillés par $<$;$>$: $\frac{1}{4} \ldots \frac{1}{3}$; $2\sqrt{3} \ldots 3\sqrt{2}$; $1 \ldots . \sqrt{3}$
2- Place sur l'axe des réels les points $A; B; C\ et\ D$ d'abscisses respectives $-2; 3; -1\ et\ 7$.

Activité d'apprentissage :

Exercice 1 :

Soit la droite réel muni du repère $(\boldsymbol{O}; \boldsymbol{I})$.

1- Place sur l'axe des réels les points $M(2)$; $N(\frac{1}{2})$; $P(-2)$; $R(-\frac{1}{2})$.
2- Calcule les distances OM ; ON ; OP ; OR ; MN et PR.
3- Compare les distances OM et OP ; ON etOR.

Exercice 2 :

1- Calculer et comparer : $|-2|$ et $|2|$; $|-\sqrt{2}|$ et $|\sqrt{2}|$; $|-2| \times |3|$ et $|(-2) \times 3|$; $|5| \times |3|$et $|5 \times 3|$.
2- Calculer et comparer : $\left|-\frac{24}{6}\right|$ et $\frac{|-24|}{|6|}$; $\left|\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right|$ et $\frac{|\sqrt{2}|}{|\sqrt{3}|}$.
3- Calculer et comparer : $|3-7|$ et $|3| + |-7|$; $|-2-5|$et $|-2| + |-5|$.

Résumé :

I-

1- Définition :

Soit x un nombre réel.

Sur la droite munie du repère (O, I). Le point M d'abscisse x est unique.

La valeur absolue du réel x est la distance OM, c'est-à-dire la distance de 0 a x.

On note $|x| = d(0, x) = OM$ et on a $|x| = \begin{cases} x \; si \; x > 0 \\ 0 \; si \; x = 0 \\ -x \; si \; x < 0 \end{cases}$.

- Si x et y désignent deux réels abscisses respectives des points A et B, alors on a : $AB = |x - y|$

Exemple : $|-23| = -(-23) = 23$; $|12| = 12$; $|0| = 0$.

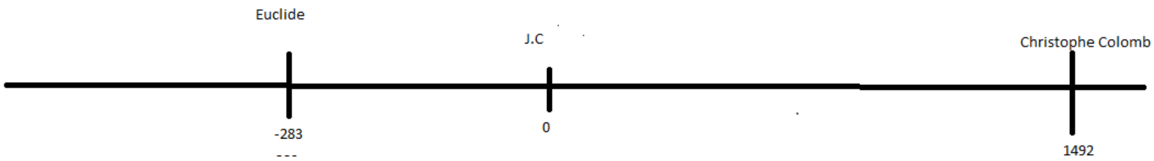
2- Propriétés

Soient a et b deux réels.

- $|-a| = |a|$
- $|a \times b| = |a| \times |b|$
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|} (b \neq 0)$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $|a + b| \leq |a| + |b|$
- $|a| = |b|$équivaut a $\begin{cases} a = b \\ ou \\ a = -b \end{cases}$ ou encore $a^2 = b^2$.

Correction de la situation problème :

1-



Déterminons le nombre d'année qu'il ya entre la mort d'Euclide et la découverte de l'Amérique par Christophe Colomb :

$|1492 - (-283)| = |1492 + 283| = 1775\ ans$

<u>Leçon 4</u> : **Calculs des valeurs approchées et encadrements**

<u>Objectifs Pédagogiques</u> :

- **Reconnaitre un intervalle de $\mathbb{R}$; Ecrire plus simplement la réunion et l'intersection de deux intervalles ; représenter sur une droite graduée un intervalle ou une réunion d'intervalles.**
- **Ecrire une relation avec des inégalités, vérifiée qu'un nombre appartient à un intervalle donné.**
- **Déterminer une approximation décimale et l'arrondi d'ordre n d'un nombre réel.**
- **Déterminer l'écriture scientifique d'un nombre décimal.**

<u>Motivation</u> :

<u>Situation problème</u> :

Emilie désire aller au marché faire des achats pour préparer et pour cela elle dresse un plan de marché. Elle souhaite acheté $\frac{1}{2}kg$ de viande, 1litre d'huile et $3kg$ de poisson. Cette dernière ne connaissant pas le prix des articles qu'elle veut payer demande à sa sœur qui lui répond :

- Le prix d'un kilogramme de viande est compris entre 2000 et 2200 FCFA
- Le prix d'un kilogramme de poisson est compris entre 1000F et 1250 FCFA
- Le prix d'un litre d'huile est de 1000Fcfa.

1- Quel montant minimal doit prévoir Emilie pour son marché.
2- Sachant que le prix d'un kilogramme de viande est de 2100Fcfa et le prix d'un kilogramme de poisson est de 1250Fcfa, Donner une idée du montant de la facture de Emilie.

Activité d'apprentissage :

Exercice 1 :

a- Pour chacun des cas suivants représenter sur une droite graduée l'ensemble des points de cette droite dont les abscisses x vérifient :
- $-4 \leq x \leq 1.$
- $x > 2.$
- $0 \leq x < 1.$
- $x \leq -1.$

b- Ecrire chaque ensemble ainsi représenté sous forme d'un intervalle.

Exercice 2 :

Sachant que $1{,}7321 < \sqrt{3} < 1{,}7322$, Donner un encadrement d'amplitude 3 de $A = 2 + \sqrt{3}$; $B = 4 - 2\sqrt{3}$ et $C = \frac{1}{\sqrt{3}}$..

- Compare $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{2}$.

Exercice 3 :

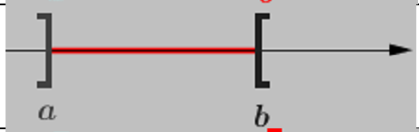
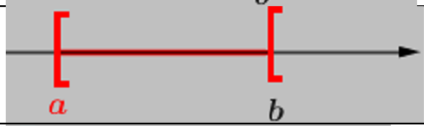
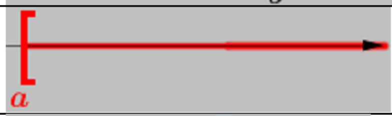
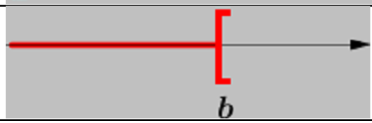
On donne $b = -127{,}9765$.

a- Calculer $b.10^4$.
b- Ecriver b sous la forme $a.10^p$, avec $a\ et\ p$ des entiers relatifs. (b est un nombre d'ordre p).
c- Calculer $b \times 10^{-2}$.
d- Ecrire b sous la forme $a.10^p$ avec a un nombre décimal d'un chiffre apres la virgule et p un entier relatif.(Ecriture scientifique de b.)
e- Donner deux nombres décimaux consécutifs de deux chiffres apres la virgule, un plus petit que b et l'autre plus garnd que b.

Résumé :

I-

Les intervalles correspondent aux parties sans trou de la droite numérique. De facon plus rigoureuse $si\ a < b$ on a :

Intervalle	Représentation	Description : ensemble des réels x vérifiant.
Intervalle [a, b] (fermé)		$a \leq x \leq b$
Intervalle]a, b[(ouvert)		$a < x < b$
Intervalle [a, b[		$a \leq x < b$
Intervalle $[a; +\infty[$		$a \leq x$
Intervalle $]-\infty; b[$		$x < b$

Remarque :

- $\mathbb{R}$ est l'intervalle $]-\infty;\ +\infty[$.
- L'amplitude de l'intervalle de bornes a et $b$est $|a-b|$.
- Le centre d'un intervalle de bornes a et b est $\frac{a+b}{2}$.
- Le rayon d'un intervalle de bornes a et $b$avec $a < b$ est $\frac{b-a}{2}$.
- L'intersection de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant a la fois aux deux intervalles
- La reunion de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant a l'un ou a l'auitre.

Exemple :

- Sur l'axe des réels, représenter les intervalles suivants : $I = [-3; 2]$; $J =]-\infty; 1[$; $K = [5;\ +\infty[$.
- Représenter, puis écrire si possible $I \cap J$; $J \cap K$; $I \cup K$.

II-

- Deux fractions qui ont le même dénominateur sont rangées dans le même ordre que leur numérateur.
- Deux fractions qui ont le même numérateur sont rangées dans l'ordre contraire de leurs dénominateurs.

Quelques soient les réels $a, b, c\ et\ d$ ona :

- Si $a < b$ et $c < d$ alors $a + c < b + d$.
- Si $a < b$ et $c > 0$ alors $ac < bc$.
- Si $a < b$ et $c < 0$ alors $ac > bc$.
- Si $a < b$ avec a et b positifs, alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.
- Si $a < b$ avec $a\ et\ b$ non nuls et de même, alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

- Pour tous $a, b, c\ et\ d$ positifs, si $a \leq b$ et $c \leq d$, alors $ac \leq bd$.

Exemple :

- Comparer les nombres suivants : $\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{8}$; $\frac{8}{6}$ et $\frac{8}{5}$.
- Soient $x = \sqrt{2}\ et\ y = \sqrt{3}$.Déterminer un encadrement de $x + 2y$ sachant que $1,414 < x < 1,415$ et $1,732 < y < 1,733$.

III-

1- Définition

- Un nombre réel d'ordre p est un nombre réel qui peut s'écrire sous la forme $a \times 10^p$ avec a et p qui sont des entiers relatifs.
- La notation scientifique ou l'écriture normalisé d'un nombre réel b est son expression sous la forme $a \times 10^p$ avec a un nombre décimal d'un chiffre apres la virgule et p un entier relatif.
- La troncature d'ordre n d'un nombre réel est son écriture avec n chiffres apres la virgule.
- L'approximation décimale d'ordre n par défaut d'un nombre réel est la troncature d'ordre n de ce nombre.
- L'approximation décimale d'ordre n par exces d'un nombre réel est le nombre décimal d'ordre n qui suit la troncature d'ordre n de ce nombre.

2- Arrondi d'ordre n :

L'arrondi d'ordre n d'un nombre réel est :

- L'approximation décimale d'ordre n par défaut si le $(n+1)^{ieme}$ chiffre apres la virgule est $0; 1; 2; 3; 4$.
- L'approximation décimale d'ordre n par exces si le $(n+1)^{ieme}$ chiffre apres la virgule est $5; 6; 7; 8; 9$.

Exemple :

- En supposant que $\sqrt{23} = 4,79583$, écrire les toncatures et les arrondis respectifs a une, deux et trois décimales de $\sqrt{23}$
- Donner l'écriture scientifique de $A = 0,05 \times 120 \times 10^{-3}$

Solution :

- 4,7 ; 4,79 et 4,795 sont les troncatures respectivement a une, deux et trois décimales de $\sqrt{23}$.

4,8 ; 4,80 ; 4,796 sont les arrondis respectivement a une, deux et trois décimales de $\sqrt{23}$.

- On a :

$A = 0,05 \times 120 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-2} \times 12 \times 10^{1} \times 10^{-3} = 60 \times 10^{-4} = 0,6 \times 10^{-2}$.

Correction de la situation problème :

Soient $x\ et\ y$ les prix respectifs d'un kilogramme de viande et d'un kilogramme de poisson.

On a : $2000 \leq x \leq 2200$ et $1000 \leq y \leq 1250$.

1- Déterminons le montant minimal que doit prévoir Emilie pour son marché :

On sait qu'elle doit acheter un demi kilogramme de viande 3 kilogrammes de poisson et 1 litre d'huile. Déterminons pour cela l'encadrement de $\frac{1}{2}x + 3y + 1000$.

On a : $2000 \leq x \leq 2200 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \times 2000 \leq \frac{1}{2}x \leq 2200 \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1000 \leq \frac{1}{2}x \leq 1100$

De plus $1000 \leq y \leq 1250 \Leftrightarrow 3 \times 1000 \leq 3y \leq 3 \times 1250 \Leftrightarrow 3000 \leq 3y \leq 3750$

On a donc : $1000 + 3000 \leq \frac{1}{2}x + 3y \leq 1100 + 3750 \Leftrightarrow 4000 \leq \frac{1}{2}x + 3y \leq 4850$

Ainsi $4000 + 1000 \leq \frac{1}{2}x + 3y + 1000 \leq 4850 + 1000 \Leftrightarrow 5000 \leq \frac{1}{2}x + 3y + 1000 \leq 5850.$

Conclusion : **Le montant minimal qu'Emilie doit prévoir pour son marché est de 5000 francs**.

2- Donnons une estimation de la facture d'Emilie :

Prix de la viande : $\frac{1}{2} \times 2100 = 1050$ F

Prix du poisson : $3 \times 1250 = 3750$ f

Le montant de sa facture s'élève a : $1050 + 3750 + 1000 = 5800.$

GPM Atelier 2^{nde} A4

Module : Organisation et gestion des données.

Chapitre 6 : PROPORTIONNALITE

Nombre de leçons : 02

1- Tableau de proportionnalité
2- Pourcentage et échelle.

Leçon 1 : TABLEAUX DE PROPORTIONNALITE.

Objectifs : être en mesure de

- Reconnaître un tableau de proportionnalité
- Compléter un tableau de proportionnalité
- Justifier une situation de proportionnalité

Motivation : résoudre un problème concret représentant une situation de proportionnalité.

Pré-requis.

1) Les fractions suivantes sont-elles égales : $\frac{10}{6}$ *et* $\frac{15}{9}$; $\frac{23}{69}$ *et* $\frac{213}{639}$; $\frac{5}{3}$ *et* $\frac{750}{300}$
2) Calcule x dans chacun des cas suivants :
   a) $\frac{24}{12}=\frac{x}{30}$; b) $\frac{18}{5x}=\frac{24}{55}$

Situation-problème :

Dans une exploitation agricole, BORIS travaille 3 heures par jour et touche 450FCFA pour la journée, tandis qu'ALAIN travaille 5 heures par jour et touche 750FCFA pour la journée. BORIS et ALAIN touchent-ils le même salaire horaire ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE.

Exercice 1

1) Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Côté du carré (m)	8				
Périmètre du carré (m)		20			124
Aire du carré (m^2)			49	144	

2) Y'a-t-il proportionnalité entre :
   a) Le côté et le périmètre du carré ?
   b) Le côté et l'aire du carré ?
   c) Le périmètre et l'aire du carré ?
3) Dans le cas de proportionnalité, détermine les coefficients de proportionnalités. Que peux-tu dire de ces coefficients de proportionnalités ?

Exercice 2.

1) Un randonneur a parcouru 400m en 5min. la distance parcourue et le temps nécessaire pour le parcourir sont proportionnels. Recopie et complète le tableau suivant.

Temps mis	5	8			13		40
Distance parcourue			800	2000		32000	

2) Sachant que $k = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ avec k coefficient de proportionnalité. Détermine deux nombres réels x et y tels que $\begin{cases} \frac{x}{7} = \frac{y}{5} \\ x + y = 72 \end{cases}$

Résumé.

- Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant par un même nombre non nul les valeurs de l'autre. Ce nombre est un coefficient de proportionnalité des deux grandeurs.

Exemple :

- Pour calculer le périmètre P d'un carré, on multiplie par 4 la longueur c de son côté.
  P=4xc
- Pour calculer la longueur c d'un côté d'un carré, on multiplie par $\frac{1}{4}$ le périmètre de ce carré,

  c= $\frac{1}{4}$ xP
- Les nombres 4 et $\frac{1}{4}$ sont les coefficients de proportionnalité.

- Dans un tableau à deux lignes, si tous les quotients d'un nombre de la 2ème ligne par le nombre correspondant à la 1ère ligne sont égaux, alors :
- Les nombres de la 2ème ligne sont proportionnels à ceux de la 1ère ligne
- Ce tableau est un tableau de proportionnalité
- Le quotient commun est le coefficient de proportionnalité.

Exemple : périmètre d'un triangle équilatéral

Côté (en cm)	5	7	12
Périmètre (en cm)	15	21	36

$$\frac{15}{5} = \frac{21}{7} = \frac{36}{12} = 3$$

$$\frac{5}{11} = \frac{7}{21} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

3 et $\frac{1}{3}$ sont les coefficients de proportionnalité.

Remarques :

- Un tableau de proportionnalités a deux coefficients de proportionnalité inverses l'un de l'autre
- Un tableau de proportionnalités représente une situation de proportionnalité.

- **Propriétés :**
- a, b, c et d sont des nombres réels tels que b et d sont non nuls.

a	c
b	d

est un tableau de proportionnalité si : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \times d = d \times c$

- si tous les points représentant les colonnes d'un tableau sont situés sur une droite passant par l'origine d'un repère, alors ce tableau est un tableau de proportionnalité.

EXECICE D'APPLICATION.

Exercice 1 : le tableau ci-après est un tableau de proportionnalité.

1) a- Recopie et complète ce tableau

2		6	9	15	
	6,3	12,6			63

b- Détermine le coefficient de proportionnalité.

2) Détermine deux nombres réels a et b tels que : $\begin{cases} \frac{a}{4} = \frac{b}{3} \\ a+b=210 \end{cases}$

Exercice 2 : on donne le tableau ci-dessous :

3	5	6	8	10	11	13
12	20	24	321	40	44	52

1) Vérifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité
2) Représente dans un repère orthonormé l'ensemble des points M$(x; y)$ où x représente un nombre de la 1ère ligne et y le nombre correspondant de x à la 2ème ligne.
3) Vérifie que cet ensemble est une droite passant par l'origine du repère.

Exercice 3 : trois enfants : BORIS, ALI et PAUL se partagent une somme de 7200 FCFA proportionnellement à leurs âges. Ils ont respectivement 10, 11 et 15 ans. Déterminer la part de chacun.

Devoir

Exercice :

1) Détermine trois réels $x, y\ et\ t$ tels que : $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{t}{6} \\ x+y+t=600 \end{cases}$

2) Recopie et complète le tableau de proportionnalité suivant :

8	4,6	7,2		$\frac{4}{5}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{2}{3}$
32			14			

Devoir : 29 et 31 page 18 (CIAM)

Leçon 2 : POURCENTAGE ET ECHELLE.

