PROGRAMME APC

Collection

PYRAMIDE

2de A

Mon livre de MATHÉMATIQUES

JD Editions
L'Edition autrement

3 500 F CFA

Mon livre de Mathématiques 2de A

COLLECTION PYRAMIDE

JD Editions

PROGRAMME APC

2de A

Collection

PYRAMIDE

Mon livre de MATHÉMATIQUES

KOFFI Koffi Lucien
Encadreur Pédagogique

N'DIAMOI N'Guessan Bernard
Encadreur Pédagogique

KOUAMÉ Koffi
Encadreur Pédagogique

LAGOU Kouadio
Encadreur Pédagogique

ALAO Rassidi
Professeur de Mathématiques

Sous la direction de

TANOH KOUACOU
Docteur en Mathématiques
Inspecteur Général de l'Éducation Nationale
et de l'Alphabétisation

JD Editions
L'Edition autrement

21 BP 3636 Abidjan 21
Côte d'Ivoire

ISBN : 978-2-493344-44-1

DÉCOUVRIR VOTRE MANUEL

Le manuel de mathématiques de la **collection « PYRAMIDE »** des classes de **Seconde A** est le fruit d'une étroite collaboration entre plusieurs acteurs du système éducatif de Côte d'Ivoire : Inspecteurs de mathématiques, Encadreurs Pédagogiques de mathématiques et Enseignants de mathématiques des lycées et collèges.
Conforme au programme officiel en vigueur, cet ouvrage a été conçu pour accompagner efficacement la mise en œuvre de l'approche par les compétences. Ce souci d'aide et d'accompagnement des apprenants et des enseignants a amené les auteurs à intégrer à ce support pédagogique sept blocs rédactionnels :


5 GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS
Commentaire de la Leçon

BLOC 1 : COMMENTAIRE DE LA LEÇON

Ce bloc donne un aperçu historique de la notion mathématique, objet de l'étude. Il informe brièvement le lecteur des acquis de l'apprenant par rapport à la leçon, ce qui est attendu de lui lors du déroulement de la leçon et précise éventuellement l'évolution de la notion au cours des études ultérieures de l'apprenant. Ce bloc donne également le domaine d'application de la leçon.

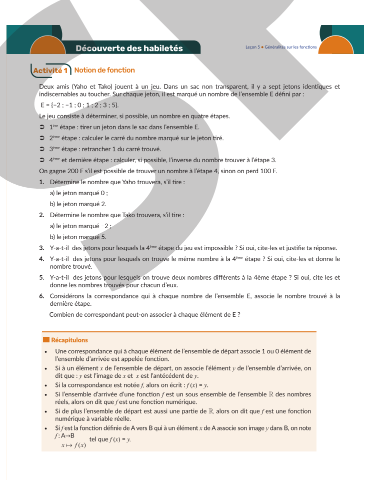
BLOC 2 : HABILETÉS ET CONTENUS

Il présente pour chaque leçon, la liste des habiletés et contenus prescrits par le programme officiel en vigueur. Elle fera l'objet de découpage par le professeur afin d'organiser ses séances journalières de cours.

BLOC 3 : SITUATION D'APPRENTISSAGE

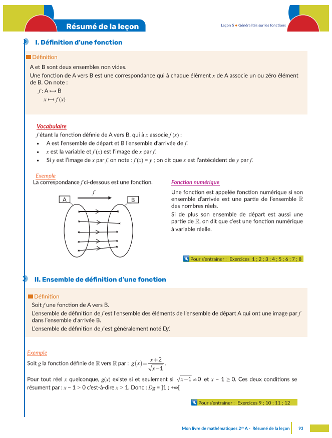
Il s'agit ici de donner du sens aux notions mathématiques et de fixer le cadre des apprentissages. Durant toute la leçon, il sera possible d'exploiter la situation d'apprentissage.


Habiletés et Contenus
Situation d'Apprentissage


Découverte des habiletés
Activité 1 Notion de fonction
Récapitulons

BLOC 4 : DÉCOUVERTE DES HABILETÉS

Constitué d'activités de découverte, ce bloc permet de mettre l'élève en situation de recherche. Il comprend également la synthèse de l'activité appelée « récapitulons », suivie d'un ou de plusieurs exercices de fixation.

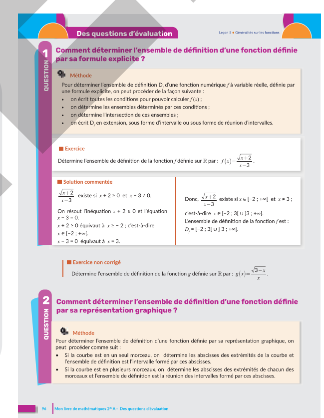


BLOC 5 : RÉSUMÉ DE LA LEÇON

Ce bloc présente l'essentiel à retenir par l'apprenant. Il comprend des définitions, des propriétés, des remarques…
Chaque définition donnée est suivie d'un exemple et chaque propriété est suivie d'un exemple d'application. Ce bloc oriente les apprenants à travers la rubrique « pour s'entraîner » vers certains types d'exercices contenus dans le bloc «mes séances d'exercices».

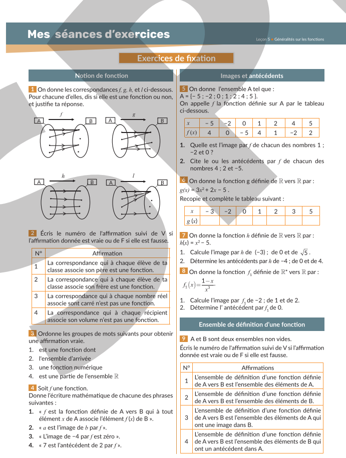
BLOC 6 : DES QUESTIONS D'ÉVALUATION

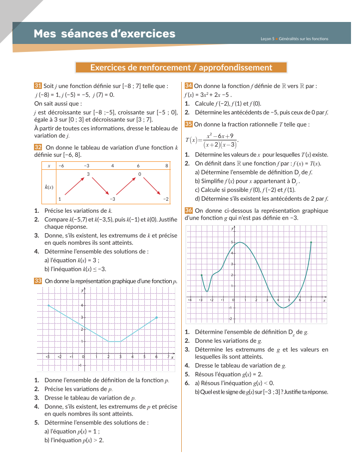
Il est constitué de plusieurs habiletés/contenus exigibles selon le programme. Chaque habileté/contenu retenu est formulé sous la forme d'une question. Un point méthode relatif à l'habileté/contenu est proposé au lecteur. Ce point méthode est suivi d'un exercice corrigé et commenté. Un autre exercice du même type est proposé afin de vérifier l'acquisition de l'habileté/contenu retenu.

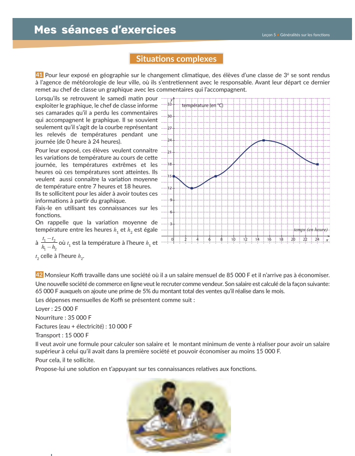


BLOC 7 : MES SÉANCES D'EXERCICES

Ce bloc est composé d'exercices de fixation, d'exercices de renforcement, d'exercices d'approfondissement et de situations d'évaluation. L'objectif ici est de renforcer les acquis installés durant le déroulement de la leçon.







Les auteurs voudraient s'excuser pour d'éventuelles erreurs ou fautes de frappe contenues dans ce manuel. Ils vous remercient d'avance de bien vouloir les signaler à l'adresse : jdeditions@yahoo.fr, afin de contribuer à l'amélioration continue du présent ouvrage.

Comment utiliser ce manuel

Pour l'élève

- Commentaire de la leçon : Il t'indiquera l'historique de la notion que tu vas étudier. Il te dira ce que tu as déjà appris sur cette notion et ce que deviendra la notion au cours de tes études ultérieures.
- Habiletés et contenus : Il t'informera sur ce que tu dois savoir et ce que tu dois savoir faire à l'issue de cette leçon. Tu t'entraîneras sur chaque habileté/ contenu afin de t'auto - évaluer.
- Situation d'apprentissage : Tu liras la situation d'apprentissage avant de venir en classe. Si tu ne la comprends pas, tu poseras ensuite des questions à ton professeur le jour de la leçon.
- Découverte des habiletés : Tu exécuteras les consignes que ton professeur te donnera. Mais avant de venir en classe, tu essayeras de lire les consignes qui sont dans ton livre même si tu ne les comprends pas toujours.
- Résumé de la leçon : Tu devras retenir mais surtout comprendre le contenu de ce bloc. Des exemples y sont donnés pour faciliter ta compréhension. Tu utiliseras le contenu de ce bloc pour préparer les séances d'exercices, les contrôles continus et les questions d'évaluation. Tu utiliseras la rubrique «Pour s'entraîner» afin de mieux approfondir une habileté/ contenu donnée.
- Des questions d'évaluation : Tu essayeras de comprendre le point méthode proposé dans ce bloc. Tu essayeras de faire toi-même l'exercice corrigé mais sans regarder la correction. Tu compareras ta production à la solution commentée et tu feras immédiatement l'exercice non résolu afin de t'assurer que tu as bien compris le point méthode.
- Mes séances d'exercices : Dans le résumé de cours, tu seras constamment renvoyé à cette rubrique. Tu utiliseras ces renvois pour t'entraîner sur les habiletés/ contenus bien précises. Il faut varier les types d'exercices que tu résous. Tu résoudras en particulier toutes les situations d'évaluation de cette rubrique.

Pour l'enseignant

- Commentaire de la leçon : Vous utiliserez ce bloc pour :
  - motiver les apprenants à travers une brève histoire de la notion et l'évolution de la notion au cours des études ultérieures de l'apprenant;
  - préparer les prérequis nécessaires à la leçon.
- Habiletés et contenus : Vous utiliserez ce bloc pour orienter toute la leçon. Vous découperez ce bloc en séances de 55 minutes de telle sorte que ce découpage corresponde au temps imparti à la leçon. Vous veillerez à ce que la majorité des élèves comprennent les habiletés/contenus de ce bloc.
- Situation d'apprentissage : Vous ferez lire en classe la situation d'apprentissage directement dans le manuel de l'apprenant. Vous pourrez mettre les apprenants en groupe pour aider ceux qui n'ont pas de manuel. Vous ferez dégager les constituants de la situation par les élèves avant d'annoncer le plan de la leçon. En tout état de cause, vous pouvez consulter le guide du professeur de ce manuel.
- Découverte des habiletés : Vous utilisez ce bloc pour mettre les apprenants en activités ; donnez-leur un temps de recherche ponctué par des aides collectives ou individuelles ; la phase de formulation à l'issue de la recherche correspond à la rubrique « récapitulons » : essayez de la faire formuler par les apprenants avant d'aborder la trace écrite et l'exercice de fixation.
- Résumé de la leçon : L'enseignant pourra utiliser ce bloc pour évaluer les niveaux taxonomiques relatifs à la connaissance, à la compréhension et à l'application. Cette utilisation de ce bloc par l'enseignant incitera les apprenants à apprendre et à comprendre l'essentiel à retenir par rapport à une leçon donnée. La rubrique « pour s'entraîner » aidera l'enseignant à opérer des choix d'exercices par rapport à ses objectifs opérationnels.
- Des questions d'évaluation : Les questions d'évaluation ne sont pas à faire uniquement à la fin de la leçon. Elles peuvent être utilisées en classe au cours de la leçon ou lors des séances de travaux dirigés. L'enseignant pourra commenter avec ses élèves le point méthode, l'exercice commenté pour mieux faire comprendre le point méthode et soumettre ensuite ses élèves à l'exercice non corrigé.
- Mes séances d'exercices : Le professeur utilisera ce bloc pour faire travailler les apprenants aussi bien en classe qu'à la maison. Il s'en servira aussi pour animer des séances de travaux dirigés directement avec le manuel, grâce à la sélection d'exercices appropriés. Les situations complexes sont à faire traiter par les élèves.

Pour le parent d'élève

- Commentaire de la leçon : Le parent s'informera sur l'histoire de la notion, discutera avec ses enfants afin de les motiver à aborder la leçon.
- Habiletés et contenus : Le parent suivra les acquis de son enfant en l'amenant à s'exercer sur chaque habileté/contenu de ce bloc.
- Situation d'apprentissage : Le parent fera lire la situation d'apprentissage de la prochaine leçon à son enfant à la maison dès qu'il se rendra compte qu'une leçon est terminée. Il pourra essayer d'expliquer s'il le peut ce dont il est question dans la situation.
- Découverte des habiletés : Le parent vérifiera à la maison si l'enfant a compris l'activité de découverte et qu'il sait faire l'exercice de fixation qui lui est rattaché.
- Résumé de la leçon : Le parent utilisera ce bloc pour s'assurer que l'enfant apprend sa leçon. Sans être un spécialiste de la discipline, il peut utiliser ce bloc pour évaluer les connaissances de son enfant.
- Des questions d'évaluation : Le parent utilisera cette rubrique pour vérifier les acquis de ses enfants par rapport à une habileté précise. Il encouragera ses enfants à traiter cette rubrique et s'assurera avec l'aide du professeur que ses enfants ont bien acquis l'habileté retenue.
- Mes séances d'exercices : Le parent peut faire travailler ses enfants en utilisant ce bloc et en les encourageant à faire des exercices variés.