Objectifs : être en mesure de :
-appliquer et calculer un pourcentage.
Calculer et utiliser une échelle.

<u>**Motivation**</u> : Résoudre des problèmes simples de pourcentage.

Pré-requis :

1) sur une carte de Géographie, l'échelle indiquée est : $\frac{1}{2250000}$. Qu'est-ce que cela signifie ?
2) Calcule 35% de 75000 habitants

Situation-problème :

Dans un village vivent 800 femmes. 7% d'entre elles porte une boucle d'oreille. Sur les 93% restant, le tiers porte deux boucles d'oreille et le reste aucune. Combien y'a-t-il de boucles d'oreille dans ce village ?

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE.

Exercice 1 : Dans un collège de 1600 élèves, 6,5% des élèves sont des filles.

1) Détermine le nombre de filles du collège.
2) Parmi ces filles, 10% ont un âge supérieur à 16 ans. Détermine le nombre de filles dont l'âge est inférieur ou égal à 16 ans.

Exercice 2 : Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Distance sur la carte	4cm	2m	
Echelle	$\frac{1}{20000}$		$\frac{1}{10000}$
Distance réelle		5km	

Exercice 3 :

1) Un article qui coûtait 20000 FCFA dans un magasin. Après une hausse, il coûte désormais 22500 FCFA. Quel est le pourcentage d'augmentation ?
2) Le prix d'une marchandise est passé de 3000 FCFA à 2250 FCFA. Calculer le pourcentage de réduction du prix de cette marchandise.

Résumé :

- Pour calculer P % d'un nombre, tu multiplies ce nombre par $\frac{P}{100}$
- Pour calculer le pourcentage d'une quantité a sur une quantité b, tu multiplies le quotient de a sur b par 100 : $\frac{a}{b}\times 100$

Exemple : 50 élèves ont une moyenne dans une classe de 80 élèves. Le pourcentage de réussite est : $\frac{50}{60}\times 100$ =62,5%

- Pour déterminer la valeur d'un objet après une réduction (ou remise) de $x\%$, on multiplie sa valeur initiale par $\left(1-\frac{x}{100}\right)$

Exemple : Sur un article valant 12500 FCFA, le commerçant consent une remise de 25%, si l'acheteur paie au comptant. Quel est le prix au comptant ?

$$P = 12500\times\left(1-\frac{25}{100}\right) = 12500\times\frac{75}{100} = 9345 \text{ FCFA}$$

- La distance sur la carte (ou distance mesurée sur le plan) et la distance réelle sont des grandeurs proportionnelles. L'échelle est le coefficient de proportionnalité permettent de passer de la distance réelle à la distance sur la carte.

  Echelle=$\frac{distance\ sur\ la\ carte}{distance\ réelle}$**Exemple** : un dessin est à l'échelle $\frac{1}{500000}$ signifie que : une distance réelle de 500000cm est représentée sur le dessin par une distance de 1cm

EXERCICE D'APPLICATION.

Exercice 1 : Dans une classe de 2^{nde} de 60 élèves, 35 pratiquent le karaté. Quel est le pourcentage d'élèves pratiquant le karaté ?

Exercice 2 : Sur une carte de randonnée, on peut lire ; « 1cm pour 500m ».

1) Quelle est l'échelle de cette carte ?
2) Quelle est la distance sur la carte entre deux points distants réellement de 30km ? 7km ?
3) Quelle est la distance réelle entre deux points distants sur la carte de 1mm ?

Exercice 3 : un article coûte 12000 FCFA dans un magasin, après une réduction de 10% suivie d'une augmentation de 2%, déterminer le nouveau prix de l'article.

Devoir : exo 32, 33 page 18 (CIAM)
Exo 36, 38, 39 et 43 page 19 (CIAM)

FICHE PEDAGOGIQUE DE PREPARATION DE LA LECON

Classe : 2^{nd} A Séquence : **1** Date : __/__/2018 Durée : 55 minutes Effectif : _____

Etablissement : ____

Titre du module : Relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ Titre du chapitre (N^0__) : CALCUL LITTERAL

Titre de la leçon 1 : **Développement et factorisation**

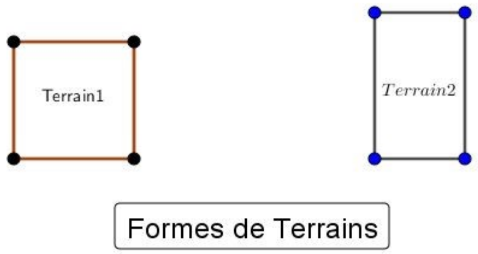
Matériel didactique à utiliser : Règle, craie

Objectif pédagogique : Développer et factoriser des expressions littérales. Renforcer la pratique du calcul mental

Motivation : Dans la vie, nous sommes confrontés à calculer des surfaces de terrains, partager des biens, organiser nos calculs….

Ce cours vous permettra de mieux gérer ce type de problème, d'être plus autonome et de s'assurer comme un membre responsable d'une famille et d'une société.

Etapes/durée	Activités		Point Enseignement/apprentissage	Observations
	De l'enseignant	***De l'apprenant***		
Introduction (3 min)	**Mettre 2 en facteur commun** • $(2 \times 3) + (2 \times 5) - 2$ • $(2 \times 3) - (2 \times 7) - 1$ **Développer** et **réduire** $(a+b)^2$; $(a-b)^2$; $(a-b)(a+b)$	Traite individuellement, puis échange avec toute la classe.	Outiller les apprenants pour le traitement de l'activité d'apprentissage	Contrôle fait oralement. Le professeur circule, motive et désigne quelques élèves au tableau.
Situation problème et activité d'apprentissage	**Situation Problème** : Votre père aimerait acheter un terrain de forme rectangulaire de périmètre $P = 80\ m$ pour une petite plantation familiale de maïs. On lui propose dans un catalogue 2 alternatives : soit il prend un terrain de largeur $l = 20\ m$, soit il	Conjecture, échange avec les voisins sur ses conjectures, en	Provoquer le questionnement	Les propositions des apprenants sont consignées au tableau dans la partie brouillon

	prend un terrain de largeur $0 < l < 20\ m$. Il aimerait que vous l'aidiez à faire le bon choix pour avoir le terrain d'aire maximale.  **<u>Activité</u>** : **1.** On considère un rectangle de périmètre $80\ m$, de longueur L et de largeur l $(L > l)$. • En notant A_1 l'aire de ce rectangle, donner son expression en fonction de L et l. • A-t-on $L = 40 - l$? • Montrer que $A_1 = -l^2 + 40l$ **2.** Supposons que notre rectangle précédent de même périmètre soit un carré. • Que vaut l ? • Quel est son aire A_2 ? **3.** Donner l'expression développée $A = A_2 - A_1$, puis développer l'expression $(l - 20)^2$. • A-t-on $A \geq 0$? **4.** Comparer A_1 et A_2	propose au professeur. Note l'activité Traite l'activité, partage avec les voisins, participe aux échanges provoqués par l'enseignant	Rappeler les notions vues en classe de $4^{\text{ème}}$_ $3^{\text{ème}}$	Les échanges se font avec les voisins d'à côté. Le professeur circule, motive, désigne judicieusement les élèves au tableau, provoque et facilite les échanges avec toute la classe
Résumé	**Développer** une expression c'est l'écrire sous la forme d'une somme algébrique de termes, sans parenthèses de multiplication.			

	Réduire une expression développée, c'est effectuer les sommes algébriques des termes de **<u>même nature</u>** **Factoriser** une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs, sans addition ni soustraction à l'extérieur des parenthèses. **<u>Propriétés :</u>** a, b, c sont des nombres réels, on a : • $a(b+c) = ab + ac$ • $a(b-c) = ab - ac$ Egalités (identités) remarquables : • $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ • $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ • $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ • $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ • …. <u>Remarque</u> : Pour factoriser une expression littérale, on peut utiliser l'un des procédés suivants : • Mettre en évidence un facteur commun • Reconnaitre une identité remarquable • Employer ces deux techniques simultanément	Note le résumé	Institutionnaliser la notion apprise	
Exercices d'application	**1)** Développer et réduire les expressions : $A = -5x(2x-3)$; $B = (2x+1)(x+3)(x-1)$ **2)** Développer les expressions : $C = (2x+3)^2$; $D = (3x-1)^2$; $E = (2x+3)(3-2x)$ **3)** Calculer : $(2\sqrt{7} - 3\sqrt{5})^2$; $(\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5})$; $2000^2 - 1999^2$; 59^2 ; 51×49 **4)** Mettre « 2 » en facteur commun, puis réduire: $(7 \times 2) + (2 \times 5) - (4 \times 2) + (2 \times 8) - 3$ **5)** Factoriser les expressions : $F = (3x-4)(x+2) + 2x(3x-4)$; $G = (x+1)^2 - 2(5x+4)(x+1)$; $H = (2x-1)(3x-1) + 4x(1-2x)$; $I = 9x^2 + 24x + 16$; $J = 2x^3 - 18x$	Traite individuellement, échange avec les voisins puis participe activement aux échanges provoqués par l'enseignant	Contrôler les acquis et remédier aux insuffisances. Auto-évaluation du professeur	

Conclusion	Devoir (Dans le livre)		Renforcer les acquis et faciliter le déroulement de la prochaine leçon.	Remplissage du cahier de texte, Résumé de la séance, devoirs, annonce de la prochaine leçon

Solution de l'activité :

- Expression de A_1 : $\boxed{L \times l}$
- Oui, nous avons la relation : $L = 40 - l$. En effet, étant donné que nous avons un rectangle, son périmètre est : $P = 2 \times (L + l) = 80$
- Comme, $A_1 = L \times l$ et $L = 40 - l$, il vient que : $A_1 = (40 - l) \times l = 40l - l^2 = \boxed{-l^2 + 40l}$
- Notre rectangle étant considéré désormais comme un carré, alors $L = l$ et le périmètre valant 80 m, on déduit que : $\boxed{l = 20\ m}$
- L'aire A_2 est : $\boxed{l \times l = l^2 = 400\ m^2}$
- L'expression développée de $A = A_2 - A_1$ est : $\boxed{l^2 - 40l + 400}$. L'expression développée de $(l - 20)^2$ est : $\boxed{l^2 - 40l + 400}$
- Oui, nous avons $A \geq 0$ car $A = (l - 20)^2$
- Comme $A = A_2 - A_1$ et $A \geq 0$ alors, $A_2 \geq A_1$

Solution à la situation problème : D'après l'activité, pour avoir le terrain d'aire maximale, il doit prendre le **terrain 1** (de forme carrée) c-à-dire le terrain de largeur $l = 20\ m$

Classe : 2^{nd} A Séquence : 1 Date : __/__/2018 Durée : 55 minutes Effectif : _____

Etablissement : ____

Titre du module : Relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ Titre du chapitre (N^0__) : CALCUL LITTERAL

Titre de la leçon 2 : **Polynômes et fractions rationnelles**

Matériel didactique à utiliser : Règle, craie

Objectif pédagogique : Reconnaitre un polynôme, une fraction rationnelle. Vérifier qu'un réel est « **racine »** d'un polynôme et donner la condition d'existence d'une valeur numérique pour une fraction rationnelle.

Etapes/durée	Activités		Point Enseignement/apprentissage	Observations
	De l'enseignant	*De l'apprenant*		
Introduction (1 min)	**Prérequis :** **(Savoir quand le produit de deux nombres est nul)** Quelle condition faut-il pour qu'un produit de deux nombres réels soit égal à 0 ? Choisir la bonne réponse : $ab = 0$ signifie : $\begin{cases} a = 0 \text{ et } b = 0 \\ a = 0 \text{ ou } b = 0 \end{cases}$ **(savoir calculer la somme de fractions et les mettre sous forme irréductible)** Calculer : $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$; $\frac{3}{2} + 1$	Traite individuellement, puis échange avec toute la classe.	Outiller les apprenants pour le traitement de l'activité d'apprentissage	Contrôle fait oralement. Le professeur circule, motive et désigne quelques élèves au tableau.

<table>
<tr>
<td>Situation problème et activité d'apprentissage</td>
<td><u>Situation Problème</u> : L'ami de Jordan est très malade. Jordan a 8 ans et sait qu'il est l'ainé de son ami. Cependant, il veut donner une dose de médicaments à son ami, mais cette dose varie en fonction de l'âge de l'individu et une mauvaise administration pourrait être fatale à son ami. Il se rappelle que son ami lui avait dit quelques jours avant sa maladie que : « si tu as l'expression littérale $P(x) = 2x^2 - 28x + 96$, mon âge l est tel que $P(l) = 0$ »
Aidez Jordan à déterminer la dose de médicaments à donner à son ami.
<table>
<tr><th>Dose de médicaments en mg</th><th>Tranche d'âge</th></tr>
<tr><td>1,5 mg</td><td>0 à 4 ans</td></tr>
<tr><td>2,5 mg</td><td>5 à 7 ans</td></tr>
<tr><td>5 mg</td><td>8 à 100 ans</td></tr>
</table>
<u>Activité d'apprentissage</u> :
1) Développer et réduire l'expression : $(x - 8)(2x - 12)$
2) Donner la forme factorisée de l'expression $P(l) = 2l^2 - 28l + 96$
3) Pour quelles valeurs de « l » $P(l) = 0$?</td>
<td>Conjecture, échange avec les voisins sur ses conjectures, en propose au professeur.

Note l'activité

Traite l'activité, partage avec les voisins, participe aux échanges provoqués par l'enseignant</td>
<td>Provoquer le questionnement

Rappeler les notions vues en classe de $4^{ème}$_ $3^{ème}$</td>
<td>Les propositions des apprenants sont consignées au tableau dans la partie brouillon

Les échanges se font avec les voisins d'à côté. Le professeur circule, motive, désigne judicieusement les élèves au tableau, provoque et facilite les échanges avec toute la classe</td>
</tr>
<tr>
<td>Résumé (Polynôme)</td>
<td><u>Définitions</u> : a est un nombre réel non nul, n est un entier naturel.

Toute expression littérale du type $\boldsymbol{ax^n}$ est appelé monôme en $\boldsymbol{x}$ de coefficient $\boldsymbol{a}$ et de degré $\boldsymbol{n}$
On appelle polynôme toute somme algébrique de monômes

<u>Exemples</u> :
$5x$ est un monôme de coefficient 5 et de degré 1</td>
<td>Note le résumé</td>
<td>Institutionnaliser la notion apprise</td>
<td></td>
</tr>
</table>

	2 est un monôme de coefficient 2 de degré nul $x^3 - x + 1$ est un polynôme • Le degré d'un polynôme correspond à celui du monôme de plus haut degré. Dans le dernier exemple précédent, le degré de ce polynôme est 3 Remarque : Un monôme est un polynôme • On appelle **racine** d'un polynôme, toute valeur qui annule ce polynôme **Propriétés** : **1.** α est racine d'un polynôme $P(x)$ alors $P(x) = (x-\alpha)Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme **2.** $\left(x+\frac{b}{2}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4}$ est la **forme canonique** du polynôme $x^2 + bx + c$			
Exercices d'application	**1.** On considère le polynôme $P(x) = 2x^2 - x - 3$ • Déterminer $P(0)$, $P(-1)$ • Après avoir développé et réduit l'expression $(x+1)(ax+b)$ par identification, déterminer a, b pour que $P(x) = ((x+1)(ax+b)$ • Donner la forme canonique du polynôme $P(x)$	Traite individuellement, échange avec les voisins puis participe activement aux échanges provoqués par l'enseignant	Contrôler les acquis et remédier aux insuffisances. Auto-évaluation du professeur	
Résumé (Fractions rationnelles)	**Définition :** Le quotient de deux polynômes est appelé **fraction rationnelle** **Exemple :** $\frac{x+1}{2}$; $\frac{x-1}{x^2+1}$; **Condition d'existence d'une valeur numérique** : Activité : On considère la fraction rationnelle $A(x) = \frac{3x-2}{x-1}$ • Déterminer $A(0)$, $A(-1)$ • Peut-on déterminer $A(1)$?			

	<u>Propriété</u> : La condition d'existence d'une valeur numérique d'une fraction rationnelle est que **son dénominateur** soit non **nul** **<u>Propriété</u> :** Pour simplifier une fraction rationnelle, on peut procéder de la façon suivante : **1)** Déterminer une condition d'existence d'une valeur numérique **2)** Factoriser le numérateur et le dénominateur pour ressortir les facteurs communs (si possible)			
Exercices d'applications	On considère la fraction rationnelle : $A(x) = \frac{(5x-3)(x+1)}{2x+2}$ **1.** Déterminer la condition d'existence d'une valeur numérique de $A(x)$ **2.** Simplifier la fraction rationnelle $A(x)$ en précisant pour quelle(s) valeur(s) de x cela peut se faire **3.** Ecrire l'expression $3x - 1 - \frac{2}{x+1}$ sous forme de fraction rationnelle	Traite individuellement, échange avec les voisins puis participe activement aux échanges provoqués par l'enseignant	Contrôler les acquis et remédier aux insuffisances. Auto-évaluation du professeur	
Conclusion	<u>Devoir</u> (Dans le livre)		Renforcer les acquis et faciliter le déroulement de la prochaine leçon.	Remplissage du cahier de texte, Résumé de la séance, devoirs, annonce de la prochaine leçon

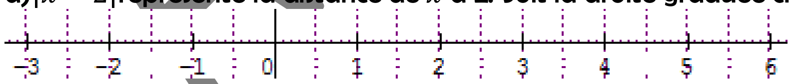
<u>Solution de l'activité</u> :

1) $(x-8)(2x-12) = 2x^2 - 28x + 96$
2) La forme factorisée de $P(l)$ est : $(l-8)(2l-12)$
3) $P(l) = 0$ signifie : $l - 8 = 0$ ou $2l - 12 = 0$, donc $l = 8$ ou $l = 6$

<u>Solution de la situation problème</u> : D'après l'énoncé, l'âge de l'ami de Jordan vérifie $P(l) = 0$ et donc on déduit que $l = 8$ ou $l = 6$. Par ailleurs, sachant que Jordan est l'ainé et qu'il a 8 ans, on obtient donc que l'âge de l'ami de Jordan est 6 ans. En se référant au tableau de dose de médicaments et tranche d'âge, Jordan doit donner une dose de 2,5 mg de médicaments

FICHE PEDAGOGIQUE DE PREPARATION D'UNE LEÇON

- **Classe :** 2^{nd}A ; **Séquence :** 02 ; **Date :** .... **Durée :** 100 min ; **Effectif :** G=... F=... T=... ; **Etablissement :**...
- **Nom de l'enseignant : GUELA KAMDEM PIERRE** ; **Grade :** PLEG
- **Titre du module :** Relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres réels (**MODULE** 9)
- **Titre du chapitre** : EQUATION, INEQUATIONS ET SYSTEMES.
- **Titre de la leçon** : Équations et inéquations dont la résolution se ramène à celle d'équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$ **(Leçon 1)**
- **Objectif pédagogique** : Résoudre une équation ou une inéquation dont la résolution se ramène à celle d'équations et inéquation du 1er degré dans $\mathbb{R}$.
- **Motivation :** La résolution de nombreux problèmes dans la vie se ramène à la résolution des équations ou inéquations de premier degré dans $\mathbb{R}$. Cette leçon donne des techniques pour pouvoir le faire aisément.