Sommaire

1 CALCUL NUMÉRIQUE — **7**
- Découverte des habiletés — 9
- Résumé de la leçon — 17
- Des questions d'évaluation — 21
- Mes séances d'exercices — 23

2 CALCUL LITTÉRAL — **27**
- Découverte des habiletés — 29
- Résumé de la leçon — 32
- Des questions d'évaluation — 35
- Mes séances d'exercices — 36

3 DÉNOMBREMENT — **41**
- Découverte des habiletés — 43
- Résumé de la leçon — 48
- Des questions d'évaluation — 51
- Mes séances d'exercices — 53

4 ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DANS $\mathbb{R}$ — **59**
- Découverte des habiletés — 61
- Résumé de la leçon — 67
- Des questions d'évaluation — 73
- Mes séances d'exercices — 77

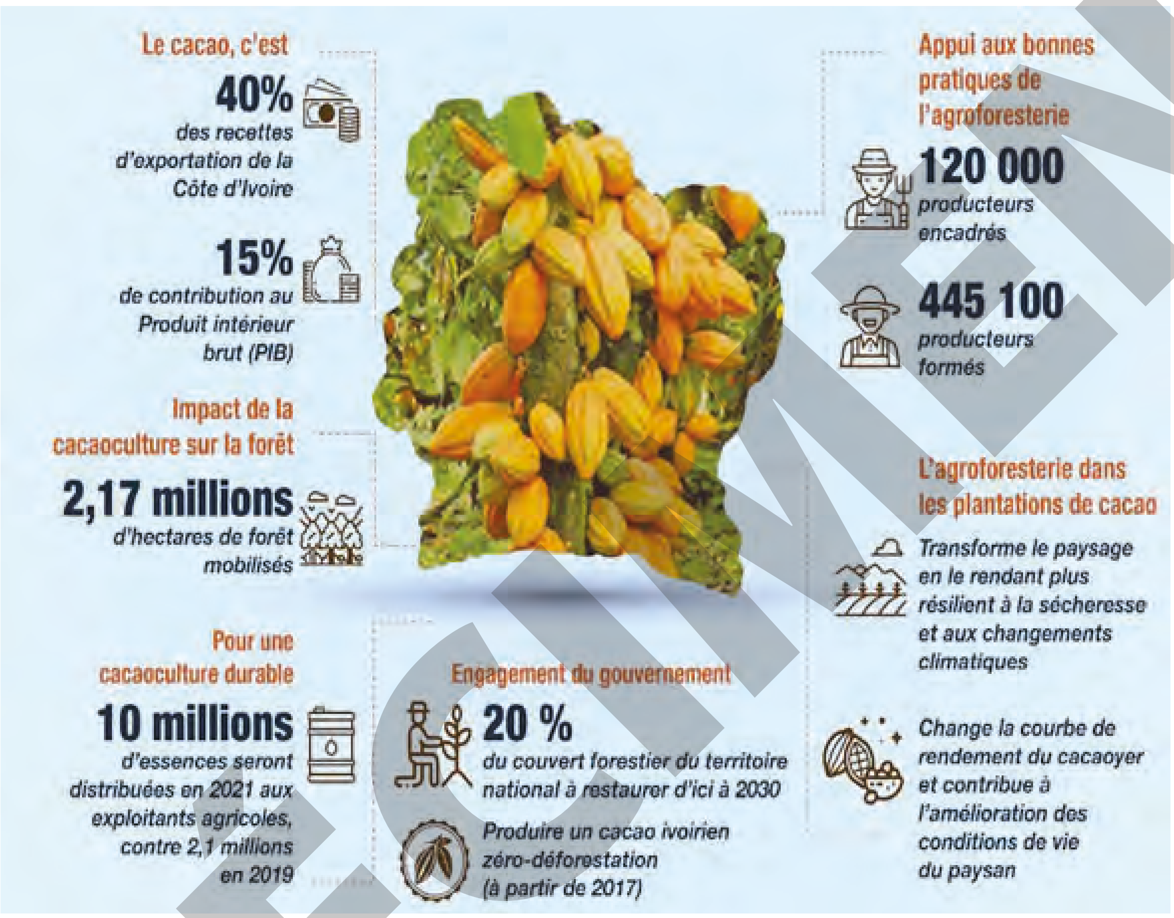
5 GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS — **83**
- Découverte des habiletés — 85
- Résumé de la leçon — 93
- Des questions d'évaluation — 96
- Mes séances d'exercices — 102

6 ÉTUDE DE FONCTIONS ÉLÉMENTAIRE — **111**
- Découverte des habiletés — 113
- Résumé de la leçon — 118
- Des questions d'évaluation — 123
- Mes séances d'exercices — 126

7 STATISTIQUE — **131**
- Découverte des habiletés — 133
- Résumé de la leçon — 137
- Des questions d'évaluation — 140
- Mes séances d'exercices — 146

8 SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ — **151**
- Découverte des habiletés — 153
- Résumé de la leçon — 157
- Des questions d'évaluation — 160
- Mes séances d'exercices — 163

1 CALCUL NUMÉRIQUE



Quelques chiffres portant sur la cacaoculture en Côte d'Ivoire. (Gouvernement RCI)

Commentaire de la Leçon

Les calculs numériques font partie du quotidien des humains depuis de nombreuses années. Ils ont été utilisés pour résoudre des problèmes de construction ou réaliser des partages dans l'antiquité par les Égyptiens et les Babyloniens.

Les calculs numériques ont été étudiés en classe de 3^{e}. Les élèves ont déjà abordés les opérations avec les quotients, la proportionnalité et les approximations décimales. Il s'agira donc de consolider ces acquis.

Il faudra accorder une importance aux situations de vie courante (facture SODECI, facture CIE, conversion de monnaie, pourcentage d'augmentation ou de réduction), valoriser l'autonomie, la prise d'initiative, la créativité, l'esprit critique et valoriser les compétences d'ordre méthodologique (émettre des hypothèses, les tester, les valider, les rejeter).

Les augmentations successives, réductions successives, augmentation suivie de réduction ne feront pas l'objet d'interrogations écrites ni de devoirs surveillés.

Les acquis des apprenants sur le calcul numérique seront réinvestis dans les classes ultérieures.

Le calcul numérique est utilisé dans presque tous les domaines de la vie, notamment le commerce, l'économie et la construction.

Habiletés et Contenus

- ✓ **Simplifier** un quotient.
- ✓ **Additionner** des quotients.
- ✓ **Multiplier** des quotients.
- ✓ **Diviser** des quotients.
- ✓ **Écrire** un quotient sans le symbole « radical » au dénominateur.
- ✓ **Traduire** une situation de proportionnalité par un tableau ; un pourcentage en fraction décimale ; un pourcentage en nombre décimal.
- ✓ **Compléter** un tableau de proportionnalité.
- ✓ **Trouver** une approximation décimale d'ordre n par excès ou par défaut d'un nombre réel ; l'arrondi d'ordre n d'un nombre réel.
- ✓ **Calculer** en utilisant les règles sur les puissances ; avec des radicaux ; un coefficient de proportionnalité à l'aide d'un tableau de proportionnalité ; un pourcentage ; p% d'une quantité donnée où p est un nombre réel positif donné ; le pourcentage d'une augmentation ou d'une réduction ; la quantité obtenue après une augmentation ou une réduction de p% où p est un nombre réel positif donné ; un pourcentage de pourcentage.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel au calcul numérique.

Situation d'Apprentissage

Le proviseur d'un lycée a tenu une réunion de fin d'année scolaire avec les élèves du niveau Seconde de l'établissement. Parmi les informations qu'il a données, il a indiqué que :

- l'effectif des élèves des classes de Seconde A est : 100 ;
- $\dfrac{3}{4}$ des élèves de ces classes de seconde A sont admis en 1^{e} A ;
- 60 % de ces admis sont des filles.

De retour en classe, les élèves d'une classe de 2^{e} A décident d'effectuer des opérations sur les quotients et avec les pourcentages pour savoir combien de filles seront en 1^{e} A l'année prochaine.

Activité 1 Addition et soustraction de quotients

Effectue chacune des opérations ci-dessous et donne le résultat sous forme de fraction irréductible.

a) $\frac{5}{7}+\frac{4}{3}$; b) $\frac{3}{2}-\frac{5}{6}$.

Récapitulons

Pour effectuer l'addition ou la soustraction de deux quotients :
- on les rend au même dénominateur ;
- on fait la somme ou la différence des numérateurs.

Soit a, b, c et d des nombres réels, b et d non nuls.

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$; $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$.

Exercice de fixation

1 Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, les éléments des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est exacte. Écris le numéro de chaque ligne suivi de la lettre qui permet d'obtenir l'affirmation vraie.

		A	B	C
1	$\frac{-1}{3}+\frac{5}{3}=$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$
2	$\frac{2}{5}+\frac{6}{5}=$	$\frac{10}{8}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{5}{3}$
3	$\frac{2}{5}-\frac{6}{5}=$	$\frac{-4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{12}{5}$
4	$\frac{2}{9}+\frac{10}{3}=$	$\frac{12}{27}$	$\frac{27}{96}$	$\frac{96}{27}$
5	$\frac{3}{4}-\frac{1}{7}=$	$\frac{2}{28}$	$\frac{17}{28}$	$\frac{-17}{28}$

Activité 2 Multiplication de quotients

Effectue chacune des opérations ci-dessous et donne le résultat sous forme de fraction irréductible.

a) $\frac{2}{5}\times\frac{(-3)}{7}$; b) $\frac{3}{4}\times 2$.

Récapitulons

Pour effectuer le produit de deux quotients, on effectue le produit des numérateurs et celui des dénominateurs.

a, b, c et d sont des nombres réels tels que : $b \neq 0$ et $d \neq 0$. On a :

$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$.

Exercice de fixation

2 Pour chaque ligne du tableau ci-contre, les éléments des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est exacte. Écris le numéro de chaque ligne suivi de la lettre qui permet d'obtenir l'affirmation vraie.

		A	B	C
1	$\frac{4\times5}{4\times3}$ est égal à :	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$
2	$-\frac{5}{12}\times\frac{6}{7}$ est égal à :	$-\frac{5}{14}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{14}{5}$
3	$-1\times\frac{10}{30}$ est égal à :	$\frac{-30}{10}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{10}{30}$
4	$\frac{10}{9}\times\frac{10}{5}$ est égal à :	$\frac{1}{45}$	$\frac{100}{45}$	$\frac{100}{14}$
5	$-\frac{17}{3}\times\left(-\frac{10}{11}\right)$ est égal à :	$-\frac{27}{14}$	$-\frac{170}{33}$	$\frac{170}{33}$

Activité 3 Division de quotients

Effectue chacune des opérations ci-dessous et donne le résultat sous forme de fraction irréductible.

a) $\frac{-4}{7}:\frac{8}{7}$; b) $5:\frac{5}{9}$; c) $-\frac{4}{3}:2$.

Récapitulons

Diviser un quotient par un quotient non nul, c'est multiplier ce quotient par l'inverse de ce quotient non nul.

$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$.

Exercice de fixation

3 Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, les éléments des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est exacte. Écris le numéro de chaque ligne suivi de la lettre qui permet d'obtenir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	A	B	C
1	$\frac{13}{31}:\frac{1}{2}=$	$\frac{62}{13}$	$\frac{31}{26}$	$\frac{26}{31}$
2	$-\frac{35}{10}:\frac{19}{20}=$	$\frac{-7}{19}$	$\frac{-70}{19}$	$\frac{70}{190}$
3	$1:\left(\frac{-5}{41}\right)=$	$\frac{-41}{5}$	$\frac{41}{1}$	$\frac{-5}{41}$
4	$\frac{6}{7}:4=$	$\frac{14}{3}$	$\frac{24}{7}$	$\frac{3}{14}$
5	$-\frac{9}{\frac{3}{5}}=$	-15	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{27}{5}$

Activité 4 Calcul avec les puissances

Écris sous forme d'une puissance d'un nombre réel :

a) $2^3 \times 3^3$; b) $3^3 \times 3^4$; c) $\dfrac{5^5}{8^5}$; d) $(2^2)^4$; e) $\dfrac{\sqrt{7}}{\left(\sqrt{7}\right)^8}$.

Récapitulons

Soit a et b deux nombres réels non nuls ; n et m deux nombres entiers relatifs.

- Le produit de deux puissances d'un même nombre est une puissance de ce nombre d'exposant la somme des exposants.

$a^n \times a^m = a^{n+m}$.

- Le produit des puissances de deux nombres de même exposant est une puissance de même exposant du produit de ces deux nombres.

$a^n \times b^n = (ab)^n$.

- Le quotient de deux puissances d'un même nombre est une puissance de ce nombre d'exposant la différence des exposants.

$\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

- La puissance d'une puissance d'un nombre réel est une puissance de ce nombre d'exposant le produit des exposants.

$(a^n)^m = a^{n \times m}$.

- Le quotient des puissances de deux nombres réels de même exposant est une puissance de même exposant du quotient de ces deux nombres.

$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$.

Exercices de fixation

4 Recopie et complète les égalités suivantes par la puissance du nombre réel qui convient :

a) $\left(-\sqrt{11}\right)^{10} \times 5^{10} = \ldots\ldots$; b) $\left(\sqrt{3}\right)^{-9} \times \ldots\ldots = \left(7\sqrt{3}\right)^{-9}$; c) $\ldots\ldots \times 5^7 = \left(5\sqrt{21}\right)^7$.

5 Écris sous la forme d'une puissance d'un nombre réel.

a) $a)\left(\dfrac{5}{4}\right)^2 \times \left(\dfrac{5}{4}\right)^4$; b) $7^{-3} \times 7^3$; c) $\sqrt{3} \times \left(\sqrt{3}\right)^3 \times \left(\sqrt{3}\right)^6$.

6 Recopie et complète les égalités suivantes :

$(a^3)^3 = \ldots\ldots$; $(a^{-4})^3 = \ldots\ldots$; $(a^{\cdots})^2 = a^6$.

7 Écris sous la forme d'une puissance d'un nombre réel.

$\dfrac{a^4}{a}$; $\dfrac{a^4 \times a^2}{a^{12}}$; $\dfrac{a^{-4}}{a^{-9}}$ $(a \neq 0)$.

Activité 5 Calcul avec les racines carrées

1. Écris les nombres suivants sans le symbole $\sqrt{\ }$.

a) $\sqrt{2}\times\sqrt{12{,}5}$; b) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$; c) $(\sqrt{5})^2$.

2. Écris chacun des nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux nombres entiers, b étant positif et le plus petit possible.

a) $\sqrt{50}+\sqrt{8}$; b) $\sqrt{7^5}$.

Récapitulons

Soit a et b deux nombres réels positifs.

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$; $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(b\neq 0)$; $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$; $\sqrt{a^2}=a$.

Exercices de fixation

8 Écris chacun des nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a est un nombre réel et b un nombre réel positif.

$\sqrt{72}$; $\sqrt{2^5}$; $\sqrt{108}$.

9 Écris chacun des nombres suivants sans le symbole « radical ».

$\sqrt{100-36}$; $\left(8\sqrt{2}\right)^2-\left(5\sqrt{3}\right)^2$; $\sqrt{32}\times\sqrt{\dfrac{1}{8}}$.

10 Écris chacun des nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux nombres entiers, b étant positif et le plus petit possible.

$\sqrt{45}+2\sqrt{80}-\sqrt{5}$; $3\sqrt{54}+2\sqrt{24}-5\sqrt{96}$; $2\sqrt{75}\times\sqrt{12}$; $\sqrt{10}\times\sqrt{\dfrac{54}{30}}$.

Activité 6 Écrire un quotient sans radical au dénominateur

Écris chacun des nombres suivants sans le symbole « radical » au dénominateur.

$\dfrac{1}{\sqrt{7}}$; $\dfrac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; $\dfrac{1-\sqrt{5}}{1+3\sqrt{5}}$.

Récapitulons

Pour écrire un quotient sans radical au dénominateur, il faut multiplier le numérateur et le dénominateur par l'expression conjuguée du dénominateur.

Exercice de fixation

11 Écris chacun des quotients ci-dessous sans le symbole radical au dénominateur.

$$\frac{5}{\sqrt{11}}\ ;\ \frac{6}{2-\sqrt{7}}\ ;\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\ ;\ \frac{1-\sqrt{2}}{1+3\sqrt{2}}.$$

Activité 7 Tableau de proportionnalité

1. On donne le tableau de proportionnalité ci-dessous. Complète-le.

3	...	7
15	25	...

2. Représente ce tableau de proportionnalité dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Récapitulons

- Dans un tableau de proportionnalité, on passe d'une ligne à une autre en multipliant ou en divisant chaque nombre par un même nombre réel non nul appelé coefficient de proportionnalité.
- Deux grandeurs proportionnelles sont représentées graphiquement dans le plan muni d'un repère par des points alignés avec l'origine du repère.

Exercices de fixation

12 Parmi les tableaux ci-dessous, indique ceux qui sont des tableaux de proportionnalité.

2,5	7,7	11,2
7,5	23,1	33,6

Tableau 1

10	20	30
15	23,1	50

Tableau 2

3	4	5
2,4	3,1	4

Tableau 3

5,02	8,12	12,15
2,4	3,248	4,86

Tableau 4

13 Les tableaux ci-dessous sont des tableaux de proportionnalité.

Pour chacun d'eux, calcule le coefficient de proportionnalité qui fait passer de la 1ère à la 2ème ligne.

Tableau A		
5,02	8,12	12,15
2,4	3,248	4,86

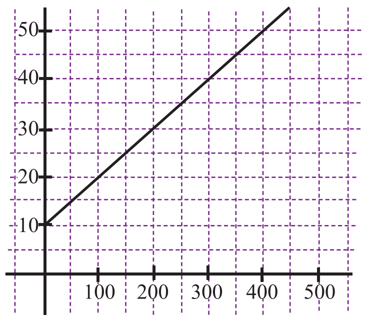
Tableau B		
14	18	32
16,8	21,6	38,4

14 Recopie et complète le tableau de proportionnalité ci-dessous à partir du coefficient de proportionnalité.

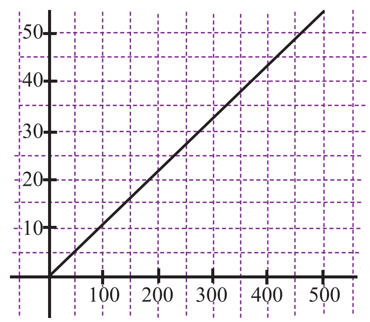
3,6	4,5		8,1
4,8		1,2	

×....

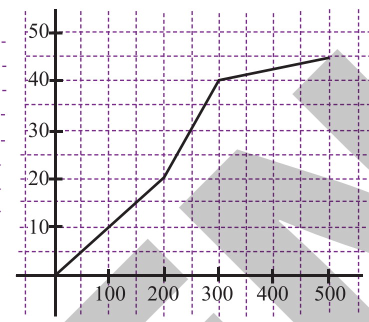
15 Les graphiques ci-dessous représentent la consommation moyenne en essence de trois voitures en fonction du nombre de kilomètres parcourus.
Indique celui qui traduit une situation de proportionnalité. Justifie ta réponse.



Voiture 1



Voiture 2



Voiture 3

Activité 8 Détermination d'une quatrième proportionnelle

Soit a, b, c et x des nombres réels non nuls.
Trouvons le nombre réel x tel que le tableau ci-dessous soit un tableau de proportionnalité.

a	b
c	x

Récapitulons

a, b, c et x sont des nombres réels non nuls.

- $\frac{a}{c} = \frac{b}{x}$ équivaut à : $a \times x = b \times c$.
- $\frac{a}{c} = \frac{b}{x}$ équivaut à : $x = \frac{b \times c}{a}$.

Exercices de fixation

16 Les tableaux ci-dessous sont des tableaux de proportionnalité.
Reproduis et complète-les, en utilisant la quatrième proportionnelle.

7	14	28	35	63	
	6				30

-1	$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}-1$
	30	

17 Konan et deux de ses amis ont acheté des mangues au marché à raison de 3 mangues à 150 F CFA. Konan a dépensé 1 200 F CFA. Ses deux amis ont acheté l'un, 27 mangues et l'autre, 81 mangues. À l'aide d'un tableau de proportionnalité, détermine :
a) le nombre de mangues que Konan a acheté.
b) la dépense effectuée par chacun de ses amis.

Activité 9 Pourcentage et nombre décimal ou fraction décimale

On donne les pourcentages suivants : 20% ; 58,5% ; 85%.

1. Traduis chacun de ces pourcentages par un nombre décimal.
2. Traduis chacun de ces pourcentages par une fraction décimale.

Récapitulons

- Traduire un pourcentage par un nombre décimal, c'est diviser la valeur du pourcentage par 100.
- Traduire un pourcentage par une fraction décimale, c'est mettre le nombre du pourcentage au numérateur de la fraction et 10 ou 100 ou 1000, ... au dénominateur.

Exercices de fixation

18 On donne les pourcentages suivants : 9% ; 41% ; 100% ; 120%.

1. Traduis chacun de ces pourcentages par un nombre décimal.
2. Traduis chacun de ces pourcentages par une fraction décimale.

19

1. Écris chacun des nombres décimaux ci-dessous sous forme de pourcentage.
   0,5 ; 0,65 ; 0,01.
2. Écris chacune des fractions décimales ci-dessous sous forme de pourcentage.
   $\frac{45}{100}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{32}{10000}$.

Activité 10 Pourcentage d'une quantité donnée

1. Dans une classe de 2nde A de 50 élèves, on a 40 filles et 10 garçons.
   Calcule le pourcentage de filles de cette classe.
2. Dans une autre classe de 2nde A de 60 élèves, on a 30% de garçons.
   Détermine le nombre de garçons.

Récapitulons

Soit t et x deux nombres réels non nuls.

Prendre t% d'une quantité x, c'est multiplier x par $\frac{t}{100}$; soit $\frac{t}{100}x$.

Exercice de fixation

20 À la fin de l'année scolaire 2018 -2019, sur 7000 candidats au BEPC d'une région, 35% ont été déclarés admis.
Détermine le nombre de candidats admis de cette région.

Activité 11 Pourcentage d'une augmentation ou d'une réduction

1. Monsieur Kouaho a un salaire de 120.000 francs. Il reçoit une augmentation de 20%.
   Calcule son nouveau salaire.
2. Une entreprise locale fait une réduction de 10% sur un vélo qui coûtait 80.000 francs.
   Détermine le nouveau prix du vélo.

■ **Récapitulons**

Soit t et x des nombres réels non nuls.

- Augmenter de $t\%$ une quantité x, c'est multiplier x par $1+\frac{t}{100}$; soit $\left(1+\frac{t}{100}\right)x$.
- Diminuer (ou réduire) de $t\%$ une quantité x, c'est multiplier x par $1-\frac{t}{100}$; soit $\left(1-\frac{t}{100}\right)x$.

Exercices de fixation

21 Le salaire de Yao est de 60 000 F, il vient d'augmenter de 15%.
Détermine son nouveau salaire.

22 Un commerçant fait une remise de 25% sur une marchandise qui coûtait 35 000 F.
Détermine son nouveau prix.

23 Une entreprise de 1500 employés décide de recruter 300 employés supplémentaires.

Calcule le pourcentage de l'augmentation de l'effectif des employés.

Activité 12 Approximation décimale

On donne le nombre suivant : $\sqrt{5}$ = 2,2360679775.

1. Détermine la troncature d'ordre 2 de $\sqrt{5}$.
2. Donne l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut de $\sqrt{5}$.
3. Donne l'approximation décimale d'ordre 2 par excès de $\sqrt{5}$.
4. Donne l'arrondi d'ordre 2 de $\sqrt{5}$ et l'arrondi d'ordre 3 de $\sqrt{5}$.

■ **Récapitulons**

Soit n un entier naturel.

- La troncature d'ordre n d'un nombre est l'écriture de ce nombre avec n décimales.
- L'approximation décimale d'ordre n par défaut d'un nombre est la troncature d'ordre n de ce nombre.
- L'approximation décimale d'ordre n par excès d'un nombre est la troncature d'ordre n de ce nombre augmentée de10^{-n}.
- L'arrondi d'ordre n d'un nombre est l'approximation décimale d'ordre n par défaut de ce nombre lorsque le $(n + 1)$ ième chiffre après la virgule est 0 ; 1 ; 2 ; 3 ou 4.
- L'arrondi d'ordre n d'un nombre est l'approximation décimale d'ordre n par excès de ce nombre lorsque le $(n + 1)$ ième chiffre après la virgule est 5 ; 6 ; 7; 8 ou 9.

Exercice de fixation

24 On donne les nombres suivants : $\frac{22}{7}$ et $\frac{\sqrt{5}}{3}$ où $\sqrt{5}=2{,}2360679775\ldots$

1. Donne l'approximation décimale d'ordre 3 par défaut, puis par excès de chacun de ces nombres.
2. Trouve l'arrondi d'ordre 2 de chacun de ces nombres.

I. Quotients

Définition

Soit a et b deux nombres réels avec b non nul. On appelle quotient de a par b, le nombre noté $a : b$ ou $\frac{a}{b}$ tel que : $\frac{a}{b} \times b = a$.

C'est le résultat de la division d'un nombre par un autre.

Exemple

$\frac{2}{3}$ est un quotient.

Propriétés

Soit a, b, c et d des nombres réels.

- si $b \neq 0$ et $c \neq 0$, alors on a : $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$.
- si $c \neq 0$, alors on a : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ et $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$.
- si $b \neq 0$, alors on a : $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$.
- si $b \neq 0$ et $d \neq 0$, alors on a : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$.
- si $b \neq 0$ et $d \neq 0$, alors on a : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.
- si $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$, alors on a : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

Exemples d'application

- Rendons irréductible la fraction $\frac{10}{70}$.

On a : $\frac{10}{70} = \frac{10:10}{70:10} = \frac{1}{7}$.

La fraction irréductible de $\frac{10}{70}$ est donc $\frac{1}{7}$.

- Calculons $\frac{1}{7} + \frac{4}{3}$.

On a : $\frac{1}{7} + \frac{4}{3} = \frac{1 \times 3 + 7 \times 4}{7 \times 3} = \frac{3+28}{21}$

D'où : $\frac{1}{7} + \frac{4}{3} = \frac{31}{21}$.

- Calculons $\frac{1}{7} : \frac{4}{3}$.

On a : $\frac{1}{7} : \frac{4}{3} = \frac{1}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{28}$.

Pour s'entraîner : Exercices 1 ; 2 ; 3

II. Calcul avec les puissances

Propriétés

Soit a et b deux nombres réels non nuls ; n et m deux nombres entiers naturels.

$a^n \times b^n = (ab)^n$; $a^n \times a^m = a^{n+m}$; $(a^n)^m = a^{n\times m}$;

$(\frac{a}{b}) = \frac{a^n}{b^n}$; $\frac{1}{b^n} = b^{-n}$; $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

Exemples d'application

- $5^4 \times 6^4 = (5\times 6)^4 = 30^4$.
- $2^3 \times 2^{10} = 2^{3+10} = 2^{13}$.
- $\frac{3^2}{5^2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$.
- $(10^5)^4 = 10^{5\times 4} = 10^{20}$
- $\frac{5}{5^4} = 5^{1-4} = 5^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3$.

Pour s'entraîner : Exercice 4

III. Calcul avec les radicaux

Propriétés

Soit a, b et c trois nombres réels positifs.

- $\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{a\times b}$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (b \neq 0)$
- $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a}\times\sqrt{a} = a$
- $\sqrt{a^2} = a$
- $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right) = a-b$
- $\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \frac{a\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)}{(\sqrt{b}-\sqrt{c})\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)} = \frac{a\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)}{b-c}$ ($b \neq c$, $b \neq 0$ et $c \neq 0$).

Exemples d'application

- $\sqrt{45} = \sqrt{9\times 5} = \sqrt{3^2\times 5}$

Donc : $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.

- $(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right) = \left(2\sqrt{5}\right)^2 - (3\sqrt{2})^2 = 4\times 5 - 9\times 2 = 20-18$

Donc : $(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right) = 2$.