Etapes/durée	Activités de l'enseignant	Activités de l'apprenant	Point enseignement/ apprentissage	Observations
Contrôle des Prérequis.10min	**Prérequis :** Utilise ton brouillon pour résoudre les équations et inéquations suivantes: $2x = 1$; $5x - 3 = 7$; $\frac{2}{5}x - 5 = 3x - \frac{4}{3}$; $3x - 5 \geq 2 + x$; $5x + 4 < 11x - 7$	Traite individuellement, échange avec les voisins puis avec toute la classe.	Contrôler les préréquis	Le professeur circule, motive, désigne judicieusement l'élève qui va au tableau, provoque et facilite les échanges avec toute la classe.
Introduction (5 min).	**Situation problème** Votre père a oublié le code de sa carte bancaire. Aidez le à le retrouver sachant que ce nombre est l'unique nombre entier pair vérifiant l'inégalité $\|x - 4563.5\| < 1.5$.	Ecoute. Conjecture, échange avec les voisins sur ses conjectures, en propose au professeur.	Captiver l'attention des apprenants. Provoquer le questionnement.	Cette introduction est faite oralement. Les propositions des apprenants sont consignées au tableau dans la partie brouillon sans commentaire.
Activités d'apprentissage (40 min)	**Activité :** A- On se propose de résoudre : $\|x - 2\| = 3$ et $\|x - 2\| \leq 3$ a) $\|x - 2\|$ représente la distance de x à 2. Soit la droite graduée ci-dessous :  Déterminer deux nombres réels x et y tels que la distance de 2 à x ou à y soit égale 3.	Note l'activité ; la traite ; Partage chaque fois avec les voisins ; Participe aux	Découvrir la technique pour transformer certaines équations et inéquations en équations et inéquations de	Les échanges se font avec le voisin d'à-côté et les voisins de derrière ou de devant. Le professeur

b) recopie et complète :
$|x-2|=3$ **équivaut à** $x-2=3$ **ou** $x-3=\cdots$
$x=\cdots\ ou\ x=\cdots$ **. comparer le résultat à la question a).**
c) Déterminer trois nombres réels x, y et z tels que que la distance de 2 à chacun de ces nombres soit inférieure ou égale 3.
d) déterminer la plus petite et la plus grande valeur de x telles que la distance de 2 à x soit inférieure ou égale 3.
e) en déduire la solution de l'inéquation $|x-2|\leq 3$
f) Recopie et complète :
$|x-2|\leq 3$ équivaut à ... $< x-2 < 3$
... $< x < \cdots$
$s=]\ldots;\ldots[$. Comparer le résultat à f).

B-1) On se propose de déterminer le signe de $S(x)=5x-10$ et $P(x)=-2x-8$

a) Résoudre les équations $S(x)=0$ et $P(x)=0$
b) En choisissant trois nombres dans chacun des intervalles ci-dessous et en remplaçant dans $S(x)$ et $P(x)$, recopier et compléter les tableaux ci-dessous par les signes + ou $-$:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$S(x)=5x-10$		...	0	...	

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$P(x)=-2x-8$		...	0	...	

2) On se propose de résoudre : (E) : $\frac{5x+3}{-2x+4}=6\ et\ (I) : \frac{5x+3}{-2x+4}\geq 6$

a) Déterminer la condition d'existence de $\frac{5x+3}{-2x+4}$
b) Annuler le second terme de (E) en ajoutant -6 de chaque côté de l'égalité puis réduire le côté gauche de l'égalité au même dénominateur.
c)En déduire la valeur de x qui annule le numérateur. Cette valeur est la solution de (E) si elle est différente de la valeur qui annule le dénominateur.
d) Recopier et compléter le tableau de signe ci-dessous et en déduire la solution de (I)

x	$-\infty$		$\frac{17}{21}$		2		$+\infty$
$17x-21$		...	0	...		...	
$-2x+4$		...		...	0	...	
$\frac{17x-21}{-2x+4}$		...	0	...	‖	...	

échanges provoqués par l'enseignant.

premier degré

circule, motive, désigne judicieusement l'élève qui va au tableau, provoque et facilite les échanges avec toute la classe.

<table>
<tr>
<td>Résumé : (15 min)</td>
<td>
<u>Résumé</u> :

➢ Le tableau de signe du polynôme $P(x) = ax + b$ est donné par le tableau ci-dessous

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-b/a</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$P(x) =$ ax + b</td><td>signe de -a</td><td>0</td><td>signe de a</td></tr>
</table>

➢ Equations et inéquations du type $\frac{ax+b}{cx+d} = e$ ($\frac{ax+b}{cx+d} \geq e$)

-Avant de commencer à résoudre, il faut déterminer l'ensemble de définition, c'est à dire des valeurs de x pour lesquelles le quotient existe. Cela revient à déterminer la ou les valeurs interdites, c'est à dire les valeurs de x qui annulent le dénominateur.
-Après avoir déterminé l'ensemble de définition, comme le second terme n'est pas nul, il faut donc l'annuler. On réduit ensuite au même dénominateur de façon à n'avoir qu'une seule fraction.
- On déduit enfin l'ensemble solution après avoir établir le tableau de signe s'il s'agit d'une inéquation. S'il s'agit d'une équation, la solution est la valeur qui annule le numérateur.

➢ Equations ou inéquations du type $|ax + b| = c$ ($|ax + b| < c$)

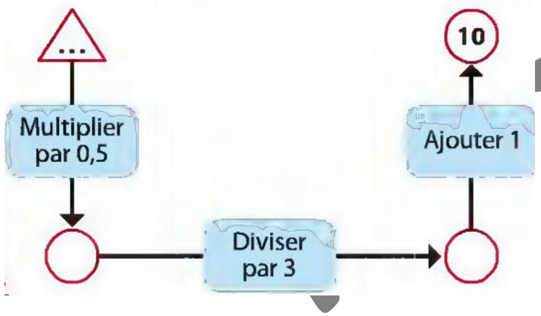
- $|ax + b| = c$ est équivalente à : $ax + b = c$ ou $ax + b = -c$
Remarque: 1- Si c est négatif alors $s = \emptyset$
2- Si $c = 0$ alors S= $\left\{\frac{-b}{a}\right\}$
- $|ax + b| < c$ est équivalente à $-c < ax + b < c$
Par la suite, on a : $-c - b < ax < c - b$
Et après, $\frac{-c-b}{a} < x < \frac{c-b}{a}$
Enfin, S= $\left]\frac{-c-b}{a} ; \frac{c-b}{a}\right[$
Remarque : 1- Si l'inégalité est large($|ax + b| \leq c$) alors S= $\left[\frac{-c-b}{a} ; \frac{c-b}{a}\right]$.
2- Si c est négatif alors $s = \emptyset$
3-Si $c = 0$ alors $|ax + b| \leq 0$ a pour solution $s = \left\{\frac{-b}{a}\right\}$ tandis que $|ax + b| < 0$ a pour solution $s = \emptyset$.
</td>
<td>Note le résumé</td>
<td>Institutionnaliser la technique découverte.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Exercices d'application (20 min)</td>
<td>
<u>Exercice1</u> : situation problème
<u>Exercice2</u> : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :
a) $\frac{5x-6}{x-2} = 0$, b) $\frac{-2x+5}{3x-2} = 3$, c) $\frac{10x-4}{4x-2} \leq 0$, d) $\frac{4x-7}{-2x-5} > 5$, e) $\frac{5x-1}{3x-2} \geq -2$, f) $|2x - 5| = 10$,
g) $|-4x - 8| = 0$, h) $|2x - 5| = -3$, i) $|5x + 4| \leq 6$, j) $|3x - 4| < 2$, k) $|2x - 1| \leq 0$,
l) $|3x + 2| < 0$
</td>
<td>Copie puis traite individuellement, échange avec les voisins et participe activement aux échanges provoqués par l'enseignant.</td>
<td>Contrôler les acquis sur les propriétés découvertes et remédier aux insuffisances. Auto-évaluation du professeur.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Conclusion (10 min)	<u>**Devoir :**</u> **Utiliser le livre de l'élève**	Note le devoir	Remplissage du cahier de texte, résumé de la séance, devoirs, annonce de la prochaine leçon.	

FICHE PEDAGOGIQUE DE PREPARATION D'UNE LEÇON

- **Classe :** 2ndA ; **Séquence :** 02 ; **Date :** .... **Durée :** 50 min ; **Effectif :** G=... F=... T=... ; **Etablissement :**...
- **Nom de l'enseignant : GUELA KAMDEM PIERRE** ; **Grade :** PLEG
- **Titre du module :** Relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres réels (**MODULE** 9)
- **Titre du chapitre** : EQUATION, INEQUATIONS ET SYSTEMES.
- **Titre de la leçon** : Résolution des problèmes se ramenant à la résolution d'équations et d'inéquations du premier degré dans ℝ **(Leçon 2)**
- **Objectif pédagogique** : Résoudre des problèmes dont la résolution se ramène à celle d'équations et inéquations du premier degré dans ℝ.
- **Motivation :** de nombreux problèmes dans la vie se ramène aux équations ou inéquations de premier degré dans ℝ. Cette leçon donne des techniques pour effectuer une mise en équation ou en inéquation.

Etapes/durée	Activités de l'enseignant	de l'apprenant	Point enseignement/ apprentissage	Observations
Contrôle des Prérequis. 5min	**Prérequis :** Utilise ton brouillon pour résoudre les équations et inéquations suivantes: $\frac{5}{2}x+\frac{3}{4}x=6$; $-4y+2\geq 10$ $2x+5=1+2x$; $-3w+2<5w+4$	Traite individuellement, échange avec les voisins puis avec toute la classe.	Contrôler les prérequis	Le professeur circule, motive, désigne judicieusement l'élève qui va au tableau, provoque et facilite les échanges avec toute la classe.
Introduction. (5 min)	**Situation problème.** Une mère de quarante-cinq ans a une fille de 13 ans. Dans combien d'année l'âge de la fille sera la moitié de l'âge de sa mère ?	Ecoute. Conjecture, échange avec les voisins sur ses conjectures, en propose au professeur.	Captiver l'attention des apprenants. Provoquer le questionnement.	Cette introduction est faite oralement. Les propositions des apprenants sont consignées au tableau dans la partie brouillon sans commentaire.
Activités d'apprentissage (15 min)	**Activité :** Dans une classe de 4ème, le cinquième des élèves est née en 2005, le quart en 2004, le tiers en 2006, le sixième en 2007 et le reste soit 3 élèves en 2003. On désigne par x le nombre d'élève de cette classe. 1) Exprimer en fonction de x le nombre d'élève née en 2004, 2005, 2006 et 2007.	Note l'activité ; la traite ; Partage chaque fois avec les voisins ; Participe aux échanges provoqués par l'enseignant.	Découvrir la technique pour transformer certaines équations et inéquations en équations et inéquations de	Les échanges se font avec le voisin d'à-côté et les voisins de derrière ou de devant. Le professeur circule, motive,

	2) En déduire l'effectif total de cette classe. 3) En déduire le nombre d'élève née en 2004, 2005, 2006 et 2007.		premier degré	désigne judicieusement l'élève qui va au tableau, provoque et facilite les échanges avec toute la classe.
Résumé: (5 min)	**Résumé** : La résolution d'un problème du premier degré se fait en cinq étapes : 1) Choix de l'inconnue 2) Mise en équation ou inéquation du problème 3) Résolution de l'équation ou de l'inéquation 4) Vérification du résultat 5) Interprétation du résultat et conclusion	Note le résumé	Institutionnaliser la technique découverte.	
Exercices d'application (15 min)	**Exercice 1 :** situation problème **Exercice 2:** Un théâtre propose deux tarifs pour la prochaine saison : • Tarif A: 19€la place «plein tarif» ; • Tarif B : 75 € l'abonnement pour la saison qui permet de voir chaque spectacle pour 6 €. À partir de combien de places achetées Pierre a-t-il intérêt à choisir le tarif B plutôt que le tarif A ?	Copie puis traite individuellement, échange avec les voisins et participe activement aux échanges provoqués par l'enseignant. NB : l'enseignant choisit la situation problème et **l'exercice 3**. les élèves feront le reste à la maison.	Contrôler les acquis sur les propriétés découvertes et remédier aux insuffisances. Auto-évaluation du professeur.	
Conclusion (5 min)	**Devoir :** **Exercice 1** : Dans un service de pédiatrie qui compte 24 personnes, il y a 2 fois plus de femmes que d'hommes. Quel est le nombre d'hommes dans ce service ? **Exercice 2** : Un gâteau nécessite les ingrédients suivants : 3 fois plus de farine que de sucre, trois fois plus de sucre que de beurre, et deux fois plus de chocolat que de sucre. Calculer le poids de chaque ingrédient pour un gâteau de 750 g. **Exercice 3** : Quel nombre doit-on placer à l'intérieur du triangle pour obtenir 10 à l'arrivée ?  **Utiliser le livre de l'élève pour compléter la liste des devoirs à faire à la maison.**	Note le devoir	Remplissage du cahier de texte, résumé de la séance, devoirs, annonce de la prochaine leçon.	

FICHE PEDAGOGIQUE DE PREPARATION D'UNE LEÇON

- **Classe :** 2^{nd}A ; **Séquence :** 02 ; **Date :** .... **Durée :** 90 min ; **Effectif :** G=... F=... T=... ; **Etablissement :**...
- **Nom de l'enseignant : GUELA KAMDEM PIERRE** ; **Grade :** PLEG
- **Titre du module :** Relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres réels (**MODULE** 9)
- **Titre du chapitre** : EQUATION, INEQUATIONS ET SYSTEMES.
- **Titre de la leçon** : Systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ **(Leçon 3)**
- **Objectif pédagogique** : Résoudre un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ en utilisant la méthode par substitution ou par combinaison linéaire; Vérifier qu'un couple de réels est solution ou pas d'un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- **Motivation :** de nombreux problèmes dans la vie se modélisent par un système de deux équations à deux inconnues dans $\mathbb{R}$. Cette leçon donne des techniques pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues.

Etapes/durée	Activités de l'enseignant	Activités de l'apprenant	Point enseignement/apprentissage	Observations
Contrôle des Prérequis.10min	**Prérequis :** Utilise ton brouillon pour résoudre les équations suivantes: $3x + 5 = 6$; $-5y + 2 = 11$ $2(x - 3)+5=1 + 2(x-1)$; $-5w + 2 = 5(w - 2) + 3$	Traite individuellement, échange avec les voisins puis avec toute la classe.	Contrôler les prérequis	Le professeur circule, motive, désigne judicieusement l'élève qui va au tableau, provoque et facilite les échanges avec toute la classe.
Introduction (5 min).	**Situation problème :** Paul achète 3 cahiers et 7 crayons à 875 F. dans la même boutique, jean achète 4 cahiers et 3 crayons à ensemble 850 ; Quel est le prix d'un cahier ? quel est le prix d'un crayon ?	Ecoute. Conjecture, échange avec les voisins sur ses conjectures, en propose au professeur.	Captiver l'attention des apprenants. Provoquer le questionnement.	Cette introduction est faite oralement. Les propositions des apprenants sont consignées au tableau dans la partie brouillon sans commentaire.
Activités d'apprentissage (40 min)	**Activité1 :** On considère le système (S) $\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ -2x + y = -7 \end{cases}$ Dans chacune des équations, remplacer x par 2 et y par -3 respectivement. Que remarques-tu ? On dit que $(2; -3)$ est la solution de (S). **Activité2 :** On considère le système $\begin{cases} 3x - y = 11 \\ x - 5y = 57 \end{cases}$. **Justin** remarque : « Je sais résoudre une équation du premier degré à une inconnue donc si je peux écrire une inconnue en fonction de l'autre, je pourrai obtenir une équation du premier degré à une inconnue. ».	Note l'activité ; la traite ; Partage chaque fois avec les voisins ; Participe aux échanges provoqués par l'enseignant.	Découvrir la technique pour transformer certaines équations et inéquations en équations et inéquations de premier degré	Les échanges se font avec le voisin d'à-côté et les voisins de derrière ou de devant. Le professeur circule, motive, désigne judicieusement l'élève qui va au tableau, provoque et facilite les échanges avec toute la classe.

	a. Écris toutes les possibilités qu'a Justin pour exprimer une inconnue en fonction de l'autre. **b.** En utilisant une des expressions trouvées, comment doit s'y prendre Justin pour obtenir une équation du premier degré à une inconnue ? **c.** Choisis une des expressions que tu as trouvées à la question **a.** et détermine une des deux inconnues. **d.** Utilise maintenant la valeur déterminée à la question précédente pour trouver la valeur de la deuxième inconnue. **e.** Teste le couple de valeurs $(x\ ;y)$ trouvé et conclus. **Cette méthode de résolution s'appelle la méthode par substitution.** **Activité3 :** On considère le système suivant : $\begin{cases} 3x+2y=-4 \\ -3x-7y=25 \end{cases}$. **a.** Résous ce système en utilisant la méthode par substitution. **b.** Hakim remarque qu'en additionnant les deux premiers membres des équations, on réussit à « éliminer les termes en x » dans le calcul. • Qu'obtiens-tu en additionnant les premiers membres de ces équations ? • Déduis-en une équation d'inconnue y et résous-la. **c.** Hakim se dit maintenant que pour trouver x, il suffirait de pouvoir « éliminer y » ! • Comment devraient être les coefficients de y dans les deux équations pour « éliminer les termes en y » de la même façon qu'à la question précédente ? • Que peux-tu faire à chacune des équations pour y parvenir ? • Transforme les équations pour obtenir une équation du premier degré d'inconnue x en procédant de la même façon qu'à la question **b.**. • Résous cette équation. **d.** Teste le couple trouvé et conclus. **e.** Compare la méthode utilisée dans la question **a.** et celle que tu viens de mettre en œuvre dans les questions **b.** et **c.**. **Cette méthode de résolution s'appelle la méthode par combinaisons**			
Résumé: (10 min)	**Résumé** : ➢ Un système d'équations linéaires de deux équations à deux inconnues, est une expression de la forme (S) $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ où $a,b,c,a',b',c' \in \mathbb{R}$. ➢ Un couple $(x;y)$ est solution est solution de (S) s'il vérifie simultanément les deux équations. ➢ pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues, on peut utiliser la méthode par substitution ou par combinaison linéaire. ➢ (S) peut admettre un unique couple solution, une infinité de solution ou aucune solution (dans ce cas, on écrit, $S=\emptyset$).	Note le résumé	Institutionnaliser la technique découverte.	
Exercices d'application (25 min)	**Exercice1 :** résoudre les systèmes suivants : $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \end{cases}$, $\begin{cases} 2x-3y=4 \\ -4x+6y=7 \end{cases}$ et $\begin{cases} 0.5x-y=6 \\ x-2y=12 \end{cases}$. **Exercice2 :** situation problème On désigne par x le prix d'un cahier et par y celui d'un crayon. a) Exprimer en fonction de x et y le prix d'achat total de Paul. b) Exprimer en fonction de x et y le prix d'achat total de jean. c) En déduire par une méthode de ton choix la valeur de x et de y puis conclure.	Copie puis traite individuellement, échange avec les voisins et participe activement aux échanges provoqués par l'enseignant.	Contrôler les acquis sur les propriétés découvertes et remédier aux insuffisances. Auto-évaluation du professeur.	

	Exercice3 : Une salle de spectacle propose deux sortes de spectacles : pièces de théâtre ou concert. Toutes les places sont au même prix mais le tarif n'est pas le même s'il s'agit d'une pièce de théâtre ou s'il s'agit d'un concert. Alexandre réserve 2 places pour une pièce de théâtre et 4 places pour un concert, il paie 170 €. Bérénice réserve 3 places pour une pièce de théâtre et 2 places pour un concert, elle paie 135 €. Quels sont les tarifs respectifs pour une pièce de théâtre ou pour un concert ?			
Conclusion (10 min)	**Devoir :** **Utiliser le livre de l'élève**	Note le devoir	Remplissage du cahier de texte, résumé de la séance, devoirs, annonce de la prochaine leçon.	

FICHE PEDAGOGIQUE DE PREPARATION D'UNE LEÇON

- **Classe :** 2^{nd}A ; **Séquence :** 02 ; **Date :** ……………………………… **Durée :** 90 min ; **Effectif :** G=… F=… T=… ; **Etablissement :**………………………………………
- **Nom de l'enseignant : GUELA KAMDEM PIERRE** ; **Grade :** PLEG
- **Titre du module :** Relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres réels (**MODULE** 9)
- **Titre du chapitre** : EQUATION, INEQUATIONS ET SYSTEMES.
- **Titre de la leçon** : Résolution graphique des systèmes d'équations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et résolution des inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ **(Leçon 4)**
- **Objectif pédagogique** : Résoudre graphiquement un système d'équations linéaires et des inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- **Motivation :** de nombreux problèmes de la vie conduisent à la résolution d'un système d'inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Cette leçon décrit des méthodes de résolution.

Etapes/durée	Activités		Point enseignement/apprentissage	Observations
	de l'enseignant	de l'apprenant		

<table>
<tr>
<td>Contrôle des Prérequis.15min</td>
<td>Prérequis :
Utilise ton brouillon pour :
1) résoudre les inéquations suivantes :
$3x + 2 < 1, -2x + 5 \leq 2$
2) représenter graphiquement les droites dont voici les équations cartésiennes:
(D1) : $2x + 3y - 5 = 0$, (D2) : $y = 4x + 2$, (D3) : $x = 3$ et (D4) : $y = -2$</td>
<td>Traite individuellement, échange avec les voisins puis avec toute la classe.</td>
<td>Contrôler les prérequis</td>
<td>Le professeur circule, motive, désigne judicieusement l'élève qui va au tableau, provoque et facilite les échanges avec toute la classe.</td>
</tr>
<tr>
<td>Introduction (5 min).
(situation problème)</td>
<td>Situation problème :
La direction d'une usine de meubles a constaté qu'il y a des temps morts dans chacun des départements de l'usine. Pour remédier à cette situation, elle décide d'utiliser ces temps morts pour fabriquer deux nouveaux modèles de bureaux, M_1 et M_2. Les temps de réalisation pour chacun de ces modèles dans les ateliers de sciage, d'assemblage et de sablage ainsi que les temps libres dans chacun de ces ateliers sont donnés dans le tableau ci-dessous. Ces temps représentent le nombre d'heures nécessaires à un homme pour effectuer le travail. Les profits que la compagnie peut réaliser pour chacun de ces modèles sont de 300 FCFA pour M1 et de 200 FCFA pour M2.
<table>
<tr><td></td><td>M_1</td><td>M_2</td><td>Temps libre</td></tr>
<tr><td>Sciage</td><td>1</td><td>2</td><td>20</td></tr>
<tr><td>Assemblage</td><td>2</td><td>1</td><td>22</td></tr>
<tr><td>Sablage</td><td>1</td><td>1</td><td>12</td></tr>
</table>
La direction désire déterminer combien de bureaux de chaque modèle elle doit fabriquer pour maximiser son profit.</td>
<td>Ecoute.
Conjecture, échange avec les voisins sur ses conjectures, en propose au professeur.</td>
<td>Captiver l'attention des apprenants.
Provoquer le questionnement.</td>
<td>Cette introduction est faite oralement.
Les propositions des apprenants sont consignées au tableau dans la partie brouillon sans commentaire.</td>
</tr>
<tr>
<td>Activités d'apprentissage (40 min)</td>
<td>Activité :
on se propose de résoudre graphiquement :
(S2) $\begin{cases} x + y - 2 < 0 \\ 2x - y + 2 \leq 0 \\ y + 2 \geq 0 \end{cases}$ (S3) $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$
(I) $x + y - 2 < 0$.
a) a-1) résoudre par combinaison linéaire (S3).
a-2) Représenter dans un repère orthonormé les droites (D1), (D2) et (D3) d'équations respectives :
$x + y - 2 = 0$, $2x - y + 2 = 0$ et $y + 2 = 0$. Chaque droite divise le plan en deux parties.
a-3) déterminer les coordonnées du point A, intersection des droites (D1) et (D2) puis comparer ces coordonnées à la solution de (S3) déterminée en a-1).
b) Choisir par ses coordonnées un point dans le demi-plan contenant le point (0,0), reporte les</td>
<td>Note l'activité ;
la traite ;
Partage chaque fois avec les voisins ;
Participe aux échanges provoqués par l'enseignant.</td>
<td>Découvrir la technique pour transformer certaines équations et inéquations en équations et inéquations de premier degré</td>
<td>Les échanges se font avec le voisin d'à-côté et les voisins de derrière ou de devant.
Le professeur circule, motive, désigne judicieusement l'élève qui va au tableau, provoque et facilite les échanges avec toute la classe.</td>
</tr>
</table>

	coordonnées dans l'inéquation : $x + y - 2 < 0$. L'inégalité obtenue est-elle juste ?si oui, hachurer le demi-plan contenant (0,0) et délimité par la droite (D1), sinon hachurer le demi-plan opposé. La partie hachurée est la solution de l'inéquation $x + y - 2 < 0$. c) Effectuer les mêmes opérations pour les inéquations $2x + 5y - 10 \leq 0$ et $y + 2 \geq 0$. Le domine du plan hachuré trois fois représente l'ensemble solution de (S2). d) Quel couple $(x; y)$ de point de la zone solution de (S2) rend maximal l'expression p=$x + 2y$. $x\ et\ y$ étant des nombres entiers naturels.			
Résumé: (10 min)	**Résumé** : ➢ Pour résoudre graphiquement un système d'équation de la forme : $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$, on trace dans un repère orthonormée les droites d'équations : $ax + by = c$ et $a'x + b'y = c'$ 1. Si les deux droites sont sécantes, alors les coordonnées du point d'intersection représentent l'ensemble solution. 2. Si les deux droites sont parallèles, alors le système n'admet pas de solution. 3. Si les deux droites sont confondues, alors le système admet une infinité de solution qui est l'ensemble de tous les points se trouvant sur l'une des droites. ➢ Pour résoudre graphiquement une inéquation de 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $(ax + by + c > 0)$, on représente d'abord dans un repère orthonormé la droite d'équation $ax + by + c = 0$, cette droite divise le plan en deux demi-plans. On hachure ensuite le demi-plan contenant un point dont les coordonnées rendent vraies l'inéquation. Cette partie hachurée est la	Note le résumé	Institutionnaliser la technique découverte.	

	solution de l'inéquation ➢ Pour résoudre graphiquement un système d'inéquation de premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, on résout chaque inéquation. 1. S'il existe une partie du plan hachurée autant de fois que le nombre d'inéquations constituant le système, cette partie est la solution du système 2. Sinon le système d'inéquation n'admet pas de solution.			
Exercices d'application (25 min)	**<u>Exercice1 :</u>** résoudre graphiquement les systèmes suivants : $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \end{cases}$, $\begin{cases} 2x-3y=4 \\ -4x+6y=7 \end{cases}$, $\begin{cases} 0.5x-y=6 \\ x-2y=12 \end{cases}$ et $\begin{cases} y \geq 0.5 \\ x+2y<5 \\ 2x-3y \geq -4 \end{cases}$ **<u>Exercice2 :</u>** situation problème Posons x le nombre de bureaux du modèle M_1 et y le nombre de bureaux du modèle M_2. Les temps libres de chaque département imposent des contraintes qu'il faut respecter. a) Déterminer la contrainte imposée par les temps libres à l'atelier de sciage. b) Déterminer la contrainte imposée par les temps libres à l'atelier d'assemblage. c) Déterminer la contrainte imposée par les temps libres à l'atelier de sablage. d) En déduire que l compagnie fera un profit positif si et seulement si x et y sont soloution du système : $\begin{cases} x+2y\leq 20 \\ 2x+y\leq 22 \\ x+y\leq 12 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$ e) Soit P le profit de l'entreprise, exprimer P en fonction de x et y puis en deduire x et y pour que le profit soit maximal.	Copie puis traite individuellement, échange avec les voisins et participe activement aux échanges provoqués par l'enseignant.	Contrôler les acquis sur les propriétés découvertes et remédier aux insuffisances. Auto-évaluation du professeur.	

Conclusion (5 min)	**Devoir :** **Utiliser le livre de l'élève**	Note le devoir	Remplissage du cahier de texte, résumé de la séance, devoirs, annonce de la prochaine leçon.	

MODULE 9 : RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS

Chapitre 4 : fonction : généralité

Nombre de leçons : 05

- Leçon 1 : notion de fonction
- Leçon 2 : ensemble de définition
- Leçon 3 : représentation graphique
- Leçon 4 : étude de variation
- Leçon 5 : exploitation d'une représentation graphique

Leçon 1 : notion de fonction

OBJECTIFS : être en mesure de :

- ✓ Reconnaître une relation fonctionnelle
- ✓ Définir une fonction
- ✓ Calculer l'image d'une valeur par une fonction

MOTIVATION : pour nos raisonnements nous utilisons plusieurs types de données n'ayant pas toujours de relation entre elles. Ce cours nous permettra de distinguer des données ayant une relation fonctionnelle.

PREREQUIS :

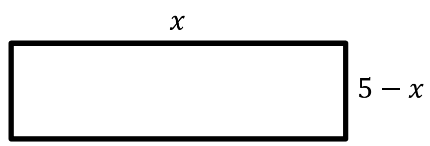
- ✓ Résoudre les équations suivantes :$x^2 = 2$; $2x + 1 = 3$
- ✓ Donner la valeur numérique de $p(x) = x^2 - 2$ pour $x = 1$, pour $x = -2$

SITUATION-PROBLEME :

Jean et marc se disputent sur une affaire de poids. Comme ils ont la même taille et que marc pèse 67kg, jean pense peser aussi 67kg, ce que contredit marc. Lequel des deux a raison ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Avec une ficelle de longueur 10cm, on fabrique un rectangle. On désigne par x la longueur d'un côté de ce rectangle et par 5-x la longueur de l'autre côté, comme l'indique la figure ci-dessous :

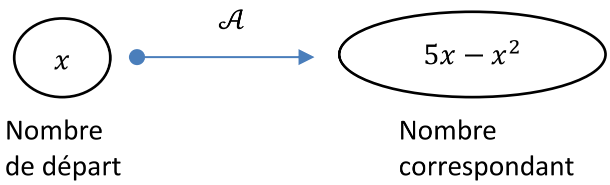


1) Exprimer en fonction de x l'aire $\mathcal{A}(x)$ de ce rectangle.
   ***NB** : $\mathcal{A}(x)$ se lit "$\mathcal{A}$ de x"*
2) a) remplir le tableau de valeur suivant :

x	1	2,5	3,5	4	5
$\mathcal{A}(x)$					

b) Que constate-t-on ?

***NB** : $\mathcal{A}$ est donc appelée fonction :*



x *est appelé variable*

3) a) Que vaut $\mathcal{A}$ pour $x = 1$, pour $x = 5$

NB : *on dit que* 4 *est l'image de* 1 *par* $\mathcal{A}$ *et que* 0 *est l'image de* 5 *par* $\mathcal{A}$.

b) Que vaut x si $\mathcal{A}(x) = 0$, si $\mathcal{A}(x) = 4$.

NB : 5 *est l'antécédent de* 0 *par* $\mathcal{A}$ *et,* 1 *et* 4 *sont les antécédent de* 4 *par* $\mathcal{A}$.

RESUME :

- Soit A et B deux ensembles non vides.

On appelle fonction de A vers B, toute correspondance f qui à tout élément de A fait correspondre au plus un élément de B.

<u>Notation</u> : $f : A \to B$ "A vers B"

$x \longmapsto f(x)$ "qui à x associe $f(x)$"

- ✓ A est appelé ensemble de départ
- ✓ B est appelé ensemble d'arrivé
- ✓ $f(x)$ est l'image de x par f
- ✓ x est un antécédent de $f(x)$ par f

- Une fonction numérique est une fonction dont l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivé sont des parties de $\mathbb{R}$

Exemple :

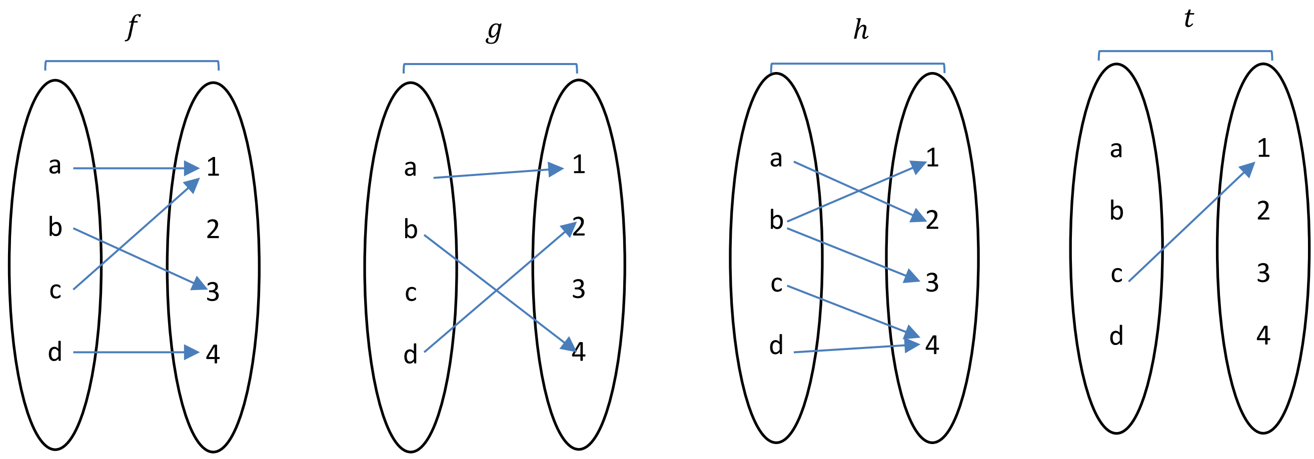
- ✓ La fonction $\mathcal{A}$ de notre activité. $\mathcal{A} : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$
  $x \mapsto 5x - x^2$
- ✓ La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (2 - x)^3$
- ✓ $g(3) = -1$, $g(0) = 8$. On dit que l'image de 3 par g est -1 et un antécédent de -1 par g est 3

Remarque : - un nombre possède au plus une image.

- un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

EXERCICE D'APPLICATION.

1) Reconnaitre les fonctions parmi les correspondances suivantes :



2) Soit la fonction suivante : $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
   $x \mapsto 2x^2 - 3$
   a) Déterminer l'image par f des nombres suivants : 0 ; -1 ; 4.
   b) Déterminer les antécédents des nombres suivants : 0 ; -3 ; -1

DEVOIR :

Leçon 2 : ensemble de définition

OBJECTIFS : déterminer le domaine de définition des fonctions polynômes, racines carrées, rationnelles.