- $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)} = \frac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{5-3}$

$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{2}$, donc : $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$.

Pour s'entraîner : Exercices 5 ; 6 ; 7

IV. Proportionnalité

Définition

Deux grandeurs x et y sont dites proportionnelles lorsqu'il existe un nombre réel k (non nul) appelé coefficient de proportionnalité tel que $y = kx$ ou $x = \frac{1}{k}y$.

Tableau de proportionnalité

Dans un tableau de proportionnalité (présenté en ligne), on passe de la première ligne à la deuxième en multipliant chaque nombre par le coefficient de proportionnalité k, k non nul (et de la deuxième à la première en multipliant par $(\frac{1}{k})$. Autrement dit, pour vérifier qu'un tableau est un tableau de proportionnalité, on peut calculer tous les quotients $\frac{y}{x}$ et vérifier qu'ils sont tous égaux à k).

$+$ $\quad \times n$

x_1	x_2	x_3	$x_3 = x_1 + x_2$	x_4	$x_5 = n \times x_4$
y_1	y_2	y_3	$y_3 = y_1 + y_2$	y_4	$y_5 = n \times y_4$

$\times \frac{1}{k}$ $\quad \times k$

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{y_4}{x_4} = \frac{y_5}{x_5} = k .$$

Exemple

On considère le tableau ci-dessous :

Justifions que ce tableau est un tableau de proportionnalité.

x	1,2	2	3,4	6,1
y	3,6	6	10,2	18,3

$\frac{3,6}{1,2} = 3$; $\frac{6}{2} = 3$; $\frac{10,2}{3,4} = 3$; $\frac{18,3}{6,1} = 3$.

$\frac{3,6}{1,2} = \frac{6}{2} = \frac{10,2}{3,4} = \frac{18,3}{6,1} = 3$.

Donc le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité. On dit aussi que les grandeurs X et Y sont proportionnelles.

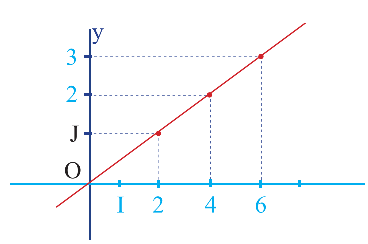
Représentation graphique d'une situation de proportionnalité

Si deux grandeurs sont proportionnelles, alors elles sont représentées graphiquement dans un repère par des points alignés avec l'origine du repère.

Tableau de proportionnalité

x	2	4	6
y	1	2	3

Représentation dans un repère



Détermination d'une quatrième proportionnelle

Soit a, b et c des nombres réels non nuls.

a	b
c	x ?

Trouvons le nombre x tel que ce tableau soit un tableau de proportionnalité.
On a l'égalité des produits en croix: $a \times x = c \times b$.

x est donné par la formule : $x = \dfrac{c \times b}{a}$.

Pour s'entraîner : Exercices 8 ; 9 ; 10

Pourcentage

Soit t et x des nombres réels non nuls.

- Prendre $t\%$ d'une quantité x, c'est multiplier x par $\dfrac{t}{100}$ soit : $\dfrac{t}{100}x$.
- Augmenter de $t\%$ une quantité x, c'est multiplier x par $1+\dfrac{t}{100}$; soit : $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)x$.
- Diminuer (ou réduire) de $t\%$ une quantité x, c'est multiplier x par $1-\dfrac{t}{100}$; soit : $\left(1-\dfrac{t}{100}\right)x$.

Pour s'entraîner : Exercices 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18

V. Approximation décimale

Définitions

Soit x un nombre réel et n un nombre entier naturel.

Le plus petit des deux nombres décimaux consécutifs d'ordre n qui encadrent le nombre x est appelé approximation décimale d'ordre n par défaut de x.

Le plus grand des deux nombres décimaux consécutifs d'ordre n qui encadrent le nombre x est appelé approximation décimale d'ordre n par excès de x.

Exemple

$\dfrac{22}{7} = 3{,}14285714...$

L'approximation décimale d'ordre 5 par défaut de $\dfrac{22}{7}$ est 3,14285.

L'approximation décimale d'ordre 5 par excès de $\dfrac{22}{7}$ est 3,14286.

Pour s'entraîner : Exercices 19 ; 20 ; 21

QUESTION 1

Comment compléter un tableau de proportionnalité ?

Méthode

Pour compléter un tableau de proportionnalité (présenté en lignes), on peut procéder comme suit :

- on utilise un coefficient de proportionnalité.
- on utilise la quatrième proportionnelle.

Exercice

On donne le tableau de proportionnalité ci-contre.

1. Complète-le en utilisant un coefficient de proportionnalité.
2. Complète-le en utilisant la quatrième proportionnelle.

5	8,5	...
...	85	90

Solution commentée

1. On a : $\frac{85}{8,5}=10$.

Le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la première ligne à la deuxième est 10 et celui qui permet de passer de la deuxième ligne à la première est $\frac{8,5}{85}=\frac{1}{10}$.

Le nombre correspondant à 5 est : 5×10=50.

Le nombre qui a pour correspondant 90 est : $90\times\frac{1}{10}=9$.

On obtient donc le tableau de proportionnalité ci-dessous.

5	8,5	9
50	85	90

2. Soit le tableau de proportionnalité ci-dessous.

5	8,5	x
y	85	90

On a l'égalité des produits en croix :

$8,5 \times y = 5 \times 85$; d'où $y=\frac{5\times 85}{8,5}=50$.

On a l'égalité des produits en croix :

$85 \times x = 8,5 \times 90$; d'où $x=\frac{8,5\times 90}{85}=9$.

On obtient donc le tableau de proportionnalité ci-dessous.

5	8,5	9
50	85	90

Exercice non corrigé

On donne le tableau ci-dessous qui est un tableau de proportionnalité. Complète-le.

3	...	5
$3\sqrt{3}$	6	...

QUESTION 2

Comment calculer un pourcentage d'augmentation ou de réduction ?

Méthode

Pour calculer un pourcentage d'évolution (augmentation ou réduction) entre une quantité de base que l'on nommera A, et une autre quantité appelée B, on peut procéder comme suit :

- on soustrait la quantité de référence A à la nouvelle quantité B : B – A ;
- on divise le résultat obtenu par le nombre de référence A : $\frac{B-A}{A}$;
- on multiplie ce dernier résultat par 100 pour le convertir en pourcentage : $\frac{B-A}{A}\times 100 = x\%$;
- si x est positif, alors B est une augmentation de + x % de A.
- En revanche, si x est négatif alors B est une réduction de $-x$ % de A.

Exercice

Moussa a acheté une voiture de collection à 20 millions. Puis il l'a rénovée et il souhaite maintenant la vendre à 25 millions. Calcule le pourcentage d'augmentation du prix de cette voiture.

Solution commentée

Notons A le prix initial de la voiture et B le nouveau prix de vente.

On soustrait la quantité de référence A à la nouvelle quantité B : B – A = (25–20) = 5 millions.

On divise le résultat obtenu par le nombre de référence A : $\frac{B-A}{A} = \frac{5}{20} = 0{,}25$.

On multiplie ce dernier résultat par 100 pour le convertir en pourcentage : 0,25 × 100 = 25 % ;

Moussa a donc augmenté de 25 % le prix de sa voiture.

Exercice non corrigé

La semaine dernière, Tante Affoua a acheté une robe à 35000 francs CFA. Mais aujourd'hui, les soldes ont commencé et la même robe est vendue à 29750 francs CFA.

Calcule le pourcentage de réduction du prix de la robe de Tante Affoua.

QUESTION 3

Comment trouver l'arrondi d'ordre *n* d'un nombre réel ?

Méthode

Pour trouver l'arrondi d'ordre n d'un nombre réel x, on procède comme suit :

- Si le $(n+1)$ *ième* chiffre après la virgule est 0 ; 1 ; 2 ; 3 ou 4, l'arrondi d'ordre n de x est l'approximation décimale d'ordre n par défaut de x.
- Si le $(n+1)$ *ième* chiffre après la virgule est 5 ; 6 ; 7 ; 8 ou 9, l'arrondi d'ordre n de x est l'approximation décimale d'ordre n par excès de x.

Exercice

Trouve l'arrondi d'ordre 3 de $\frac{8}{13}$.

Solution commentée

On a : $\frac{8}{13}$ = 0,615384... Le 4e chiffre après la virgule est 3.

Or 3 < 5 , donc l'arrondi d'ordre 3 de $\frac{8}{13}$ est l'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de $\frac{8}{13}$ qui est 0,615.

Exercice non corrigé

Trouve l'arrondi d'ordre 5 de $1+\sqrt{11}$.

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Opérations sur les quotients

1 Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{9}{5}-\frac{1}{5}$; b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$; c) $\frac{10}{7}-\frac{1}{3}$; d) $\frac{6}{7}+\frac{2}{10}$.

2 Effectue chacune des opérations ci-dessous et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{4}{3}\times\left(-\frac{3}{7}\right)$; b) $\left(-\frac{11}{15}\right)\times(-8)$; c) $5\times\left(-\frac{1}{25}\right)$; d) $\frac{16}{17}\times\frac{17}{16}$.

3 Effectue chacune des opérations ci-dessous et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\left(\frac{3}{4}:\frac{5}{6}\right)$; b) $5:\frac{5}{2}$; c) $\frac{4}{3}:\left(-\frac{3}{7}\right)$; d) $\left(-\frac{11}{15}\right):(-8)$; e) $5:\left(-\frac{1}{25}\right)$.

Calculs avec les racines carrées

4 Écris chaque expression ci-dessous sous la forme a^n, où a est un nombre réel et n un nombre entier relatif.

a) $9^{-10}\times5^{-10}$; b) $(13^6)^{-2}$; c) $17^{13}\times17^{-8}$; d) $\frac{13^6}{13^{-2}}$.

5 Écris chacun des nombres ci-dessous sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un nombre entier.

a) $\sqrt{48}$; b) $\sqrt{147}$; c) $\sqrt{363}$.

6 Écris chacune des expressions ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres et b l'entier naturel le plus petit possible.

a) $\sqrt{12}+2\sqrt{27}$; b) $\sqrt{5^{11}}$; c) $-11\sqrt{5}+3\sqrt{5}-\sqrt{45}-\frac{\sqrt{5}}{6}$;

d) $\sqrt{\frac{54}{30}}\times\sqrt{40}$; e) $\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

7 Écris chacun des quotients ci-dessous sans radical au dénominateur.

a) $\frac{3}{5-\sqrt{2}}$; b) $\frac{-10}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$; c) $\frac{\sqrt{5}}{-1-\sqrt{2}}$.

Tableau de proportionnalité – quatrième proportionnelle

8 Chez un teinturier, le prix du lavage d'un tapis est proportionnel à la surface de ce tapis. Il est indiqué sur une pancarte « Nettoyage de tapis : 1500 francs CFA les 5 m^2 ». Reproduis et complète le tableau ci-après.

Surface (en m²)	2,5	5			20
Prix (en francs CFA)		1500	2250	6750	

9 Une commerçante fabrique du jus de pomme. Avec 50 Kg de pommes, elle obtient 20 L de jus de pomme.

1. Détermine la masse de pommes qu'il faut pour fabriquer 50 L de jus de pomme.
2. Détermine la quantité de jus de pomme que l'on peut obtenir avec 70 Kg de pommes.

10 Pendant la saison des pluies, on a mesuré la quantité d'eau s'écoulant du fleuve Comoé pendant 10 s.
On a trouvé 3.210.000 litres. Détermine le volume d'eau qui s'écoule en une seconde.

Pourcentages

11 On donne les pourcentages suivants :
23 % ; 12,05 % ; 45 %.

1. Traduis chacun de ces pourcentages par un nombre décimal.
2. Traduis chacun de ces pourcentages par une fraction décimale.

12 Écris chacun des nombres décimaux suivants sous la forme d'un pourcentage : 0,002 ; 0,1 ; 0,75.

13 Amine a reçu 100.000 francs CFA pour son anniversaire et il souhaite dépenser 20 % de cette somme. Détermine le montant qu'il peut utiliser.

14 Massé a une corde à sauter de 80 cm de long et elle souhaite l'allonger de 15 %. De combien de centimètres va-t-elle agrandir sa corde ?

15 Liam a un sac qui contient 200 billes. Il en donne 50 à son petit frère et il lui en reste donc 150. Détermine le pourcentage de billes qu'il a donné à son petit frère.

16 Djénéba a acheté 10 cartons de manuels scolaires de Mathématiques à 500.000 francs CFA. Elle souhaite maintenant revendre les 10 cartons à 700.000 francs CFA.

Calcule le pourcentage d'augmentation du prix des 10 cartons.

17 Une usine a fabriqué 40.000 objets en 2020. Quelle sera la production en 2021 si celle-ci baisse de 1%?

18 Lors de sa première semaine de sortie en salle un film a été vu par 325.000 spectateurs. La semaine suivante 312.000 spectateurs sont allés le voir. Quel est le taux d'évolution associé à cette diminution ?

Approximations décimales

19 On donne le nombre *a* tel que : a = 1,5681559963.

1. a) Donne l'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de a.

   b) Donne l'approximation décimale d'ordre 3 par excès de a.

2. a) Donne l'approximation décimale d'ordre 5 par défaut de a.

   b) Donne l'approximation décimale d'ordre 5 par excès de a.

20 On donne le nombre x tel que : x = 0, 0051569.

1. Donne l'arrondi d'ordre 2 de x.
2. Donne l'arrondi d'ordre 3 de x.
3. Donne l'arrondi d'ordre 6 de x.

21 On donne : $\sqrt{41} = 6{,}403124$.

Détermine l'arrondi d'ordre 2 de $-\sqrt{41}$.

Exercices de renforcement/approfondissement

22 Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une fraction irréductible.

$a)\ \frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$; $b)\ \frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$;

$c)\ 2+\frac{1}{5}-\frac{2}{3}$; $d)\ 2-\frac{1}{5}-\frac{2}{3}$.

23 Effectue chacune des opérations ci-dessous et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{2}{3}\times(-\frac{3}{7})\times\frac{5}{8}$; b) $(-\frac{7}{15})\times(-8)\times\frac{5}{21}$;

c) $(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}) : \frac{3}{2}$; d) $11 : (\frac{2}{3}-\frac{5}{2})$.

24 Effectue chacune des opérations ci-dessous et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$a)\ \dfrac{\frac{5}{6}-\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}$; $b)\ \dfrac{3-\frac{7}{5}}{1-\frac{9}{10}}$; $c)\ 2+\dfrac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{14}}$.

25 Écris chaque expression ci-dessous sous la forme a^n, où a est un nombre entier naturel et n un entier relatif.

$a)\ 7^{-24}\times 7^{-26}\times 7^{52}$; $b)\ (5^{-8}\times 5^{6})^{3}$;

c) $\dfrac{2^5\times 3^7}{3^5\times 2^3}$; $d)\ \dfrac{5^{12}\times 10^{-3}\times 3^8}{10^{-5}\times 3^8\times 5^{10}}$.

26 Calcule chacune des expressions suivantes:

$a)\ (\sqrt{2}-1)(2-\sqrt{2})$; $b)\ (2\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})$;

$c)\ (\sqrt{7}-3)^2$; $d)\ (\sqrt{6}+3)^2$.

27 Écris chaque expression ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux nombres entiers, b le plus petit possible.

a) $\sqrt{96}+2\sqrt{24}-3\sqrt{54}$ b) $2\sqrt{32}-2\sqrt{50}+6\sqrt{8}$.

28 Écris chaque expression ci-dessous sous forme d'un produit de puissances de nombres premiers.

a) $3^9\times(3^3\times 2^4)^{-2}$; b) $\dfrac{3^3\times(2\times 5)^4}{(3\times 5)^2}$.

29 Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, les éléments des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est exacte. Écris le numéro de chaque ligne suivi de la lettre qui permet d'obtenir l'affirmation vraie.

		A	B	C	D
1	Une hausse de 30% suivie d'une hausse de 20% correspond à une hausse de...	50%	54%	55%	56%
2	Une baisse de 25% suivie d'une baisse de 10% correspond à une baisse de...	35%	32%	32,5%	33%
3	Une hausse de 50% suivie d'une baisse de 50% correspond à...	une stagnation	une hausse de 50%	une baisse de 25%	une baisse de 50%
4	Une baisse de 20% suivie d'une hausse de 20% correspond à...	une hausse de 4%	une baisse de 4 %	une baisse de 4,2%	une stagnation de 20%

30 Un travailleur a touché 250.000 FCFA comme salaire pour le mois de décembre 2021. Pour les fêtes de fin d'année, il a dépensé 75.000 FCFA.

Détermine le pourcentage de son salaire qu'il a dépensé pour ces fêtes.

31 À la suite d'une promotion, le salaire d'un travailleur passe de 215.000 FCFA à 258.000 FCFA.
Calcule le pourcentage d'augmentation de son salaire.

32 Un commerçant fait une réduction de 10% sur la facture d'un client fidèle qui s'élève à 3.170.500 F CFA. Calcule la somme que ce client va payer au commerçant.

33 En 2001, le prix du pétrole a subi deux augmentations, une de 15% suivie d'une de 5%. Calcule le pourcentage de l'augmentation du prix du pétrole pour l'année 2001.

34 On augmente la longueur d'un rectangle de 20% et on diminue sa largeur de 20%.

1. Dis si l'aire du rectangle a augmenté ou diminué. Justifie ta réponse.
2. Précise cette variation en pourcentage.

35 Le loyer de l'appartement de Zadi était de 95.000 francs CFA par mois. Le propriétaire a augmenté ce loyer de 11, 58 %.

1. Détermine la valeur de l'augmentation du loyer de Zadi.
2. Détermine le nouveau prix du loyer de Zadi.

36 Le tableau ci-dessous indique la mesure en mètre de la hauteur d'eau d'un lac pendant chaque mois de l'été.

Mois	Juin	Juillet	Août
Hauteur en mètre	5,4	5,3	5,1

1. a) Détermine le pourcentage de baisse de juin à juillet, arrondi à 0,01 % près.
   b) Détermine le pourcentage de baisse de juillet à août, arrondi à 0,01 % près.
2. Détermine le pourcentage de baisse global, arrondi à 0,01 % près.
3. Déduis-en de quel pourcentage, arrondi à 0,01 % près, la hauteur d'eau doit-elle augmenter pour retrouver son niveau de juin.

Situations complexes

37 Un propriétaire terrien désire inscrire sa fille dans une grande école. Par manque de moyen, il décide de vendre le quart de sa propriété en 2020 puis les quatre cinquièmes du reste en 2021. Le propriétaire voulant évaluer le reste de son terrain qui reste invendu te sollicite.

Réponds à sa préoccupation.

38 Abigaïl possède une bague en or qui pèse 5,25 g et a un volume égal à 350 mm^3. Elle souhaite savoir si la bague est en « or pur » ou non afin de la revendre au meilleur prix. La masse volumique de l'or pur est de 19,5 g/cm^3.
Aide Abigaïl à résoudre son problème.

39 Pour leurs 24 jours de vacances, Akui, Gabelaud et M.Baw trois élèves d'une classe de seconde A ont loué ensemble, une planche à voile. La facture est calculée après l'utilisation de la voile. Cette facture est proportionnelle au nombre de jours d'utilisation de la voile.
Akui l'a utilisée pendant 9 jours, Gabelaud l'a utilisée pendant 12 jours, enfin M.Baw les 3 derniers jours. Le prix total de la location est 54 600 F.

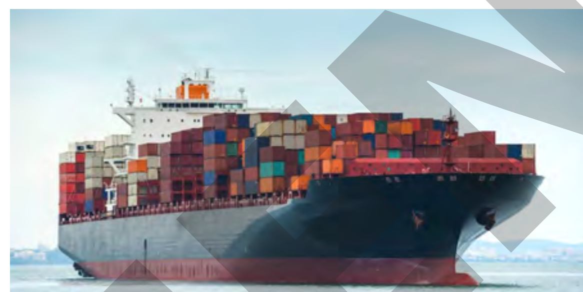
Chacun veut savoir ce qu'il doit payer par rapport au nombre de jours utilisés. Ayant des difficultés pour effectuer des calculs, ils te sollicitent.

Calcule la part à payer par chacun des vacanciers.

40 Un pétrolier s'échoue sur les côtes d'une plage près d'un lycée et son chargement de 344.000 tonnes de pétrole se répand à la surface de la mer.
Les informations ventilées à la radio locale précisent que 1 m^3 de pétrole a une masse de 860 kg, et que la couche formée à la surface de l'eau a une épaisseur de 10^{-2} cm.

Des élèves de seconde, soucieux de leur environnement, veulent déterminer l'aire qui sera couverte par cette nappe

Détermine l'aire en km^2 qui est couverte par cette nappe.



41 Deux stations d'essence A et B pratiquent le même prix du litre de super sans plomb. Le gérant de la station A augmente ce prix de 6% puis diminue le nouveau prix de 8%. Quant au gérant de la station B, il diminue ce prix de 8% puis augmente le nouveau prix de 6%.

Madame ONO vient d'acquérir une voiture et elle hésite à choisir une des deux stations. Elle te sollicite pour savoir la station la moins chère après les deux variations.
Détermine le pourcentage d'augmentation ou de diminution de chaque station.

2 CALCUL LITTÉRAL

Commentaire de la Leçon

François Viète (1540–1603)

L'algèbre fit un bond prodigieux au XVIe siècle grâce aux mathématiciens Français François Viète (1540–1603) et Albert Girard (1595–1632), qui ont rendu public le calcul littéral.

Au lieu d'astreindre à résoudre un problème en langage courant, ce qui est fastidieux, ils utilisèrent aussi bien des chiffres que des lettres.

Le passage de phrases à des lettres s'avéra puissant et efficace. On connaît la lourdeur d'un énoncé en langage courant. Ainsi : «Trouver un nombre dont le triple ajouté au nombre quatre vaut zéro» se simplifie, en langage mathématique, en «Résoudre l'équation : $3x + 4 = 0$». Un problème qui nécessitait jadis plusieurs pages d'exposés se résout aujourd'hui en quelques lignes de calcul symbolique.

Le calcul littéral a été déjà abordé en classe de troisième. Il s'agira en classe de seconde littéraire de réinvestir les acquis sur les produits remarquables à travers la manipulation des polynômes notamment, réduire, ordonner et factoriser un polynôme. Ce thème se traitera en séances d'exercices. On pourra confondre à volonté une fonction polynôme P et l'expression de l'image d'un nombre réel x par P : $P(x)$.

Pour les factorisations, on précisera la forme attendu du résultat.

Lorsque le facteur commun ne se prête pas à une reconnaissance immédiate, il doit être découvert à partir d'une question intermédiaire .On se limitera à des polynômes de degré 2.

La forme canonique n'est pas au programme de Seconde A.

Le calcul littéral intervient dans plusieurs domaines de la vie courante tels que : la physique, la chimie, l'aérodynamisme, la fiscalité, les problèmes de partage et dans diverses branches des mathématiques (théorie des nombres, la probabilité avancée, mathématiques financières…).

Habiletés et Contenus

- **Connaître** les produits remarquables : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.
- **Reconnaitre** le développement d'un produit remarquable.
- **Développer** des expressions littérales.
- **Réduire** des expressions littérales.
- **Ordonner** un polynôme.
- **Factoriser** un polynôme en utilisant un facteur commun ; un polynôme en utilisant le développement d'un produit remarquable.
- **Calculer** une valeur numérique d'une expression littérale ; de manière performante avec les produits remarquables.
- **Traiter** une situation faisant appel au calcul littéral.

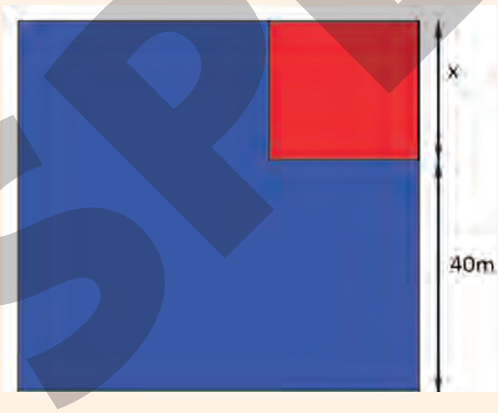
Situation d'Apprentissage

Amara est un planteur de la localité de Tafiré, il possède parmi ses terres, une parcelle carrée d'une superficie de 4900 m². À l'approche de la saison des pluies, il décide de mettre en valeur un coin de la parcelle en forme carrée (la partie en rouge) telle qu'indique, la figure ci-dessous.

Il veut y cultiver du maïs et utiliser le reste de la parcelle (la partie en bleue) pour la culture du riz.

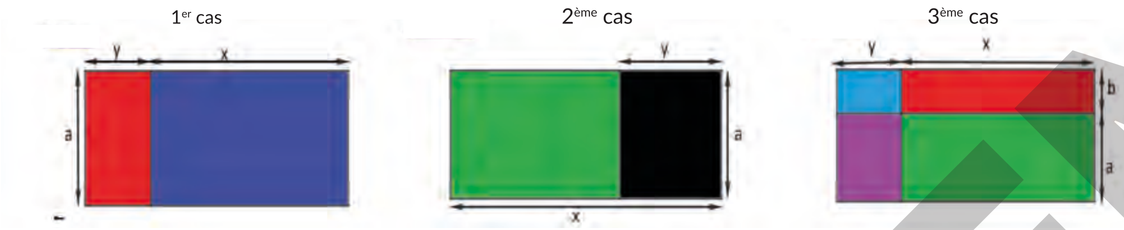
Il souhaite connaitre l'aire de la partie réservée pour la culture du riz afin d'avoir une idée exacte de la quantité d'engrais à utiliser pour ces différentes cultures. Pour cela, il sollicite l'aide de son fils Moussa en classe de seconde qui à son tour, contacte son professeur de mathématiques.

Ce dernier décide donc de les former sur le calcul littéral.



Activité 1 Développer une expression littérale d'un des types suivants : $a(x+y)$, $a(x-y)$ et $(a+b)(x+y)$

Dans chacun des cas, calcule de deux manières différentes l'aire de chacun des rectangles ci-dessous.



Récapitulons

a, b, x et y sont des nombres réels. On a :

$a(x + y) = ax + ay$;

$a(x - y) = ax - ay$;

$(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by$.

Exercices de fixation

1 Développe les expressions A, B et C telles que :
A= $-2(4 + u)$; B = $6(y - 7)$; C = $(x + 6)(5 + b)$.

2 Développe les expressions suivantes :
a) $-2(4 + s)$; b) $-3(y - 8)$; c) $(x + 7)(3 + b)$;
d) $(x + 7)(2 - b)$; e) $(x - 6)(5 - b)$.

Activité 2 Réduire une expression littérale

On considère l'expression littérale A telle que :
A = $4x^3 + 2 - 3x^2 + 2x - 2 - 2x^3 + x^2 - 5x + 3$.

1. Regroupe les termes en x^3 ; les termes en x^2 ; les termes en x et les termes constants et calcule leur somme.
2. Déduis-en une autre écriture de A.

Récapitulons

Pour réduire une expression littérale, on effectue la somme des termes de même nature.

Exercices de fixation

3 Réduis les expressions B et C telles que :
B = $2x^2 - 4x - 3x + 6$ et C = $12x + 21x^2 - 3 - 7x$.

4 Développe et réduis l'expression D définie par :
D = $(4x + 5)(8x - 7)$.

Activité 3 Ordonner un polynôme

On considère les polynômes P et Q suivants : $P = -7x^2 + 2x + 3x^3 - 8 + 10x - 2x^3$ et $Q = 5 - 14x + 3x^3 + 2x^2 + 3x^2 - 7x$.