MOTIVATION :

PREREQUIS :

Donner la condition d'existence des expressions suivantes : $\frac{x}{x+1}$; $\sqrt{x+1}$

SITUATION-PROBLEME :

Sachant que le budget est la prévision de dépenses et de recettes, M. ONANA décide d'attendre le mois de mars pour élaborer son budget du mois de février. Son fils lui dit qu'il n'est plus dans les temps pour ce budget. De quel temps parle-t-il ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1) Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto \sqrt{x} + 1$
   a) Peut-on calculer l'image de -1 par f ?
   b) Quel est l'ensemble des valeurs de $\mathbb{R}$ qui possèdent une image par f ?

NB : *cette ensemble est appelé domaine de définition de f.*

2) Donner la condition d'existence de la fonction $g(x) = \frac{x}{2x-4}$ **.** Quel est le domaine de définition de g ?
3) Soit la fonction $h(x) = 1 + 2x - 4x^2 - x^3$. Peut-on trouver une valeur de $\mathbb{R}$ qui n'admet pas d'image par h ? Quel est alors le domaine de définition de h ?
4) Trouver le domaine de définition des fonctions suivantes :
$t(x) = f(x) + g(x)$; $u(x) = 3g(x)$; $v(x) = f(x) \times g(x)$

RESUME:

- Pour une fonction f donnée, l'ensemble de tous les nombres réels qui ont une image calculable par cette fonction par cette fonction est appelé domaine ou ensemble de définition de la fonction f, que l'on notera D_f

Remarque : - pour obtenir le domaine de définition d'une fonction, il suffit de trouver la condition d'existence de cette fonction.
- le domaine de définition d'une fonction polynôme est $\mathbb{R}$.

Exemple : - le domaine de définition de $g(x) = \sqrt{x-4}$ est $D_g = [4; \to[$

✓ Le domaine de définition de $h(x) = \frac{7x}{2x-3}$ est $D_h = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\} = \left]\leftarrow; \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}; \to\right[$

✓ Le domaine de définition de $t(x) = (3+x)^2$ est $D_t = \mathbb{R}$

- Soit f et g deux fonctions ayant pour domaine de définition respectif D_f et D_g.

✓ La somme des fonctions f et g est la fonction $f + g : x \longmapsto (f+g)(x) = f(x) + g(x)$ et $D_{(f+g)} = D_f \cap D_g$

✓ Le produit des fonctions f et g est la fonction $fg : x \longmapsto (fg)(x) = f(x) \times g(x)$ et $D_{(fg)} = D_f \cap D_g$

✓ Soit a un réel, le produit de la fonction f par a est la fonction $af :\ \mapsto (af)(x) = af(x)$ et $D_{af} = D_f$

EXERCICE D'APPLICATION.

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{x} \;;\; g(x) = \frac{x-1}{x^2+2} \;;\; h(x) = \frac{7}{2x^2-4} \;;\; t(x) = \sqrt{x^2+4}$$

$$k(x) = \frac{x+7}{\sqrt{2x-1}} \;;\; l(x) = x^3 - 5 + \sqrt{2-x} \;;\; p(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$$

DEVOIR :

Leçon 3 : représentation graphique

OBJECTIFS : Représenter graphiquement point par point une fonction dans un intervalle borné donné.

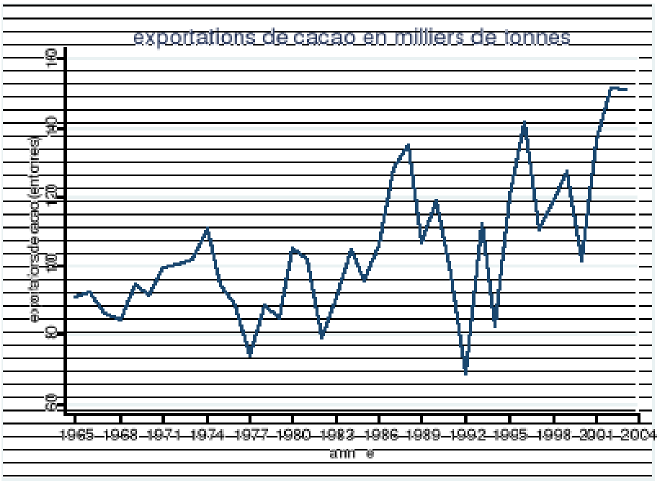
MOTIVATION : l'on utilise des graphiques pour présenter plus facilement un ensemble de données à un public. Ce cours nous permettra de construire des courbes de fonctions données.

PREREQUIS :

- ✓ Calcul l'image de 3 et de 4 par $f(x) = 1 - 6x + 2x^2$.
- ✓ Placer les points suivants dans un repère orthonormé $(O;I;J)$: $A\binom{1}{-1}$; $B\binom{2}{3}$; $C\binom{-3}{0}$

SITUATION-PROBLEME :

Un article publié présentait le graphique suivant pour expliquer le taux d'exportation du cacao au Cameroun.



Comment fait-on pour arriver à cette courbe ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Soit la fonction f définie sur $[-2;2]$ par $f(x) = 2x^2 - 6$.

1) Remplir de tableau de valeur suivant :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$					

2) En considérant que le couple $(x; f(x))$ est un couple de coordonnées d'un point, placer les différents points qui ressortent de ce tableau dans un repère orthonormé.
3) Relier ces points, par une courbe, du point le plus à gauche à celui le plus à droite dans cet ordre.

RESUME :

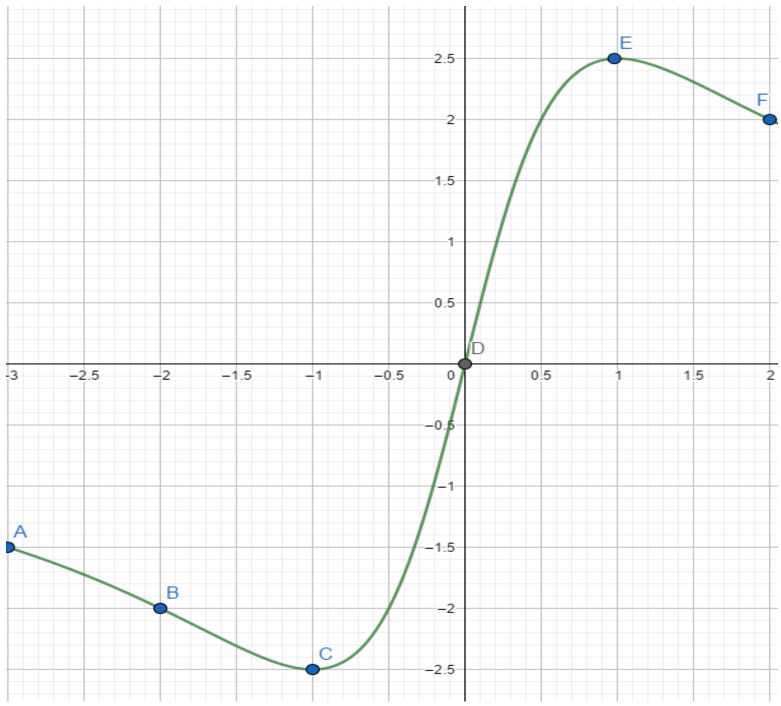
Le plan est muni d'un repère (O,I,J). Dans un tel repère, l'ensemble des points M de coordonnées $(x,\ f(x))$ forme la courbe représentative de la fonction f, souvent notée C_f.

Exemple : Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{5x}{x^2+1}$. On représente graphique cette fonction dans l'intervalle $[-3;2]$.

Tableau de valeur :

x	-3	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	-1,5	-2	-2,5	0	2,5	2

Représentation graphique :



EXERCICE D'APPLICATION.

Représenter graphiquement les fonctions suivantes dans l'intervalle $[-3\,;3]$:

$f(x) = x^2$; $g(x) = \frac{1}{x}$; $h(x) = \sqrt{x}$

DEVOIR :

Leçon 4 : étude de variation

OBJECTIFS : Étude des variations des Fonctions $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$ à l'aide du taux d'accroissement ou par comparaison.

MOTIVATION : Nous avons l'habitude d'entendre dans les médias des termes comme « la croissance du Cameroun est en hausse », « le taux de chômage décroit d'année en année »… Nous devons être en mesure d'interpréter ce genre de termes.

PREREQUIS : soit $h(x) = 2x^2 - 5$. Calculer $h(-1)$.

SITUATION-PROBLEME :

Selon le FNE le taux de chômage en 2015 était de 4,4%, il est passé à 3,9% en 2016 et à 4,7% en 2017. Peut-on dire qu'il est croissant ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1) Soient a et b deux réels et f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = x^2$. On cherche à comparer $f(a)$ et $f(b)$.
   a) Factoriser $f(a) - f(b)$.
   b) En supposant que $a < b \leq 0$ comparer $f(a)$ et $f(b)$. Puis donner le signe de $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$.
   c) En supposant que $0 \leq a < b$ comparer $f(a)$ et $f(b)$. Puis donner le signe de $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$.
   d) Que peut-on conclure de ces comparaisons ?
2) Soient a et b deux réels et g la fonction définie pour tout réel positif x par $g(x) = \sqrt{x}$.
   a) En supposant que $0 \leq a < b$ comparer $g(a)$ et $g(b)$. Puis donner le signe de $\frac{g(a)-g(b)}{a-b}$
   b) Que peut-on conclure de cette comparaison ?

3) Soient a et b deux réels et h la fonction définie pour tout réel non nul x par $h(x) = \frac{1}{x}$.
   a) Calculer $h(a) - h(b)$.
   b) En supposant que $a < b < 0$ comparer $h(a)$ et $h(b)$. Puis donner le signe de $\frac{h(a)-h(b)}{a-b}$
   c) En supposant que $0 < a < b$ comparer $h(a)$ et $h(b)$. Puis donner le signe de $\frac{h(a)-h(b)}{a-b}$
   d) Que peut-on conclure de ces comparaisons ?

RESUME :

- Dire que la fonction f est croissante sur un intervalle I signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I, - si $x_1 \leq x_2$ alors $f(x_1) \leq f(x_2)$ ou

  - $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} \geq 0$, $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ est appelé taux d'accroissement

- Dire que la fonction f est décroissante sur un intervalle I signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I, - si $x_1 \leq x_2$ alors $f(x_1) \geq f(x_2)$ ou

  - $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} \leq 0$

- Dire que la fonction f est constante sur un intervalle I signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I, - si $x_1 \leq x_2$ alors $f(x_1) = f(x_2)$ ou

  - $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} = 0$

- La fonction $x \mapsto x^2$ est croissante sur $[0; \rightarrow[$ et décroissante sur $]\leftarrow; 0]$
- La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est croissante sur$[0; \rightarrow[$
- La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est croissante sur $]0; \rightarrow[$ et décroissante sur $]\leftarrow; 0[$

EXERCICE D'APPLICATION.
Donner le domaine de définition des fonctions suivantes puis, Etudier sur ce domaine leurs variations : $f(x) = 2 + x^2$; $g(x) = -4\sqrt{x}$; $h(x) = \frac{-3}{2x}$

DEVOIR :

Leçon 5 : exploitation d'une représentation graphique

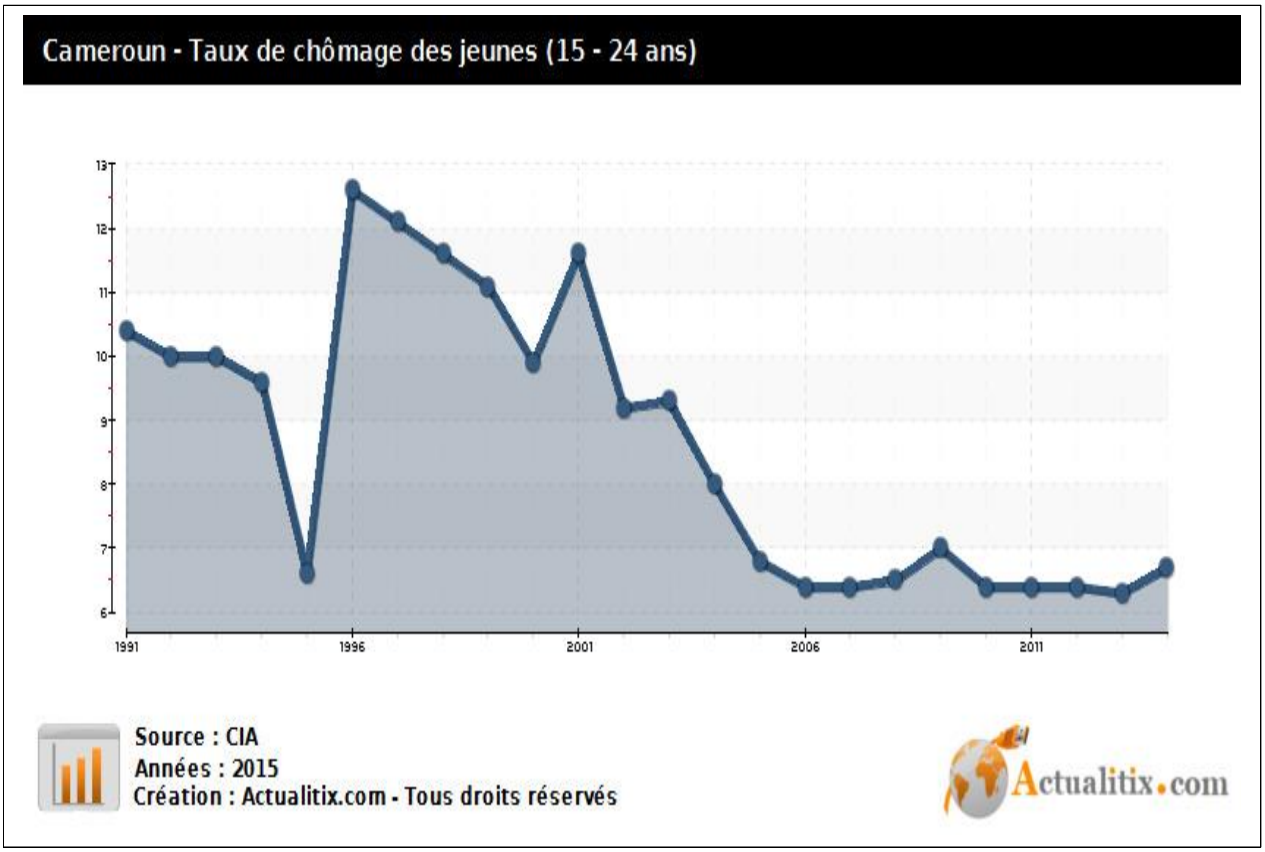
OBJECTIFS : Exploiter une représentation graphique d'une fonction donnée pour déterminer : Son ensemble de définition ; L'image d'un réel ; Le(s) antécédent(s) d'un réels ; Les variations ; Les extremums.

MOTIVATION : Nous rencontrons les courbes dans plusieurs domaines tels que la santé, l'éducation, les médiats … Nous devons donc être capable de les interpréter.

PREREQUIS :
- C'est quoi le domaine de définition d'une fonction ?
- Quand est-ce qu'une fonction est dite croissante ? décroissante ?

SITUATION-PROBLEME :

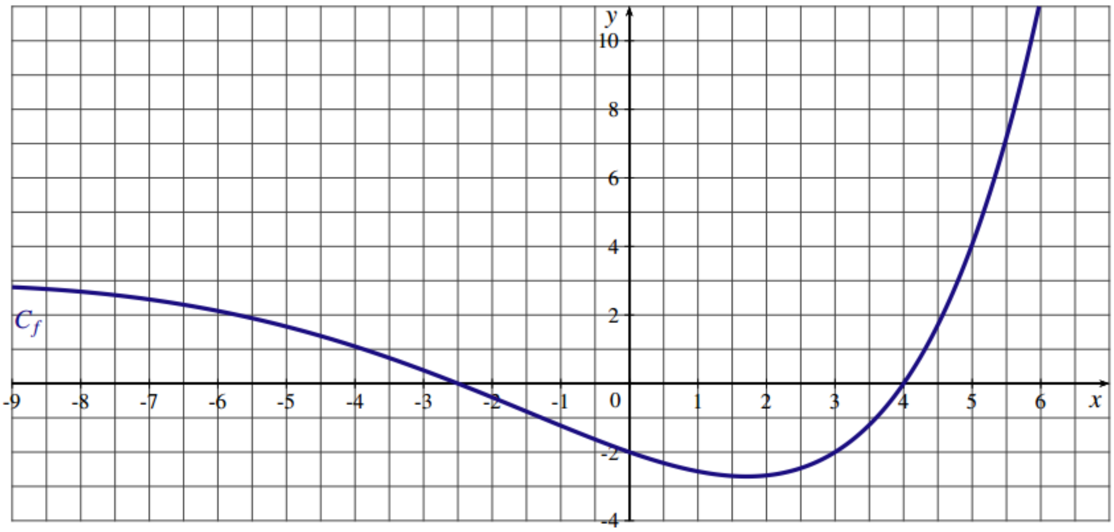
La courbe suivante représente l'évolution du taux de chômage des jeunes de (15 – 24 ans) au Cameroun de 1991 à 2014.



Quel était le taux de chômage en ton année de naissance ?
Quel a été le taux de chômage le plus élevé durant cette période ? en quelle année a-t-il été atteint ?
Comment ce taux a-t-il varié durant cette période ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Considérons la représentation graphique suivante de la fonction f:



Par lecture graphique :

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. Quelle est l'image de 5 par la fonction f ? Quelle est l'image de 4 par f ?

3. Quels sont les antécédents de -2 ? Quel est l'antécédent de 4 ?
4. a) Sur quel intervalle la fonction f est décroissante ? Sur quel intervalle cette fonction est croissante ?

b) Dresser le tableau de variation de f.

5. a) Quelle est la plus grande valeur atteint par $f(x)$ pour $x \in [-9; 6]$ (maximum de f) et en quelle valeur de x l'atteint-elle ??

b) Quelle est la plus petite valeur atteinte par $f(x)$ pour $x \in [-9; 6]$ (minimum de f) et en quelle valeur de x l'atteint-elle ?