1. Réduis et ordonne chacun des polynômes P et Q du monôme du plus petit degré au monôme du plus haut degré.
2. Réduis et ordonne chacun des polynômes P et Q du monôme du plus haut degré au monôme du plus petit degré.
3. Donne le degré de P et celui de Q.

Récapitulons

- Un polynôme peut être réduit et ordonné suivant les puissances croissantes de x ou suivant les puissances décroissantes de x.
- Le degré d'un polynôme est le degré de son monôme de plus haut degré.

Exercice de fixation

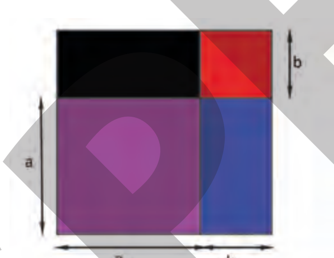
5

1. Réduis et ordonne selon les puissances croissantes de x le polynôme P suivant :
   $P = 4x - 12x^2 + 8x - 9 + 4 - 6x$.
2. Réduis et ordonne selon les puissances décroissantes de x le polynôme P suivant :
   $P = -5x + 3x^2 - 7x + 10 + 8 - 4x$.

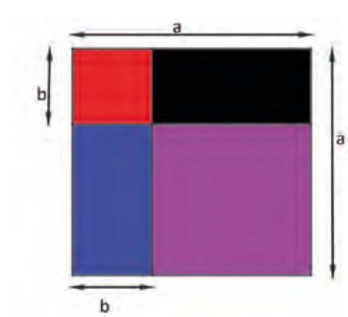
Activité 4 Produits remarquables

1. Dans les deux cas suivants, les deux figures représentent des carrés.

1[er] cas



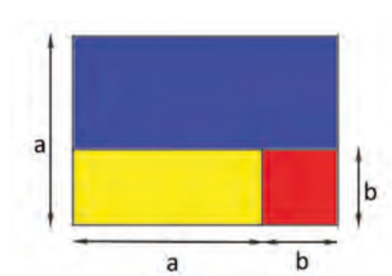
2[ème] cas



a) Calcule de deux manières différentes l'aire du carré dans le premier cas.
b) Calcule de deux manières différentes l'aire de la partie violette dans le deuxième cas.

2. La figure ci-contre représente un rectangle.

   Calcule de deux manières différentes l'aire de la partie en bleue.



Récapitulons

a et b sont deux nombres réels. On a les égalités suivantes :

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

Ce sont des égalités remarquables.

Exercice de fixation

6 Trouve le développement qui correspond aux différents produits suivants :

a) $(2x + 5)^2$; b) $(2x - 5)^2$; c) $(2x - 5)(2x + 5)$.

Activité 5 Factoriser un polynôme

Factorise chacune des expressions A, B, C et D telles que :
$A = 81x^2 + 18x + 1$; $B = 49x^2 - 28x + 4$; $C = 64 - 81x^2$; $D = 5x(2x + 1) + (7 + x)(2x + 1)$.

Récapitulons

Pour factoriser un polynôme, on peut utiliser le développement d'un produit remarquable ou mettre en évidence un facteur commun.

Exercice de fixation

7 Factorise chacune des expressions E, F, G et H telles que :

$E = 25x^2 + 40x + 16$; $F = 121x^2 - 88x + 16$; $G = 36 - 16x^2$; $H = 7x(-3x + 1) - (10 + 6x)(-3x + 1)$.

Activité 6 Calcul de la valeur numérique d'une expression littérale

On donne l'expression A telle que : $A = 2x(x + 2) - 5(x + 2) + 8(x^2 - 4)$.

1. Donne l'expression développée et réduite de A.
2. Donne l'expression factorisée de A.
3. Calcule, avec chacune des formes de A, la valeur numérique de A pour $x = -1$.

Récapitulons

Pour calculer la valeur numérique d'une expression littérale, on peut utiliser sa forme développée et réduite ou sa forme factorisée.

Exercice de fixation

8 On donne l'expression B telle que : $B = (2x - 5)(x + 7)$.
Calcule la valeur numérique de B pour $x = 2$.

I. Développement d'une expression littérale

Définition
Développer une expression littérale, c'est l'écrire comme une somme algébrique de termes sans parenthèses.

Propriétés
a, b, x et y sont des nombres réels. On a :
- $a(x + y) = ax + ay$;
- $a(x - y) = ax - ay$;
- $(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by$;
- $(a + b)(x - y) = ax - ay + bx - by$.

Exemples d'application

On a :
- $3(2 + u) = 3 \times 2 + 3 \times u = 6 + 3u$.
- $4(5 - v) = 4 \times 5 - 4 \times v = 20 - 4v$.
- $(5 + t)(u + 7) = 5 \times u + 5 \times 7 + t \times u + t \times 7 = 5u + 35 + tu + 7t$.
- $(5 + t)(u - 7) = 5 \times u - 5 \times 7 + t \times u - t \times 7 = 5 u - 35 + tu - 7t$.

Pour s'entraîner : Exercices 1 ; 2 ; 3

II. Réduction d'une expression littérale

Définition
Réduire une expression littérale, c'est l'écrire comme une somme algébrique comportant le moins de termes possibles.

Exemple
Réduisons l'expression A telle que : $A = 5 + 5x - 9 + 15x^2 + 8x - 3x^2$.
On a : $A = 15x^2 - 3x^2 + 5x + 8x + 5 - 9$.
Donc : $A = 12x^2 + 13x - 4$.

Pour s'entraîner : Exercices 4 ; 5 ; 6

III. Ordonner un polynôme

Définitions
- On appelle monôme de coefficient a et de degré n, toute expression de la forme ax^n où a est un nombre réel et n un nombre entier naturel.
- On appelle polynôme toute somme algébrique de monômes.

Exemples
- $-5x^2$ est un monôme de coefficient -5 et de degré 2.
- 11 est un monôme de coefficient 11 et de degré 0.
- $-7x + 3$ n'est pas un monôme.
- $3x^2 + 2x + 5$ est un polynôme de degré 2.
- $x^2 + \frac{2}{x} - 3$ n'est pas un polynôme.

Remarques

- Tout monôme est un polynôme.
- 0 est le polynôme nul.

Pour s'entraîner : Exercices 7 ; 8 ; 9

Définition

Ordonner un polynôme, c'est donner une écriture de ce polynôme suivant les puissances croissantes de l'inconnue ou suivant les puissances décroissantes de l'inconnue.

Exemples

- $1 + 3x + 4x^2$ est un polynôme réduit et ordonné suivant les puissances croissantes de x.
- $4x^2 + 3x + 1$ est un polynôme réduit et ordonné suivant les puissances décroissantes de x.

Pour s'entraîner : Exercices 10 ; 11

IV. Produits remarquables

Propriétés

a et b sont deux nombres réels. On a :

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
- $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

Exemples d'application

Développons et réduisons les différents produits suivants : $(2x + 3)^2$; $(3x - 5)^2$ et $(2x - 3)(2x + 3)$.

On a :

- $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$.
- $(3x - 5)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = 9x^2 - 30x + 25$.
- $(2x - 3)(2x + 3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$.

Pour s'entraîner : Exercices 12 ; 13 ; 14

V. Factorisation d'un polynôme

Définition

Factoriser un polynôme, c'est donner une écriture de ce polynôme sous la forme d'un produit de facteurs.

Propriétés

k , a et b sont des nombres réels. On a :

- $ka + kb = k(a + b)$ et $ka - kb = k(a - b)$;
- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$;
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$;
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

Exemples d'application

On a :

- $-15 + 20x = -5(3 - 4x)$.
- $4(x + 2) + 5x(x + 2) = (x + 2)(4 + 5x)$.
- $16 + 8x + x^2 = 4^2 + 2 \times 4 \times x + x^2 = (4 + x)^2$.
- $25 - 30x + 9x^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times (3x) + (3x)^2 = (5 - 3x)^2$.
- $49 - 4x^2 = 7^2 - (2x)^2 = (7 - 2x)(7 + 2x)$.

Pour s'entraîner : Exercices 15 ; 16

VI. Calcul de la valeur numérique d'une expression littérale

Point méthode

Pour calculer la valeur numérique d'une expression littérale, il suffit de remplacer l'inconnue par sa valeur puis calculer le nombre obtenu.

Remarque

Pour calculer la valeur numérique d'une expression littérale, il est judicieux d'utiliser l'écriture de cette expression littérale qui n'entraînera pas des calculs fastidieux.

Exemple d'application

On donne ci-dessous les deux écritures d'une même expression A : $16 - 8x + x^2$ et $(4 - x)^2$.

Calculons la valeur numérique de A pour $x = 2$.

Pour $x = 2$, on a :

$16 - 8x + x^2 = 16 - 8 \times 2 + 2^2 = 16 - 16 + 4 = 4$ et $(4 - x)^2 = (4 - 2)^2 = 2^2 = 4$.

On privilégiera, l'utilisation de la forme : $(4 - x)^2$.

Pour s'entraîner : Exercice 17

QUESTION 1

Comment développer, réduire et ordonner un polynôme ?

Méthode

Pour développer, réduire et ordonner un polynôme, on peut procéder comme suit :

- on utilise une égalité remarquable ;
- on regroupe et calcule tous les termes de même nature ;
- on ordonne les résultats obtenus suivant les puissances croissantes ou suivant les puissances décroissantes de l'inconnue.

Exercice

Développe, réduis et ordonne l'expression A telle que : $A = 4(x + 2) + 3(2x - 4) + 25 - 36x^2 + (x + 3)^2$.

Solution commentée

✓ On développe l'expression A en utilisant des égalités remarquables.
$A = 4x + 8 + 6x - 12 + 25 - 36x^2 + x^2 + 6x + 9$;

✓ On regroupe et on calcule les termes de même nature.
On a : $A = 4x + 6x + 6x - 36x^2 + x^2 + 9 + 8 - 12 + 25$; $A = 16x - 35x^2 + 30$.

✓ On ordonne A suivant les puissances décroissantes de x.
On a : $A = -35x^2 + 16x + 30$.

✓ On ordonne A suivant les puissances croissantes de x.
On a : $A = 30 + 16x - 35x^2$.

Exercice non corrigé

Développe, réduis et ordonne l'expression A telle que : $A = -5(2x + 4) + 6(-3x - 1) + 81 - 49x^2 + (4 - 2x)^2$.

QUESTION 2

Comment factoriser un polynôme ?

Méthode

Pour factoriser un polynôme, on peut :

- utiliser une égalité remarquable ;
- mettre en évidence un facteur commun ;
- utiliser à la fois les deux méthodes précédentes.

Exercice

Factorise le polynôme P tel que : $P = 3 + x + 2x(x + 3) + 9 - x^2 + 9 + 6x + x^2$.

Solution commentée

✓ On utilise les deux égalités remarquables suivantes :
$9 - x^2 = (3 - x)(3 + x)$ et $9 + 6x + x^2 = (3 + x)^2$; d'où : $P = (3 + x) + 2x(x + 3) + (3 - x)(3 + x) + (3 + x)^2$.

✓ On met en évidence le facteur commun : $3 + x$; d'où : $P = (3 + x)(1 + 2x + 3 - x + 3 + x)$.

✓ On effectue les calculs et on obtient : $P = (3 + x)(7 + 2x)$.

Exercice non corrigé

Factorise le polynôme P tel que : $P = 4 + 3x + 3x(3x + 4) + 16 - 9x^2 + 16 + 24x + 9x^2$.

Exercices de fixation

Développement d'une expression littérale

1 Recopie et complète chacune des égalités suivantes :

1) $a(x + y) = \dots\ x + \dots\ y$;
2) $a(x - y) = \dots\ x - \dots\ y$;
3) $(a + b)(x + y) = \dots\ x + \dots\ y + \dots\ x + \dots\ y$.

2 Reproduis les deux tableaux ci-dessous et relie chaque expression littérale de gauche à sa forme développée qui lui convient à droite.

$2(x + b)$	•	•	$8x + bx + 48 + 6b$
$-8(3x + 4b)$	•	•	$5b - 15x$
$-3(x + b)$	•	•	$4x - 2bx + 10 - 5b$
$5(b - 3x)$	•	•	$-3x - 3b$
$(x + 6)(8 + b)$	•	•	$2x + 2b$
$(-2x + 4)(5 + b)$	•	•	$-24x - 32b$

3 Développe chacune des expressions suivantes :

a) $7(t + 3s)$; b) $-4(t + 6y)$; c) $2b(-5x + 8)$;
d) $3(t + 5)(4 + 2x)$; e) $8(x + 3)(4 - 2t)$.

Réduction d'une expression littérale

4 Reproduis les deux tableaux ci-dessous et relie chaque expression littérale de gauche à sa forme réduite qui lui convient à droite.

$x^2 + 2x(x + 7) - 6x$	•	•	$-x^2$
$-8x + 8(3x + 2) - 16$	•	•	$2x^2 + 2x - 6$
$-3(x+2)+2x^2+5x$	•	•	$16 + 5x^2$
$(x+4)(4-x)+6x^2$	•	•	$3x^2 + 8x$
$(x+6)(8+x)-5+6x$	•	•	$-10x + 5bx + 4b + 20$
$(-2x+4)(5+b)+7bx$	•	•	$x^2 + 20x + 43$
$(2x + 5)(2x - 5) - 5x^2 + 25$	•	•	$16x$

5 Développe et réduis chacune des expressions A, B, C et D telles que :

$A=7(3t - 15) - 5t$; $B = 8x(x + 6) - 9(x - 5)$;
$C=(4t + 6)(5t - 4) - 7t^2$; $D= (s - 8)(3s + 5) - (s - 12)$.