RESUME :

- Graphiquement parlant, le domaine de définition est l'intervalle de l'axe des abscisses dans lequel toute la courbe est circonscrite.
- L'image $f(x)$ d'une valeur x se trouve en projetant l'abscisse x sur la courbe parallèlement à l'axe des ordonnées, puis en projetant le point de courbe obtenu sur l'axe de ordonnées parallèlement à l'axe des abscisses.
- Les antécédents sont retrouvés sur l'axe des abscisses de manière inverse à la procédure précédente.
- Lorsque la courbe d'une fonction va de la gauche vers la droite en descendant sur un intervalle I, on dit que cette fonction est décroissante sur I. Et dans le cas contraire, elle est croissante sur I.
- Soit f une fonction définie sur un intervalle I :

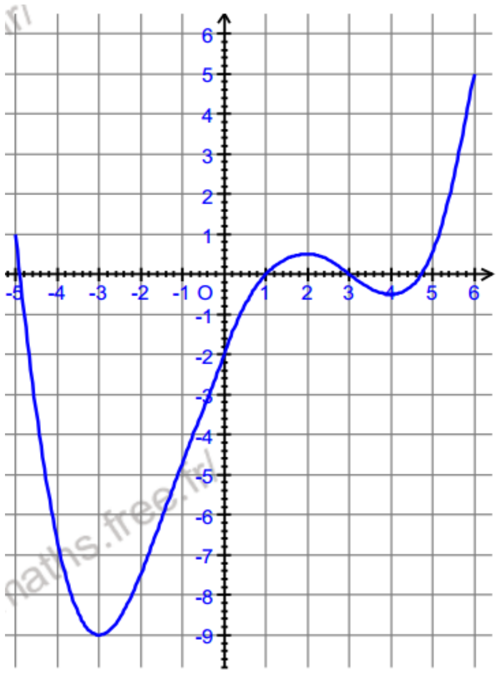
✓ $M \in \mathbb{R}$ est un maximum de f sur I lorsque : - pour tout $x \in I$, $f(x) \leq M$
- il existe $x \in I$ tel que $f(x) = M$

✓ $m \in \mathbb{R}$ est un minimum de f sur I lorsque : - pour tout $x \in I$, $f(x) \geq m$
- il existe $x \in I$ tel que $f(x) = m$

Exemple : voir activité

EXERCICE D'APPLICATION.

Soit G la fonction représentée par la courbe ci-jointe.



1) déterminer le domaine de définition de g.

2) donner l'image par g de : 3 ; 1 ; -3 ; 6

3) donner les antécédents par g de : 0 ; 5 ; -9 ; -2

4) résoudre graphiquement les équations suivantes :
$g(x) = 0$; $g(x) = -6$

5) a) quel est le minimum de g sur $[-5; 6]$? en quelle valeur est-il atteint ?
b) quel est le maximum de g sur $[-5; 6]$? en quelle valeur est-il atteint ?

6) compléter : g est décroissante sur ....
g est croissante sur ....

7) dresser le tableau de variation de g.

DEVOIR :

***MODULE 9*: RELATION ET OPÉRATIONS FONDDEMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS**
***CHAPITRE 5*: FONCTIONS USUELLES.**
LECON 1* : *FONCTIONS AFFINES
OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES : Reconnaitre une fonction affine et donner sa representation graphique
PRÉRÉQUIS : Savoir construire une droite connaissant son équation cartésienne ou son équation réduite

1-1) Situation problème

M Pola pendant son séjour à Yaoundé effectue 03 (trois) courses en taxi. La première de 10 km lui a couté 1600f, la deuxième de 14 km lui a couté 2200f et la troisième 20 km.
De retour, il dit à son fils élève en classe de 2^{nde}A4 ceci : « Le prix du taxi pendant mon séjour s'obtenais en additionnant deux nombres.
-le prix de prise en charge qui ne dépend pas du nombre de km parcourut.
-le prix du trajet, proportionnel au nombre de km parcourut.
A combien ai-je payé la course de 20km ?. »
Que répondra le fils ?

1-2)Activité 1

Soit (D) la droite d'équation $y = 2x - 1$

a) Determiner le coéfiscient directeur de (D)
b) Vérifier que les points $A\ (0; -1)\ et\ B(2; 3)$ appartiennent à (D).
c) Construire la droite (D) dans un repère.

solution

1-3) Activité 2

En considérant l'énoncé de la situation problème ci-dessus, désignons par "x" le nombre de km parcourut pendant une course, "a" le prix d'un kilomètre, "b" le prix de prise en charge .

1) Exprimer en fonction de $x, a\ et\ b$ le prix $f(x)$ d'une course.
2) Calculer $f(10)$, $f(14)$ et en déduire les valeurs de $a\ et\ b$,puis l'expréssion de $f(x)$ en fonction de x.
3) Calculer $f(20)$ et conclure.

Solution

1) $f(x) = ax + b$
2) $f(10) = 10a + b$ et $f(14) = 14a + b$
   On a: $f(10) = 1600$ implique que $10a + b = 1600$.
   $f(14) = 2200$ implique que $14a + b = 2200$
   On obtient donc le système $\begin{cases} 10a + b = 1600 \\ 14a + b = 2200 \end{cases}$
   La resolution de ce systéme nous donne $a = 150$ et $b = 100$.
   Donc $f(x) = 150x + 100$.
   $$f(20) = 150(20) + 100$$
   $$= 3100$$
3) Donc le fils répondra la course de 20km a couté 3100f.à

1-4) Résumé.

a) définition

Soient *a* et *b* deux réels donnés. Lorsqu'à chaque réel *x*, on associe le réel *ax* + *b*, on définit une **fonction affine** *f* et on note *f*(*x*) = *ax* + *b*.
exemple : les fonctions $f(x) = 5x + 3$, $g(x) = -2x + 7$ sont des fonctions affines.
Remarques
Lorsque $b = 0$, la fonction est dite linéaire, comme par exemple, $f(x) = 4x$
Lorsque $a = 0$, la fonction est dite constante, comme par exemple, $f(x) = 3$, pour tout réel x.

1-5) <u>Représentation graphique d'une fonction affine.</u>

Soit a et b deux nombres réels. $f(x) = ax + b$ une fonction affine. La représentation graphique de la fonction f est celle de la droite d'équation $y = ax + b$; où a est le coéfiscient directeur de cette droite, et b l'ordonné à l'origine.

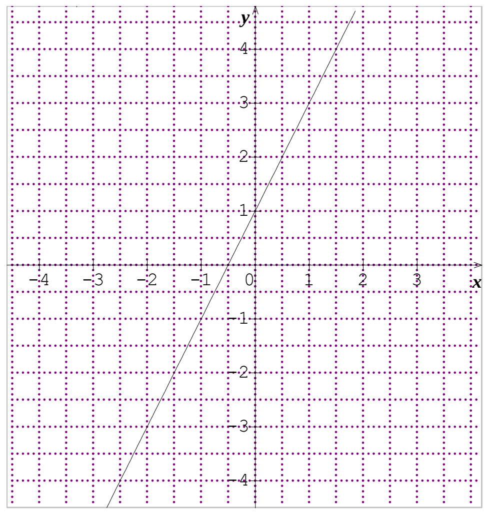
-Si $a < 0$, la fonction f est croissante.

-Si $a > 0$, la fonction f est décroissante

1-5-1) <u>Exemple.</u>

Représentation graphique de la fonction affine $f(x) = 2x + 1$.

x	0	2
$f(x)$	2	5



1-5-2) <u>Exercice d'application</u>

Soit f f la fonction affine définie par $f(x) = 2x - 1$.

a) Représenter graphiquement f

b) Déterminer graphiquement $f(5)$ puis vérifier le résultat par calcul.

1-6)<u>Exercice d'intégration</u>

<u>Exercice 6 page 121 CIAM</u>

***MODULE 9*: RELATION ET OPÉRATIONS FONDDEMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS**
***CHAPITRE 5*: FONCTIONS USUELLES.**
LECON 2* : *FONCTIONS AFFINES PAR INTERVALLE
OBJECTIFS PÉDAGOGIQUE: représenter graphiquement une fonction affine par intervalle donnée.
***PRÉREQUIS* :** Savoir représenter une fonction affine donnée

2-1) Situation probléme : facture d'eau

le papa de Momo élève en 2nde A4, après avoir reçu la facture d'eau de sa maison et celle de la mini-cité de 10 chambres dont il est le propriétaire, fit venir Momo et lui dit : « en se servant de l'indice de la prochaine facturation des différentes factures, je constate que 7m^3 d'eau ont été consommés à la maison et 14m^3 dans la mini-cité. Quel sera le montant de chaque facture le mois prochain Momo?

Aidez Momo a répondre sachant que :

Cas 1

Lorsque la consommation mensuelle est strcitement inférieure à 10m^3, le prix du m^3 est de 293f, la location compteur est de 780f et la TVA de 150f.

Cas 2

Lorsque la consommation est supérieure ou égale à 10m^3, le prix du m^3 est 364f, la location compteur de 780f, la TVA de 150f et un autre montant (70f multiplié par le nombre de m^3 consomé au dessus de 10m^3) y est ajouté.

2-2) activité 1

Soit x le nombre de m^3 consommé.

1) Donner les expressions $f(x)$ et $g(x)$ des fonctions affines f et g représentant chacun des cas ci-dessus. (*unité graphique : axe des abscisses 1cm pour 2m^3 , axe des ordonnées 1cm pou 500f*)
2) Que répondra Momo?
3) Représenter dans le même repère les fonctions affines f et g.
4) Determiner graphiquement le montant que payera celui qui consomme 4m^3, 18m^3.

solution

1) $f(x) = 293x + 780 + 150$

$= 293x + 930$

Donc $f(x) = 293x + 930$

$g(x) = 364x + 780 + 150 + 70(x - 10)$

$= 434x + 230$

Donc $g(x) = 434x + 230$

2) $f(7) = 293(7) + 930$

$=$

$g(14) = 434(14) + 230$

=6306

Donc la facture de la maison s'élèvera à et celle de la mini-cité à 6306f

3)

x	*2*	*5*

$f(x)$		

x	*11*	*14*
$g(x)$		*6306*

1-3) <u>Résumé.</u>

<u>Définition</u> On appelle fonction affine par intervalle toute fonction numérique f d'une variable numérique réelle donc l'ensemble de définition est une réunion d'intervalle sur chacun des quels f coïncide avec une fonction affine.

<u>Exemple</u>

Le plan est muni du repère orthonormé (O,I,J). repr.senter la fonction f défini par :

-pour $x \in [-2\,;1[,\ f(x) = -2x + 1,$

-pour $x \in [1;3[,\ f(x) = 2x - 3,$

-pour $x \in [3;7[,\ f(x) = 3.$

1-4) <u>Exercice d'applicartion</u>

Soit la fonction f défini par $f(x) = |x|$

a) Montrer que f est une fonction affine par intervalle.

b) Représenter graphiquement f sur $[-4\,;4]$

<u>Solution</u>

a) Montrons que f est une fonction affine par intervalle.

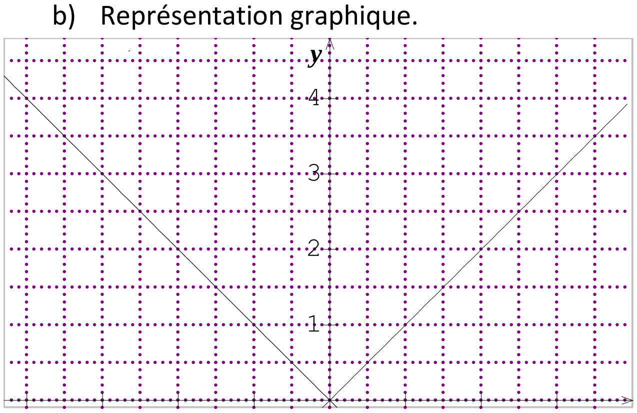
On a $|x| = \begin{cases} x\ si\ x \geq 0 \\ -x\ si\ \leq 0 \end{cases}$

Donc pour $x \in [0\,;\rightarrow[,\ f(x) = x$

Pour $x \in]\leftarrow\ ;0],\ f(x) = -x.$

Donc f est une fonction affine par intervalle.

b) Représentation graphique.



1-5)<u>Exercice d'intégration</u>

Le plan est muni du repère orthonormal (O,I,J), f la fonction défini par $f(x) = -|x| + 2.$

1) Démontrer que f est une fonction affine par intervalle.

2) Représenter f sur $[-5\,;3].$

***MODULE 9*: RELATION ET OPÉRATIONS FONDDEMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS**

***CHAPITRE 5*: FONCTIONS USUELLES.**

LECON 3* : *FONCTIONS ÉLÉMENTAIRES

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES **:** Étudier et construire les fonctions $\boldsymbol{x \mapsto ax^2}$; $\boldsymbol{x \mapsto \frac{a}{x}}$ **.**

PRÉREQUIS **:** Savoir placer les points dans un repère

3-1) ***fonctions $x \mapsto ax^2$***

Soit la fonction défini sur $[-3\,;3]$ par $f(x) = x^2$.

a) Etudier les variations de f sur $[-3\,;0]$, puis sur $[0\,;3]$

b) Compléter le tableau ci-dessous.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

c) Représenter graphiquement f.

Solution

a) Variations de f.

Soient $u, v \in [-3\,;0]$ telle que $u < v$

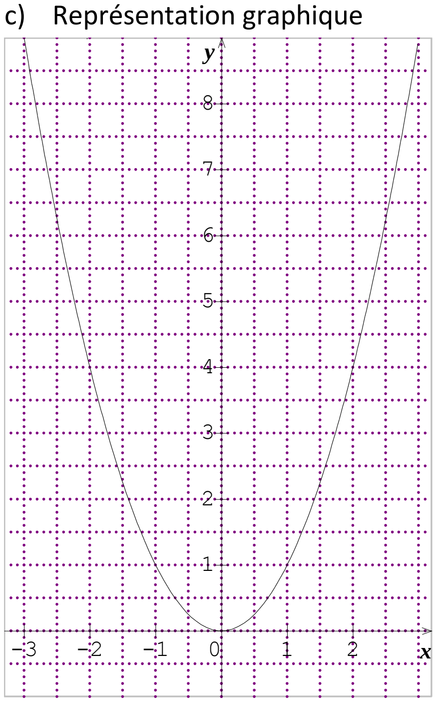
-Sur $[-3\,;0]$, $u < v$ implique que $u^2 > v^2$ c,est à dire $f(u) > f(v)$ donc f est décroissante sur $[-3\,;0]$.

- Sur $[0\,;3]$, $u < v$ implique que $u^2 < v^2$ c,est à dire $f(u) < f(v)$ donc f est croissante $[0\,;3]$.

b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9

c) Représentation graphique



3-2) Etude de la *fonctions $x \mapsto ax^2$*

La représentation graphique de la fonctions $x \mapsto ax^2$ est une parabole de sommet O donc les variations dépendent du signe de a.

Variations de la fonction f : $x \mapsto ax^2$

-Sur $]\leftarrow\ ; \mathbf{0}]$

Soient $u, v \in\ ]\leftarrow\ ; 0]$ telque $u < v < 0$

Si $a < 0$ $u < v \Longrightarrow u^2 > v^2$ $\Longrightarrow au^2 < av^2$ $\Longrightarrow f(u) < f(v)$ Donc f est croissante sur $]\leftarrow\ ; 0]$	Si $a > 0$ $u < v \Longrightarrow u^2 > v^2$ $\Longrightarrow au^2 > av^2$ $\Longrightarrow f(u) > f(v)$ Donc f est décroissante sur $]\leftarrow\ ; 0]$

-Sur $[\mathbf{0}\ ; \rightarrow [$**,**

Soient $u, v \in\ [0\ ; \rightarrow [$, telque $0 < u < v$

Si $a < 0$ $u < v \Longrightarrow u^2 < v^2$ $\Longrightarrow au^2 > av^2$ $\Longrightarrow f(u) > f(v)$ Donc f est décroissante sur $[0\ ; \rightarrow [$,	Si $a > 0$ $u < v \Longrightarrow u^2 < v^2$ $\Longrightarrow au^2 < av^2$ $\Longrightarrow f(u) < f(v)$ Donc f est croissante sur $[0\ ; \rightarrow [$,

Exemple

Soit la fonction défini sur $[-4\ ; 4]$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

- Variations de f.

-Soient $u, v \in \left[-4\ ; 0\right]$ telque $u < v < 0$.

On a : $u < v \Longrightarrow u^2 > v^2$

$$\Longrightarrow \frac{1}{2}u^2 > \frac{1}{2}v^2$$

$$\Longrightarrow f(u) > f(v)$$

Donc f est décroissante sur $[-4\,;0]$

-Soient $u, v \in\ [0\,;4]$, telque $0 < u < v$

on a : $u < v \Longrightarrow u^2 < v^2$

$$\Longrightarrow \frac{1}{2}u^2 < \frac{1}{2}v^2$$

$$\Longrightarrow f(u) < f(v)$$

Donc f est croissante sur $[0\,;4]$,

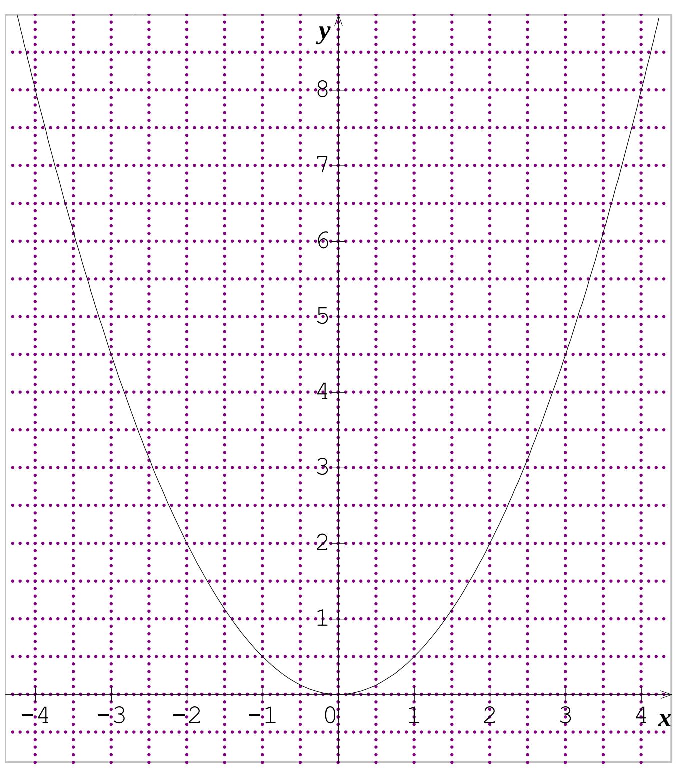
Tableau de variation

x	-4		0		4
$f(x)$	8	↘	0	↗	8

-Représentation graphiquement *f*

<u>Tableau de valeurs</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	8	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	8



Exercice d'application.

Soit la fonction f défini de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$

1) Etudier les variations de f sur les intervalles $[-5\,;0]$ et sur $[0;-5]$.
2) Donner le tableau de variation de .
3) Tracer la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J) .

3-2) ***fonctions*** $\boldsymbol{x \mapsto \frac{a}{x}}$

<u>Activité</u>

Soit la fonction défini sur $[-3\,;0[\cup\,]0;3]$ par $f(x) = \frac{a}{x}$.

1) Etudier suivant le signe de a les variations de f sur$[-3\,;0[$ et sur $]0;3]$
2) Dresser le tableau de variation de f

<u>Solution</u>

1) Variations de f sur $[-3\,;0[$

soient $u, v \in [-3\,;0[$ telque $u < v$.

<u>Si $a < 0$</u>	<u>Si $a > 0$</u>
$u < v \Longrightarrow \frac{1}{u} > \frac{1}{v}$ $\Longrightarrow \frac{a}{u} < \frac{a}{v}$ car $a < 0$ $\Longrightarrow f(u) < f(v)$. Donc f est croissante sur $[-3\,;0[$	$u < v \Longrightarrow \frac{1}{u} > \frac{1}{v}$ $\Longrightarrow \frac{a}{u} > \frac{a}{v}$ car $a > 0$ $\Longrightarrow f(u) > f(v)$. Donc f est décroissante sur $[-3\,;0[$

Il en est de même des variations de f sur $]0;3]$.

2) Tableau de variation de f

<u>Si $a < 0$</u>

x	-3	0	3
$f(x)$	↗	||	↗

<u>Si $a > 0$</u>

x	-3	0	3
$f(x)$	↘	||	↘

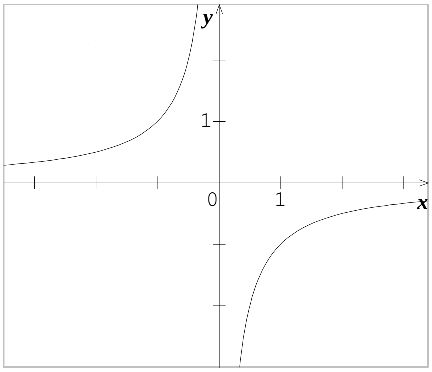
<u>3-2) résumé.</u>

Le plan est muni du repère orthogonal (O,I,J).

La représentation graphique de la fonction f : $\boldsymbol{x \mapsto \frac{a}{x}}$ (a≠0) est une parabole de centre O.

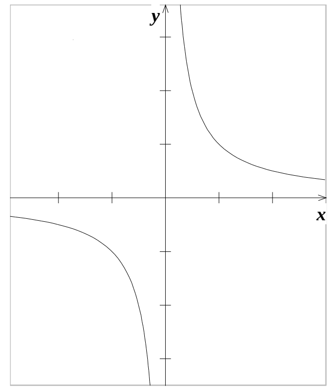
Si $a < 0$

x		0	
$f(x)$	$\nearrow$	‖	$\nearrow$



Si $a > 0$

x		0	
$f(x)$	$\searrow$	‖	$\searrow$



Exemple.

f est la fonction définie sur $[-4\,;0[\cup\,]0;4]$ par $f(x) = \frac{-5}{x}$.

1) Etudier les variations de f sur $[-4\,;0[$ et sur $]0;4]$
2) Dresser le tableau de variation de f
3) Compléter le tableau ci-dessous et représenter graphiquement f.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$					╳				

Solution

1) Variations de f.

Sur $[-4\,;0[$ Soient $u, v \in [-4\,;0[$ telque $u < v$. On a $u < v \Rightarrow \frac{1}{u} > \frac{1}{v}$ $\Rightarrow \frac{-5}{u} < \frac{-5}{v}$ $\Rightarrow f(u) < f(v)$ Donc f est croissante sur $[-4\,;0[$	Sur $]0\,;4]$ Soient $u, v \in]0\,;4]$ telque $u < v$. On a $u < v \Rightarrow \frac{1}{u} > \frac{1}{v}$ $\Rightarrow \frac{-5}{u} < \frac{-5}{v}$ $\Rightarrow f(u) < f(v)$ Donc f est croissante sur $]0;4]$

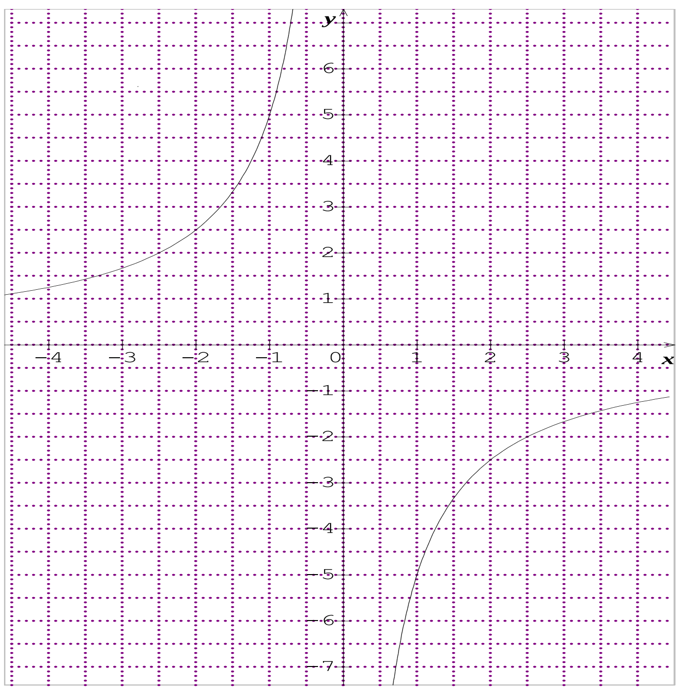
2) Tableau de variation de f

x	-4		0		4
$f(x)$	$\frac{-4}{5}$	$\nearrow$	||	$\nearrow$	$\frac{4}{5}$

3)

x	-4	-3	-2	-1	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{2}$	5	10	20		-20	-10	-5	$\frac{-5}{2}$	$\frac{-5}{3}$	$\frac{-5}{4}$

Représentation graphique



<u>*Exercice d'application*</u>

Le plan est muni du repère (0,I,J). f *est la fonction de* $\mathbb{R}$ *vers* $\mathbb{R}$ défini par $f(x) = \frac{4}{x}$.

Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative.

Classe : 2^{NDE}A4	Séquence : 5	Date :	Durée :

MODULE 10: ORGANISATION ET GESTION DES DONNÉES	
Chapitre : 8	**Leçon : 1**
STATISTIQUES	**ORGANISATION DES DONNEES STATISTIQUES**

- **Objectif pédagogique :**

¤ Élaborer un tableau des effectifs ou des fréquences (sous forme d'un pourcentage) à partir d'exemples issus de la vie sociale et économique.
¤ Compléter un tableau statistique.
¤ Exploiter un tableau statistique.
¤ Déterminer le (ou les) mode(s) d'une série statistique.
¤ Calculer la moyenne d'une série statistique.

- **pré requis :**

¤ Tableau des effectifs ou des fréquences.
¤ Mode, moyenne.

- **Motivation :**

Après tout examen il est nécessaire de calculer la moyenne de chaque candidat pour pouvoir les classer par ordre de mérite par exemple. Ce chapitre nous propose un procédé efficace pour le faire d'une manière efficace.

- **Situation problème :**

Votre cousin en première année au C.E.T.C. veut calculer sa moyenne à la fin d'une séquence.

- Comment peux-tu l'aider ?
- Peux-tu déterminer la matière de base de sa classe ?

- **Activité d'apprentissage :**

Un professeur a mené une enquête sur une classe de seconde A4 de 60 élèves portant sur leurs loisirs préférés d'une part et les notes sur 20 de mathématiques obtenue à la suite de l'examen sequentielle d'autre part.

Tableau 1

Loisirs	Sport	Lecture	Cinéma	Voyage	Danse	Totaux
Effectif		24	3		6	
Fréquence en %	20			25		

Notes de l'examen

5	1	9	14	4	15	6	7	14	6	10	11	3	9	9
10	15	6	9	7	3	9	16	12	17	14	19	9	4	11
4	14	1	6	14	11	14	9	11	4	15	9	15	11	14
12	7	16	10	7	15	4	14	16	12	17	11	16	14	9

Questions
Tableau 1
a) Quel est la population étudiée ?
b) Recopier et compléter le tableau 1
c) Quel est la nature du caractère étudié ?
d) Quel est le loisir préféré des élèves de cette classe ? Que représente ce loisir pour cette série

statistique ?

Tableau 2

Notes (x_i)	1	3	4	5	6	7	9	10	11	12	14	15	16	17	19	Total
Effectif(n_i)																
E.C.C																
E.C.D																
$x_i \times n_i$																

a) A l'aide des notes relevées par le professeur compléter le tableau ci-dessous.
b) Quel est la nature du caractère étudié ? Justifier votre réponse.
c) Quelle(s) est (sont) le(s) mode(s) de cette série statistique ?
d) Déterminer la moyenne générale en mathématiques de cette classe.
e) Combien d'élèves ont une note supérieure ou égale à 12/20
f) Combien d'élèves ont une note inférieure ou égale à 10/20

➤ Résumé :

Tout étude statistique s'appuie sur des données. Dans le cas où ces données sont numériques, on distingue les données discrètes (qui prennent un nombre fini de valeurs : par ex, les notes des élèves à un examen) et des données continues (cf. leçon 2).

a) **Mode**

le mode d'une série statistique est la modalité dont l'effectif est le plus grand

REMARQUE : une série statistique peut avoir plusieurs modes

b) **Fréquence**

Dans le cas d'une série discrète, le nombre de fois que l'on retrouve la même valeur s'appelle effectif de cette valeur. Si cette effectif est exprimé en pourcentage, on parle alors de fréquence de cette valeur.

$$\textit{Fréquence d'une modalité } (f_i) = \frac{\textit{effectif de la modalité } (n_i)}{\textit{effectif total } (N)} \text{ on note } f_i = \frac{n_i}{N}$$

$$\textit{Fréquence d'une modalité } \% \ (f_i) = \frac{\textit{effectif de la modalité } (n_i)}{\textit{effectif total } (N)} \times 100 \text{ on note } f_i = \frac{n_i}{N} \times 100$$

c) **Moyenne** : on la note $\bar{x}$ ou m (méthode de calcul)

Etant donné un tableau des effectifs d'une série statistique, on peut calculer la moyenne de cette série comme suit

i) Calculer le produit de chaque modalité par son effectif : $x_i \times n_i$

ii) Calculer la somme de tous ces produit : on la note $\sum x_i \times n_i$. Lire ''somme des $x_i \times n_i$. *(Le symbole "$\sum$" se lit ''somme'').*

iii) Calculer le quotient de $\sum x_i \times n_i$ par l'effectif total N.

On a finalement $\bar{x} = \frac{\sum x_i \times n_i}{N}$.

Exemple : En considérant le tableau 2 précédent on a $\sum x_i \times n_i = 616$, $N = 60$ et $\bar{x} = \frac{616}{60} = 10{,}26.$

d) **Etendu** : c'est la différence entre la plus grande et la plus petite modalité

Exemple : En considérant le tableau 2 précédent l'étendu est $19 - 1 = 18$

e) **Effectif cumulé, fréquence cumulée.**

- On appelle effectif cumulé de la modalité x_i, la somme des effectifs de chaque modalité inferieure ou égale à x_i.
- On appelle fréquence cumulée de la modalité x_i,le quotient de l'effectif cumulé de la modalité de la modalité x_i par l'effectif total.

➤ Exercices d'application :

Exercices n°…………..

Classe : 2NDE A4	Séquence : 5	Date :	Durée :

MODULE 10: ORGANISATION ET GESTION DES DONNÉES	
Chapitre : 8	Leçon : 2
STATISTIQUES	TRAITEMENT DES DONNEES STATISTIQUES

- **Objectif pédagogique :**

¤ Calculer la moyenne d'une série statistique.
¤ Représenter une série statistique par un diagramme.
¤ Interpréter un diagramme, un pictogramme.

- **Contrôle des prérequis :**

¤ Diagrammes à bâtons, à bandes (horizontales ou verticales), circulaires, semi circulaires ; pictogramme.

- **Motivation :**

- **Situation problème :**

2.1 REGROUPEMENT EN CLASSES, CLASSE MODALE

- **Activité d'apprentissage :**

En considérant le tableau 2 précédent, recopier et compléter le tableau suivant.
Tableau 3

Classe	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	Totaux
Effectif (n_i)	9		21	12	
Centre (c_i)		7,5			xxxxxxxxx
$n_i \times c_i$				210	
amplitude		5			xxxxxxxxx

Quelle est la classe ayant le plus grand effectif.

- **Résumé :**

- Lorsqu'une série statistique est regroupée en classe de même amplitude, alors la classe modale est la classe ayant le plus grand effectif.
- La moyenne dans ce cas est $\bar{x} = \frac{\sum n_i \times c_i}{N}$

Exemple : En considérant le tableau 3 précédent, $\sum n_i \times \boldsymbol{c}_i = 630$ d'où $\bar{x} = \frac{630}{60} = 10{,}5$

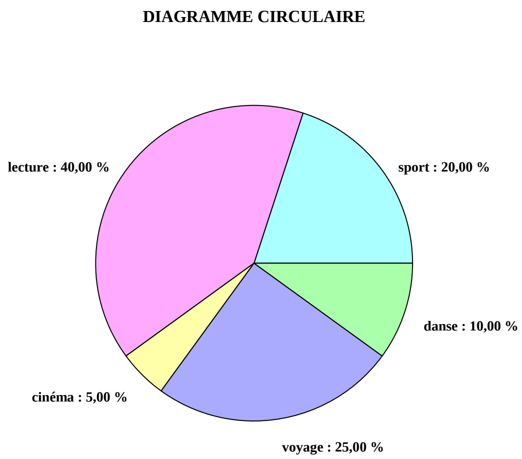
2.2 REPRESENTATION D'UNE SERIE STATISTIQUE

- **Exercices d'application**

I) Pour le **tableau 1** de la leçon 1, on se propose de représenter par un diagramme circulaire
Recopier et compléter le tableau de proportionnalité de coefficient 360 ci-dessous, puis construire le diagramme circulaire correspondant.

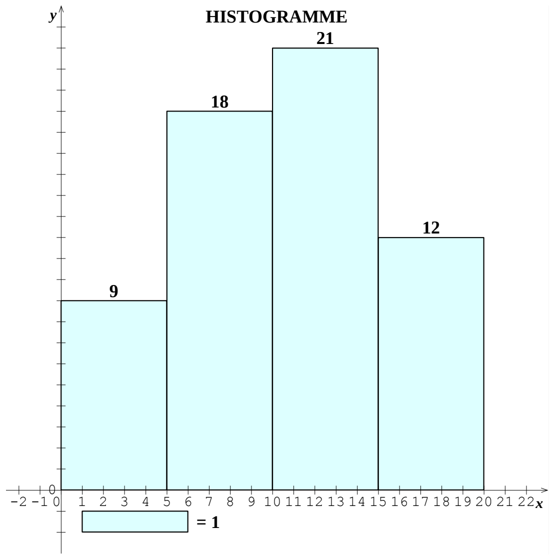
Loisirs	Sport	Lecture	Cinéma	Voyage	Danse	Totaux
Effectif	12	24	3	15	6	60
Mesure en degré de l'angle au centre						360°

NB : On choisira de représenter une série par un diagramme circulaire (ou semi-circulaire) lorsque le nombre de modalité est petit.



II) Pour **le tableau 3** construire un repère orthogonal

- Représenter sur l'axe des abscisses chaque modalité par un segment (deux segments qui se suivent ne doivent pas avoir plus d'un point commun)
- Pour chaque segment, construis un rectangle dont un des côtés est ce segment, et dont la hauteur est l'effectif de la modalité.
  Le diagramme obtenu est appelé diagramme à bandes

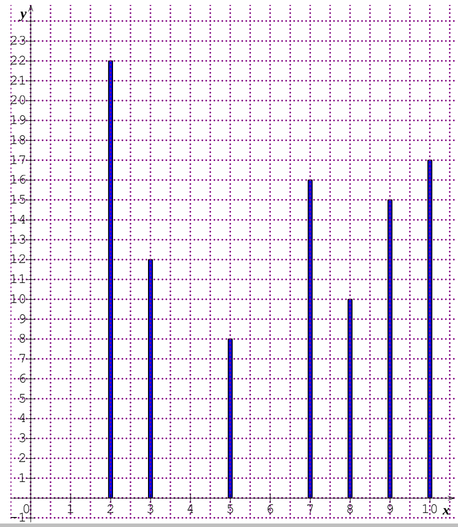


➢ **Résumé :**

- Le diagramme à bandes ou histogramme d'une série statistique dont les données sont regroupées en classes d'égale amplitude est représenté par des rectangles donc les rectangles sont proportionnelles aux effectifs ou aux fréquences et dont les largeurs correspondent aux amplitudes des classes associées.
- Lorsqu'une série statistique est représentée par un diagramme sous forme d'un disque où chaque modalité est par un secteur angulaire de mesure proportionnelle à l'effectif de la modalité, on dit que le diagramme est circulaire. L'effectif total N correspond au secteur angulaire de mesure 360°
- Lorsque l'effectif total correspond à 180°, le diagramme obtenu est appelé diagramme semi-circulaire.