6 Développe et réduis chacune des expressions E, F, G et H telles que :

$E= 7(\sqrt{3}t - 15) - 3t$; $F = 8(x+\sqrt{5}) - 9(x-\sqrt{5})$;

$G= (\sqrt{3}t + 6)(\sqrt{3}t - 4) - 7t^2$;

$$H = \left(s - \frac{8}{5}\right)\left(\frac{3}{2}s + \frac{7}{5}\right) - \left(\frac{1}{5}s - \frac{12}{5}\right).$$

Identifier un polynôme- Ordonner un polynôme

7 Parmi les expressions suivantes, indique les monômes.

$x + 4$; $-3x$; $\dfrac{2}{x}$; $9x^2$; 17 ; $x^2 - 6x$.

8 Parmi les monômes suivants, indique ceux qui ont pour coefficient 8.

$-8x^2$; $8x^3$; $3x^8$; $16x^8$; $\dfrac{7}{2}x^8$; $-6x^2$; $8x^8$; $8x^2$; $24x^3$; $-16x^9$.

9 Parmi les expressions suivantes, indique les polynômes.

$4x^2 + x$; $-3x$; $\dfrac{2}{x}$; $3x - 9x^3 + 6x^2$; 7 ;

$x^2 - 7x + 32x + 1$; $\sqrt{(3x+8)}$.

10 Réduis et ordonne suivant les puissances croissantes de x chacun des polynômes P, Q, R et S ci-dessous.

$P = 2x^2 + 5x - 10x^2 + 8 - 15x$;
$Q = 7x^2 + 8x - 25x^2 + 30 - 12x$;
$R = 8x - 25x^2 + 6x - 4 + 9 - 12x + 5x - 10x^2 + 8 - 15x$;
$S = 14x - 6 + 5x^2 - 8 - 12x^2$.

11 Réduis et ordonne suivant les puissances décroissantes de x chacun des polynômes T, U, V et W ci-dessous.

$T = 5x^2 + 10x - 6x^2 + 5 - 11x$;
$U = -12x^2 + 2x - 30x^2 + 45 - 15x$;
$V = 2x - 10x^2 + 3x - 14 + 8 - 24x + 12x - 28x^2 + 15 - 35x$;
$W = 7x - 12 + 2x^2 - 9 - 8x^2$.

Produits remarquables

12 Recopie et complète chacune des égalités suivantes :

a) $(s + t)^2 = \ldots + 2 \ldots + \ldots$;

b) $(s - t)^2 = \ldots - 2 \ldots + \ldots$;

c) $(s + t)(s - t) = \ldots - \ldots$

13 Recopie et écris V dans la colonne de droite si l'égalité est vraie ou F si l'égalité est fausse.

$(x + 6)^2 = x^2 + 6x + 36$	
$(5 + 2x)^2 = 25 + 20x + 4x^2$	
$(5 - 2t)^2 = 25 - 20t + 2t^2$	
$(6 - s)^2 = 36 - 12s + s^2$	
$100 - 81t^2 = (10 - 9t)(10 + 9t)$	
$49 - 25t^2 = (7 - 5t)(7 + 5t)$	
$64 - 121s^2 = (8 - 11s)(8 - 11s)$	

14 Développe, réduis et ordonne suivant les puissances décroissantes de x les polynômes ci-dessous :

a) $(5x + 6)^2 - 2x^2 + 14$; b) $(3x + 4)^2 - 3x + 5x^2$;

c) $(6x - 2)^2 + (x - 2)(x + 2)$; d) $100 - 25x^2 + (x + 2)^2$.

Factorisation d'un polynôme

15 Factorise chacun des polynômes P, Q, R et S suivants :

$P = (3t + 5)(-2t + 6) - 4(3t + 5)$;

$Q = (-2x + 3)(-5x + 1) + (4x + 3)(-2x + 3)$;

$R = (x + 5)(4x - 3) - (x + 5)^2$;

$S = x^5 (3x + 2) + x^4$.

16 Factorise chacun des polynômes T, U, V, W et X suivants :

$T = 9x^2 + 18x + 9$;

$U = 81 - 32x + 4x^2$;

$V = 121 - 25t^2$;

$W = 25(x + 3)^2 - 49(2x - 3)^2$;

$X = (-3x + 5)^2 - (-3x + 6)^2$.

Calcul de la valeur numérique d'une expression littérale

17 Dans chacun des cas ci dessous, calcule la valeur numérique de A pour x_0 donné.

a) $A = \frac{x^2}{5} + 7x + 8$, où $x_0 = -2$;

b) $A = x^2 + 4x + 12$, où $x_0 = 3$;

c) $A = \frac{x^2}{2} + 6x - 15$, où $x_0 = -1$;

d) $A = (3x + 5)(5x - 12) + 2x^2$, où $x_0 = -3$;

e) $A = 5x^2 - 81 + (3x + 4)$, où $x_0 = 1$.

Exercices de renforcement / approfondissement

18 Développe et réduis chacun des polynômes suivants :

p) $5x\left(1+2\sqrt{3}\right)^2+2x\left(1+2\sqrt{3}\right)$;

q) $\left(2-x\sqrt{5}\right)^2-\left(3-x^2\sqrt{5}\right)^2$; r) $\left(1-2\sqrt{3}x\right)^2+5\sqrt{3}x+12$.

19 Développe et réduis chacun des polynômes suivants :

a) $\left(5x+\sqrt{3}\right)^2$; b) $\left(-\sqrt{2}+x\sqrt{7}\right)\left(x\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)$;

c) $\left(-6+x\sqrt{5}\right)^2$.

20 Développe et réduis les expressions T et S telles que :

$T=\left(\sqrt{8-\sqrt{6}}+\sqrt{8+\sqrt{6}}\right)$; $S=\left(7-3\sqrt{7}\right)^2+\left(3+\sqrt{7}\right)^2$.

21 Développe, réduis et ordonne le polynôme B défini par :

$B = (2 - 3x)^2 - (2 - 3x)(7 + x) + 5(4 - 9x^2)$.

22

1. Factorise D et H tels que : $D = 5 + 15x$ et $H = 3 + 9x$.
2. Utilise les réponses ci-dessus pour factoriser F et G tels que :

$F = 3x(5 + 15x)(x + 1) + (3 + 9x)(2x + 3)$ et

$G = (x - 5)(3 + 9x) - x(5 + 15x)$.

23

1. Recopie et complète par le nombre qui manque :

$49=(\ldots)^2$; $121=(\ldots)^2$; $36=(\ldots)^2$; $\frac{1}{64}=\left(\frac{\ldots}{\ldots}\right)^2$.

2. Utilise les réponses ci-dessus pour factoriser les expressions A, B, C et D suivantes :

$A = (3x - 2)^2 - 49$; $B = 121 - (2x + 5)^2$;

$C=36-\frac{x^2}{64}$; $D=121x^2-\frac{49}{64}$.

24

1. Factorise $16x^2 - 40x + 25$.
2. Factorise $(4x - 5)^2 - 16$.
3. Utilise les questions précédentes pour factoriser $16x^2 - 40x + 9$.

25 On donne l'expression Q suivante :
$Q = (4x + 3)^2 - (6 - 3x)(4x + 3)$.

1. Développe et réduis Q.
2. Donne une expression factorisée de Q.
3. Calcule la valeur numérique de Q respectivement pour $x = 3$ et pour $x = -1$.

26 On donne l'expression P tel que :
$P = (x - 2)^2 - (x - 2)(4x + 3) + 4(x^2 - 4)$.

1. Développe et réduis P.
2. Donne une expression factorisée de P.
3. Calcule la valeur numérique de P pour $x = 5$ et pour $x = -2$.

27 Écris chacun des nombres ci-dessous sous la forme $x+y\sqrt{n}$, où x,y et n sont des nombres entiers.

a) $\left(2+\sqrt{7}\right)^2$; b) $\left(8\sqrt{5}+3\right)^2$;

c) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2$; d) $\left(4\sqrt{3}-6\sqrt{2}\right)^2$.

28 On donne : $51^2 = (50 + 1)^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601$.
En t'inspirant de l'exemple ci-dessus, calcule chacun des nombres suivants : 71^2 ; 81^2 ; 1001^2 ; 5002^2.

29 On donne : $59^2 = (60 - 1)^2 = 3600 - 120 + 1 = 3481$.
En t'inspirant de l'exemple ci-dessus, calcule chacun des nombres suivants : 79^2 ; 89^2 ; 999^2 ; 6999^2.

30 On donne : $82 \times 78 = (80 + 2)(80 - 2)$
$= 80^2 - 2^2 = 6400 - 4 = 6396$.

En t'inspirant de l'exemple ci-dessus, calcule chacun des produits suivants : 52×48 ; 62×58 ; 72×68 ; 92×88.

31 Factorise chacun des polynômes A(x), B(x), C(x), D(x) et E(x) ci-dessous.

$A(x) = 4x^2 - 36$; $B(x) = 25x^2 - 10x + 1 + (5x - 1)(3x + 4)$;

$C(x) = 16x^2 + 24x + 9 + (4x + 3)(2x - 3)$;

$D(x) = (x + 2)^2 + 2x(x^2 - 4)$;

$E(x) = (14x - 7)(3x + 10) - (2x - 1)(x - 3)$.

32 On donne : $P = 3x^2 + 18x + 12 + 2x$.

1. Réduis et ordonne P suivant les puissances décroissantes de x.
2. Justifie que : $P = (3x + 2)(x + 6)$.
3. Calcule la valeur numérique de P pour $x = -2$.

33 On donne : $Q=\left(x-\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$.

1. Développe et réduis Q.
2. Calcule la valeur numérique de Q pour $x = 0$.

34 Soit le polynôme P tel que : $P = (t^2 - 1)^2 + (2t)^2$.

1. Développe, réduis et ordonne P.
2. Factorise P.
3. Détermine deux nombres entiers n et m tels que : $n^2 + m^2 = 122^2$.

35 On considère une sphère de diamètre t cm et un cube d'arête de mesure t cm.
Compare le volume de la sphère et celui du cube.

36 t est un nombre réel.

1. Justifie que : $t^7 - 1 = (t - 1)(t^6 + t^5 + t^4 + t^3 + t^2 + t + 1)$.
2. Utilise la question précédente pour calculer les nombre réels P et Q définis par :

$$P=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64} \quad \text{et}$$

$$Q=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}+\frac{1}{243}+\frac{1}{729}.$$

37 s et t sont deux nombres positifs distincts.

1. Développe $\left(\sqrt{s}-\sqrt{t}\right)^2$.
2. Compare $\sqrt{st}$ et $\dfrac{s+t}{2}$.

38 Développe et réduis les nombres K et L qui suivent :

$$K=\left(\sqrt{5-\sqrt{11}}+\sqrt{5+\sqrt{11}}\right)^2;$$

$$L=\left(13-3\sqrt{7}\right)^2+\left(2+\sqrt{7}\right)^2.$$

39 Calcule de manière performante les nombres I, J, K et L suivants :
$I = 79 \times 81$; $J = 55 \times 65$; $K = 206^2 - 194^2$; $L = 657^2 - 343^2$.

40 Factorise les polynômes suivants :

a) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$; b) $9(x-3)^2-7$;

c) $81-16(x-5)^2$; d) $64-5x^2$.

41 On considère l'expression A telle que :
$A=(3x+1)(6x-9)-(2x-3)^2$.

1. Démontre que : $A=14x^2-9x-18$.
2. Calcule les valeurs de A pour $x=\frac{-1}{3}$ et pour $x=0$.
3. Factorise A.
4. Déduis-en les solutions de l'équation A = 0.

42

1. Développe $(x-1)(x+1)$ puis calcule sans utiliser une calculatrice 99×101.
2. a) Développe, réduis et ordonne $(x+5)(x-3)-(x^2-14)$.

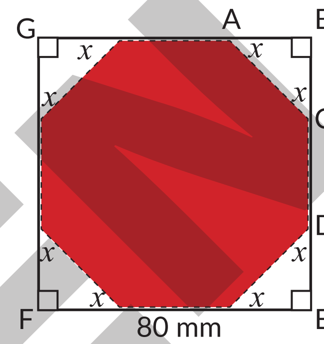
   b) Sans utiliser une calculatrice, calcule :

   $1005\times 997-1000\times 1000+14$.

43

1. Développe puis réduis $(x-4)^2-(x-2)(x-8)$.
2. Déduis - en un mode de calcul rapide de l'expression : $9996^2-9998\times 9992$, puis calcule cette expression.

44 Sur la figure ci-contre, BEFG est un carré de 80 mm de côté.
Dans ce carré, on délimite un octogone (polygone à 8 côtés, en pointillés sur la figure) en traçant un triangle rectangle isocèle de côté x à chaque coin du carré BEFG comme l'indique le dessin.

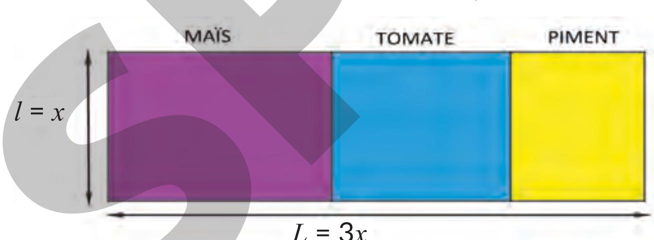


ABC est l'un de ces triangles : AB = BC = x.

1. Justifie que x varie entre 0 et 40 mm.
2. Calcule l'aire du carré BEFG.
3. Exprime, en fonction de x, l'aire du triangle ABC et l'aire de l'octogone.
4. Calcule x pour que l'aire de l'octogone soit de 4600 mm².
5. Exprime, en fonction de x, les longueurs CD et AC.
6. Détermine x pour que AC = CD.

Situations complexes

45 La coopérative du Lycée Moderne Henriette Dagri-Diabaté de Tafiré dispose d'un terrain de forme rectangulaire comme le montre la figure ci-dessous. Elle souhaite le mettre en valeur en mettant en terre trois cultures : le maïs, la tomate et le piment. Chaque parcelle a la forme d'un rectangle de longueur x et de largeur fonction de la longueur du terrain.