➢ Exercice d'application

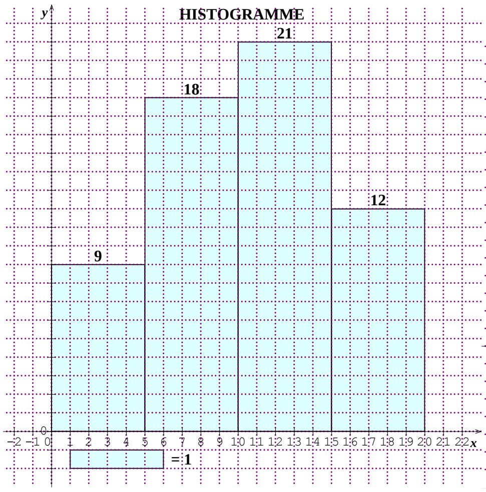
Voici le diagramme en bâtons d'une série statistique
a) Quelle est le mode de cette série.
b) Dresser le tableau des effectif et des fréquences de cette série.
c) Calculer la moyenne de cette série.
d) Construire une représentation de ces données en utilisant le diagramme circulaire.

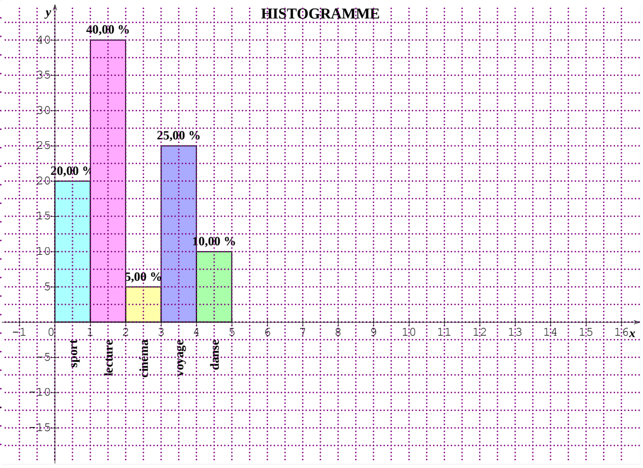


➢ **Conclusion (Devoirs) :**

Exercices n° …………………………

CORRECTION ACTIVITE





ACTIVITE NUMERO 1

TABLEAU 1

a) La population étudiée est les élèves de la classe de seconde

b) Recopions et complétons le tableau

Loisirs	Sport	Lecture	Cinéma	Voyage	Danse	Totaux
Effectif	12	24	3	15	6	60
Fréquence en %	20	40	5	25	10	100

c) Le caractère étudié est quantitatif

d) Le loisir préféré de ces élèves est la lecture qui représente pour cette série le mode.

TABLEAU 2

a) Complétons le tableau

Notes (x_i)	1	3	4	5	6	7	9	10	11	12	14	15	16	17	19	Total
Effectif(n_i)	2	2	5	1	4	4	9	3	6	3	9	5	4	2	1	60
E.C.C	2	4	9	10	14	18	27	30	36	39	48	53	57	59	60	xxx
E.C.D	60	58	56	51	50	46	42	33	30	24	21	12	7	3	1	xxx
$x_i \times n_i$	2	6	20	5	24	28	81	30	66	36	126	75	64	34	19	616

b) Le caractère étudié est quantitatif car les modalités sont des nombres.

c) Les modes sont 9 et 14.

d) La moyenne de cette série statistique est : $m = \frac{616}{60} = 10{,}26.$

e) Nous avons 24 élèves qui ont une note supérieure ou égale à 12/20.

f) Nous avons 33 élèves qui ont une note inférieure ou égale à 10/20

ACTIVITE NUMERO 2

Classe	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	Totaux
Effectif (n_i)	9	18	21	12	60
Centre (c_i)	2,5	7,5	12,5	17,5	xxxxxxxxx
$n_i \times c_i$	22,5	135	262,5	210	630
amplitude	5	5	5	5	xxxxxxxxx

La classe ayant le plus grand effectif est la classe

Cours Mathématiques Seconde A4

NKUIKEU Sylvestre

PCEG-MATHEMATIQUES

Lycée Bilingue de MANOKA

©nkuikeu.sylvestre@yahoo.fr

Septembre 2018

Table des matières

Chapitre Premier

DENOMBREMENT

Dénombrer c'est Compter. Le **Dénombrement** est donc l'ensemble des méthodes mathématiques qui nous permettent de déterminer les différents cas possibles pour la réalisation d'une situation donnée. Ce Chapitre présente en deux (02) leçons simples les bases nécessaires pour comprendre la notion de **dénombrement**. Nous présenterons les outils qui facilitent la résolution d'un problème : ***Diagrammes, tableau, arbre de choix et arbres de parties***

Nombre de leçons : 02

Leçon 1 : Utilisation des diagrammes et des tableaux ;

Leçon 2 : Utilisation des arbres de choix et des arbres des parties ;

Objectifs : être capable de :

- Exploiter les informations d'un diagramme ou d'un tableau,
- Interpreter les données d'un texte par un diagramme ou par un tableau,
- Résoudre un problème concret à l'aide d'un diagramme ou d'un tableau.

Motivation : Résoudre les problèmes réels et concrets de la vie courante en utilisant les notions simples de dénombrement.

Pré-requis :

- On considère E=$\{1, 2, 3, 5, -8, 12\}$. Comment appelle t-on E ? Quels sont les éléments de E ? Quelle différence fais tu entre un élément de E et E ?
- Considérons encore E=$\{1, 2, 3, 5, -8, 12\}$; A=$\{5, -8, \sqrt{3}\}$ et B=$\{\frac{1}{5}, 1, 2, 3\}$. A-t-on A$\subseteq$E ? Que donne A$\cap$B ? A$\cup$B ? A-t-on A$\cup$B $=$ E ?

1.1 Leçon 1 : Utilisation des diagrammes et des tableaux

1.1.1 Les diagrammes

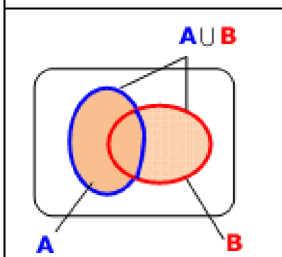
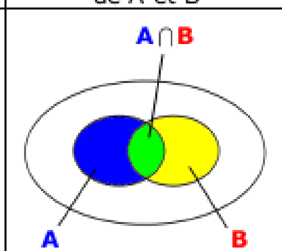
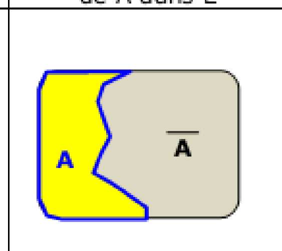
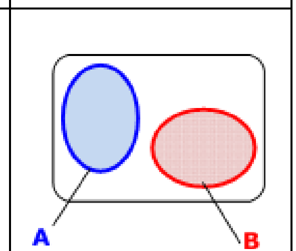
Situation problème : Dans une salle de classe de seconde A4 de 30 élèves, il y'a 17 qui aiment les mathématiques, 12 qui aiment la PCT et 10 qui aiment les deux disciplines. Combien d'élèves aiment-ils uniquement les mathématiques ?

Activité d'apprentissage : Lors d'une étude sur les voyages des élèves dans le triangle national, on a constaté que 20 d'entre eux ont été à l'Ouest Cameroun, 25 au Littoral, 5 ont visité les 2 régions et 8 n'ont jamais voyagé.

1. Déterminer le nombre d'élèves qui ont visité :
   (a) Seulement l'Ouest Cameroun
   (b) Seulement le Littoral
   (c) L'Ouest ou le Littoral
2. Quel est le nombre total d'élèves interrogés

Remaque : La résolution de tels problèmes utilise un tableau dit de Venn qui permet de mieux matérialiser chaque ensemble considéré.

Résumé : Soient A et B deux ensembles :

Réunion de A et B	Intersection de A et B	Complémentaire de A dans E	A et B sont disjoints
			
La réunion de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui sont dans A ou dans B. On la note A U B. $x \in A \cup B$ signifie $x \in A$ **ou** $x \in B$	L'intersection de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui sont communs à A et B. *On la note* $A \cap B$. $x \in A \cap B$ signifie $x \in A$ **et** $x \in B$	Soit E un ensemble et A une partie de E. Le complémentaire de A dans E est l'ensemble des éléments de E qui n'appartiennent pas à A. On le note E \ A ou $\overline{A}$ ou encore C_E^A. Remarque : $A \cup \overline{A} = E$ et $A \cap \overline{A} = \varnothing$	lorsque $A \cap B = \varnothing$, on dit que les ensembles A et B sont disjoints

2.png

NB : Nous avons la convention et les définitions suivantes :

- Le Cardinal d'un ensemble A, noté CardA est le nombre d'éléments de A,
- Card $\emptyset$=0,
- Card $A \cup B$=Card A+CardB−Card$A \cap B$,
- Lorsque A et B sont **Disjoints** on a toujours Card $A \cup B$=Card A+Card B.

Exemple 1 : On donne les ensembles A=$\{$-1, 2, $\sqrt{3}, \frac{1}{2}, \pi, 0, 7, 10, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\}$, B=$\{10, \sqrt{7}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}, 0, 2\}$

1. Déterminer Card A et Card B,
2. Déterminer les ensembles A∩B et A∪B,
3. Dire en justifiant votre réponse si A et B sont disjoints

Réponses : CardA=9, CardB=5, A∩B= $\{10, \dfrac{\sqrt{2}}{2}, 0, 2\}$, A∪B= $\{$-1, 2, $\sqrt{3}, \frac{1}{2}, \pi, 0, 7, 10, \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{7}\}$.
A et B ne sont pas disjointts car A∩B$\neq \emptyset$.

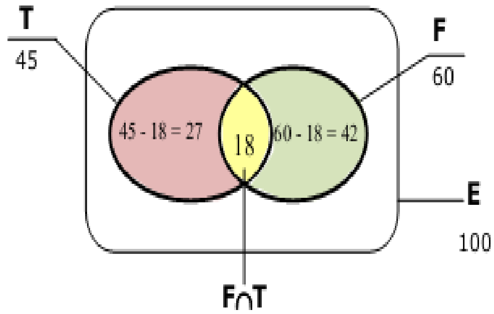
Exemple 2 : Un centre de loisir accueille 100 enfants. Deux sports sont proposés : le Football et le Tenis. 60 enfants pratiquent le Football, 45 pratiquent le Tenis et 18 pratiquent les deux sports.

Appelons E l'ensemble des 100 enfants, F l'ensemble des enfants qui pratiquent le Football et T celui des enfants qui pratiquent le Tenis.

- Dessiner le diagramme de VENN de ce problème
- Déterminer le nombre d'enfants qui aiment uniquement le Football
- Déterminer le nombre d'enfants qui aiment uniquement le Tenis
- Déterminer le nombre d'enfants qui aiment le Football ou le Tenis et en déduire le nombre d'enfant qui n'aime aucun des deux sports.

Réponse :

- Il y'a 60−18=42 enfants qui aiment uniquement le Football,
- Il y'a 45−18=27 enfants qui aiment uniquement le Ténis,
- Il y'a 27+18+42=87 (ou alors 60+45 −18=87) enfants qui aiment le Football ou le Ténis,
- Il y'a 100 −87=13 enfants qui n'aiment aucun des 2 sports.



1.png

1.1.2 Les tableaux

Situation problème : Le code de déverouillage d'un téléphone portable Samsung est constitué des trois lettres A, B et C et des chiffres 1, 2 et 3. Combien de codes peut-on former au total ?

Activité d'apprentissage : Lydia Ange a son anniversaire et à cet effet, elle invite ses amis filles Larisse, Sonia, Sandra et Ruth. Pour la même occasion, quatre garçons sont aussi invités Franck, Patrick, Joseph et Yves. Au moment du tour d'honneur, il faut constituer des couples de fille-garçon

- Présenter dans un tableau à double entrées l'ensemble des couples que l'on peut constituer,
- A l'aide du tableau dire avec combien de garçon Sonia peut-elle danser

Réponse : A faire en salle de Classe.

Résumé : Etant donnés deux ensembles E et F, **le tableau à double entrées** est un tableau comportant les éléments de E d'une part et ceux de F d'autre part. En général, il permet de définir le **Produit Cartésien de E et de F**, noté E×F que l'on lit ≪ E croix F ≫.

NB : **Card (E×F) = (CardE)×(CardF)**

Travail à faire :

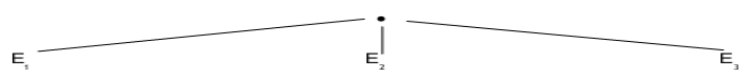
1. On lance au même moment une pièce de monaie et un dé comportant les faces 1, 2, 3, 4, 5, 6 et on note en suite le résultat obtenu sur la face supérieure.
   (a) Dresser un tableau donnant les différents cas possibles.
   (b) Donner l'ensemble des résultats possibles pour cette expérience.
2. Dans un restaurant, un plan est constitué d'une entrée, d'un plat de résistance et d'un

désert. Combien de plats différents peut-on servir aux clients s'il y'a 3 entrées, 4 plats de résistance et 3 déserts différents ?

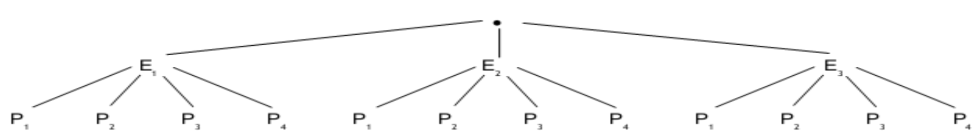
1.2 Leçon 2 : Utilisation des arbres de choix et des arbres departies

1.2.1 Les arbres de choix

Activité Introductive : Dans un restaurant, un menu propose trois entrées, quatre plats princiaux et quatre déserts. Combien de repas differents peut-on composer avec ce menu ?
Solution : Appelons E_1, E_2, E_3, les 3 entrées proposées, P_1, P_2, P_3, P_4, les 4 plats principaux proposés et D_1, D_2, D_3, les 3 déserts proposés.
Chaque client a le choix entre 3 entrées possibles E_1, E_2, E_3. On représente sous la forme :

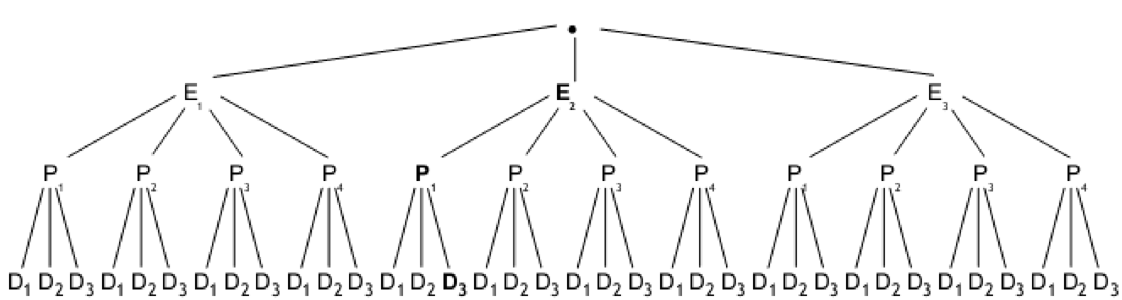
3.png 

Une fois l'entrée choisie, il peut choisir le plat principal de 4 façons différentes. On poursuit l'arbre de la manière suivante :



4.png

Il reste alors à choisir un désert parmi les 3 proppposés. On obtient :



5.png

Il y'a donc au total 36 repas possibles.

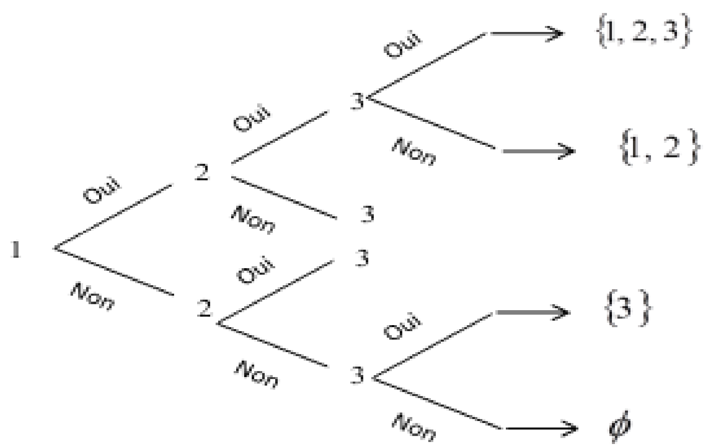
Résumé : Résoudre un problème de dénombrement par la méthode de l'arbre de choix, c'est identifier les différents intervenants,leur nombre et les relier les uns les autres par les flèches.

Exercice de Synthèse : Agathe, Bernard et Dominique doivent passer un examen où ils seront disposés dans 3 salles différentes S_1, S_2, S_3. Dessiner un arbre de choix présentant les différentes dispositions possibles et en déduire leur nombre.

1.2.2 Les arbres de partie

Situation problème : Etant donné un ensemble E, qu'appelle t-on partie de E ? Comment déterminer les différentes parties de E ?

Activité : On considère l'ensemble E=$\{1, 2, 3\}$. Dresser l'arbre des parties de E et en déduire le nombre de parties ou sous-ensembles de l'ensemble E. Le schéma qui permet de matérialiser la méthode est présenté ci dessous :



6.png

On Conclut que l'ensemble E=$\{1, 2, 3\}$ a 8 parties ou sous-ensembles : $\emptyset$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3\} = $ E.

Resumé : Un arbre de parties permet de déterminer tous les sous ensembles d'un ensemble si on connait son **Cardinal**.

NB : Le nombre de sous-ensembles d'un ensemble à n éléments est 2^n.