On a la répartition suivante : pour le maïs, la largeur est égale à $\frac{5}{12}L$; pour le tomate, la largeur est égale à $\frac{1}{3}L$ et pour le piment, la largeur est égale à $\frac{1}{4}L$.

Le président de la coopérative sait qu'en diminuant la largeur du terrain de 2 m son aire vaut 1080 m^2.

En t'aidant de tes connaissances sur le calcul littéral, détermine l'aire de la parcelle réservée à chaque culture.
On remarquera que : si P= ax^2+bx+c avec $a\neq 0$ et $b^2-4ac\geq 0$, on a :

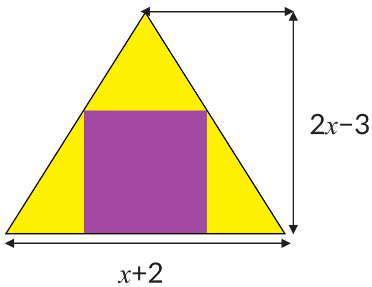
$$P=a\left(x-\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right).$$

46 Dans un lycée de la Côte d'Ivoire, l'administration a délimité un terrain de forme carrée dans la cour de l'école pour des cultures expérimentales. Les élèves veulent réserver le quart du terrain à la culture de la tomate, les cinq huitièmes à la culture du maïs et le reste du terrain est aménagé pour faciliter le déplacement dans le champ. Les élèves ont constaté que lorsqu'on diminue la longueur du côté du terrain de 3 m, l'aire vaut 25 m².

Afin de proposer une délimitation des différentes parcelles du terrain, les élèves de la seconde A décident de calculer l'aire de la parcelle réservée à chaque type de culture.

Sollicité, détermine l'aire de la parcelle réservée à chaque type de culture.

47 À la veille de la fête de Noël, une élève d'une classe de seconde A a réalisé le modèle ci- dessous pour embellir le mur de sa chambre. Ce motif est composé d'un carré inscrit dans un triangle . Elle utilise deux peintures de couleur jaune et violette.



En t'appuyant sur tes connaissances mathématiques, détermine la valeur de x pour que l'aire du triangle d'un motif soit égale à 102 cm².

48 Pendant la fête de Noël, ta mère t'informe que pour faciliter tes futures études, elle a placé un capital de 1000000 FCFA à un taux d'intérêt composé de 5% par an ; c'est-à-dire, que l'intérêt obtenu au bout d'un an s'ajoute au capital pour former un nouveau capital.

Tu découvres dans une revue économique que la valeur acquise par un capital C en F CFA placé à un taux d'intérêt composé de $t\%$ au bout de n années est donnée par la formule suivante :

$$C_n = \left(1+\frac{t}{100}\right)^n \times C \cdot$$

Détermine la valeur acquise par le capital placé par ta mère au bout de 3 ans.

49 Un lycée municipal a reçu une encyclopédie constituée de 40 livres de mathématiques de mêmes dimensions. Pour les conserver, le proviseur a deux options :

- les conserver dans la bibliothèque du lycée ;
- les conserver dans une armoire à baie vitrée de volume 0,15 m³.

La longueur de chaque livre est supérieure de 10 cm à sa largeur. La largeur est supérieure de 15 cm à la hauteur.

On désigne par x la hauteur en dm de chaque livre.

1. Justifie que le volume total $V_t(x)$ en dm³ des livres est : $40x^3 + 160x^2 + 150x$.

2. a) Calcule $V_t(0{,}5)$ et $V_t(0{,}6)$.

b) Déduis-en une hauteur d'un livre pour laquelle les livres ne pourront pas être conservés dans l'armoire.

3 DÉNOMBREMENT

Commentaire de la Leçon

Les méthodes inventées par Pascal et Fermat relèvent de ce qu'on appelle aujourd'hui la combinatoire car elle repose sur des dénombrements.

En mathématiques, le dénombrement est la détermination du nombre d'éléments d'un ensemble.

Bien que découvrant cette notion pour la première fois, l'apprenant depuis l'école primaire a déjà eu à dénombrer.

En classe de seconde A, il s'agira d'introduire les notions d'ensembles finis, de réunion et d'intersection de deux ensembles finis et d'initier les apprenants à la mise en place de stratégies pour dénombrer. Aucune allusion aux formules $A_n^p, C_n^p, n^p, n!$ ne sera faite.

En classe de première A, cette leçon sera approfondie avec les outils de calculs tels que l'arrangement, la combinaison, la permutation, la p-liste et le produit cartésien.
Les problèmes de dénombrement interviennent dans plusieurs domaines de la vie courante notamment : en informatique, en biologie (génétique, problèmes de diffusion endémique, etc...), en chimie (structure des molécules, cristallographie), en géographie humaine (dénombrement de populations), en théorie des jeux de hasard.

Habiletés et Contenus

- ✓ **Connaître** la définition de la réunion de deux ensembles finis ; la définition de l'intersection de deux ensembles finis ; la définition du cardinal d'un ensemble fini ; la propriété relative au cardinal de la réunion de deux ensembles finis.
- ✓ **Noter** la réunion de deux ensembles finis ; l'intersection de deux ensembles finis ; le cardinal d'un ensemble fini.
- ✓ **Lister** les éléments de $A \cup B$, A et B étant deux ensembles finis ; les éléments de $A \cap B$, A et B étant deux ensembles finis.
- ✓ **Traduire** des expressions du langage courant utilisant « et », « ou », « au moins », « au plus» en langage mathématique.
- ✓ **Dénombrer** en utilisant : un arbre de choix, un tableau, un diagramme, la formule du cardinal de la réunion de deux ensembles finis.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel au dénombrement.

Situation d'Apprentissage

Le club littéraire d'un lycée moderne organise un concours pour récompenser la classe dont le représentant aurait remporté le prix des meilleurs élèves parlant parfaitement les secondes langues enseignées (espagnol, allemand). Les 40 élèves de la $2^{nde}A_1$ souhaite se faire représenter par deux des leurs.

Dans cette classe, 30 parlent l'espagnol et 20 l'allemand. Ils veulent savoir le nombre de possibilités de faire le choix parmi ceux qui parlent uniquement une seule langue, parmi ceux qui parlent les deux langues à la fois. Pour répondre aux préoccupations, ils décident de s'approprier des notions de dénombrement.

Activité 1 Cardinal d'un ensemble fini

On considère les ensembles A, B, C et D tels que : A = $\{1 ; a ; 2 ; 3 ; t\}$; B = $\mathbb{Z}$, ou $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des entiers relatifs ; C = $]-5 ; 4[$ et D = $\{0 ; 1 ; 2 ; 6\}$.

Détermine si possible le nombre d'éléments que contient chaque ensemble.

Récapitulons

- On ne peut pas déterminer le nombre d'éléments de l'ensemble B et celui de l'ensemble C.
- Les ensembles A et D sont des ensembles finis.
- Le nombre d'éléments d'un ensemble est le cardinal de cet ensemble.

Exercices de fixation

1 Parmi les ensembles A, B, C, D, E et F définis ci-dessous, indique ceux qui sont des ensembles finis.

A = $\{-5 ; -7 ; 0 ; 3 ; 4 ; a ; b ; c\}$;

B : "l' ensemble des élèves d'un lycée" ; C = $\{ a ; 1\}$; D: " l'ensemble des habitants de la Côte d'Ivoire" ;

E = $]\leftarrow ; 2]$; F : " l'ensemble des entiers naturels".

2 On donne les ensembles *I*, *J*, *K* et *F* suivants :

I = $\{-5 ; -7 ; 0 ; 3 ; 4 ; a ; b ; c\}$, J = $\{0 ; a\}$, K = $\{0\}$ et F = $\{a ; b ; 0 ; 2\}$.

Détermine le cardinal de chacun de ces ensembles.

Activité 2 Intersection de deux ensembles finis

On considère les ensembles finis E, F et G tels que :

E = $\{a ; b ; 1 ; 2 ; 3\}$, F = $\{e ; c ; 3 ; a ; 1\}$ et G = $\{4 ; t\}$.

1. Détermine l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à la fois à l'ensemble E et à l'ensemble F.
2. Détermine l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à la fois à l'ensemble E et à l'ensemble G.

Récapitulons

- L'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à la fois à l'ensemble E et à l'ensemble F est appelé intersection de E et F. On note : $E \cap F$.
- Les ensembles E et G sont dits disjoints.

Exercices de fixation

3 Soit A et B deux ensembles finis.

Réordonne les groupes de mots ci-dessous pour obtenir la définition de l'intersection des ensembles finis A et B.

des ensembles / qui appartiennent / on appelle / des éléments / intersection / l'ensemble / simultanément à A et à B / A et B.

4 On considère les ensembles A, B et C tels que :

A = $\{a\ ;\ e\ ;\ f\ ;\ 2\}$, B = $\{b\ ;\ 2\}$ et C = $\{e\ ;\ f\ ;\ g\ ;\ h\ ;\ j\ ;\ 3\}$.

Détermine :

1. $A \cap B$;
2. $A \cap C$;
3. $B \cap C$.

Activité 3 Réunion de deux ensembles finis

On considère les ensembles finis A et B tels que : $A = \{a\ ;\ b\ ;\ 1 ;\ 2\ ;\ 3\}$ et $B = \{a\ ;\ e\ ;\ i\ ;\ 1\ ;\ 3\}$.

Détermine l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à l'ensemble A ou à l'ensemble B.

Récapitulons

L'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à l'ensemble A ou à l'ensemble B est appelé réunion de A et B. On le note : $A \cup B$.

Exercices de fixation

5 Soit E et F deux ensembles finis.

Réordonne les groupes de mots ci-dessous pour obtenir la définition de la réunion des ensembles finis E et F.

l'ensemble / de E et F / à E ou à F / on appelle / qui appartiennent / réunion / des éléments.

6 On considère les ensembles finis I, J et K tels que :

I = $\{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ a\ ;\ b\}$, J = $\{1\ ;\ 2\ ;\ f\}$ et K = $\{a\ ;\ e\ ;\ g\ ;\ h\}$.

Pour chacune des égalités suivantes, réponds par Vrai si l'affirmation est vraie ou par Faux si l'affirmation est fausse.

1. $I \cup J = \{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ a\ ;\ b\}$;
2. $I \cup J = \{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ a\ ;\ b\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ f\}$;
3. $I \cup J = \{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ a\ ;\ b\ ;\ f\}$;
4. $I \cup K = \{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ a\ ;\ b\ ;\ e\ ;\ g\ ;\ h\}$;
5. $I \cup K = \{a\ ;\ e\ ;\ g\ ;\ h\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 3\}$;
6. $I \cup K = \{a\}$;
7. $J \cup K = \varnothing$;
8. $J \cup K = \{a\ ;\ e\ ;\ g\ ;\ h\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ f\}$;
9. $J \cup K = \{1\ ;\ 2\ ;\ f\ ;\ a\ ;\ e\ ;\ g\}$.

Activité 4 Cardinal de la réunion de deux ensembles finis

On considère les ensembles finis A et B tels que : A = $\{a\ ;\ b\ ;\ 1\ ;\ 2\}$ et B = $\{1\ ;\ b\ ;\ g\ ;\ 7\}$.

1. Détermine le cardinal de chacun des ensembles A et B.
2. a) Écris en extension les ensembles $A \cap B$ et $A \cup B$.
   b) Détermine le cardinal de chacun des ensembles $A \cap B$ et $A \cup B$.
3. a) Calcule card(A) + card(B) − card($A \cap B$).
   b) Compare card($A \cup B$) et card(A) + card(B) − card($A \cap B$).

Récapitulons

On admet que :
A et B étant deux ensembles finis, on a : $Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B) - Card(A \cap B)$.

Exercices de fixation

7 Soit A et B deux ensembles finis.

Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par Vrai si l'affirmation est vraie ou par Faux sinon.

1. $Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B) + Card(A \cap B)$.
2. $Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B) - Card(A \cap B)$.
3. Si $A \cap B = \emptyset$, alors $Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B)$.
4. Si $A \cap B = \emptyset$, alors $Card(A \cup B) = Card(A \cap B)$.

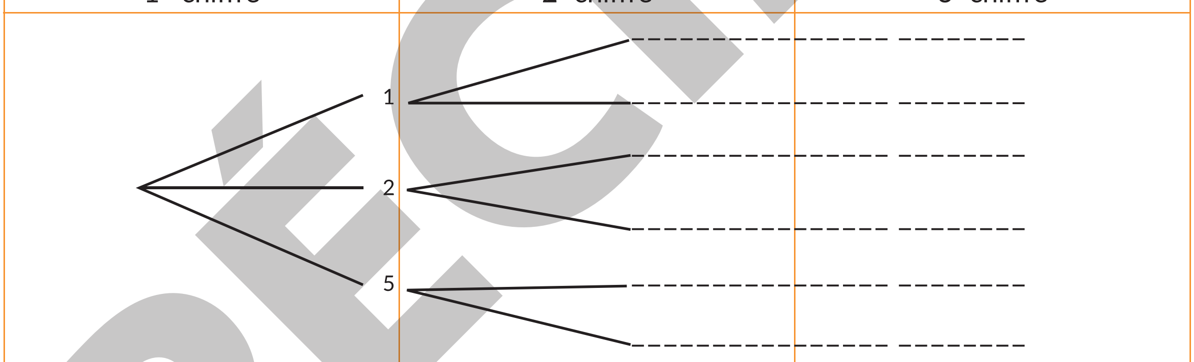
8 Soit A et B deux ensembles finis tels que :
$Card(A) = 45$, $Card(B) = 15$ et $Card(A \cup B) = 40$.
Détermine : $Card(A \cap B)$.

Activité 5 Arbre de choix

On dispose des chiffres : 1, 2 et 5.
On veut connaître le nombre de nombres formés de trois chiffres distincts que l'on peut obtenir à partir des chiffres précédents.

1. Reproduis la figure ci-dessous puis complète-la.

1er chiffre	2e chiffre	3e chiffre



2. Détermine le nombre de nombres de trois chiffres distincts que l'on peut former.

Récapitulons

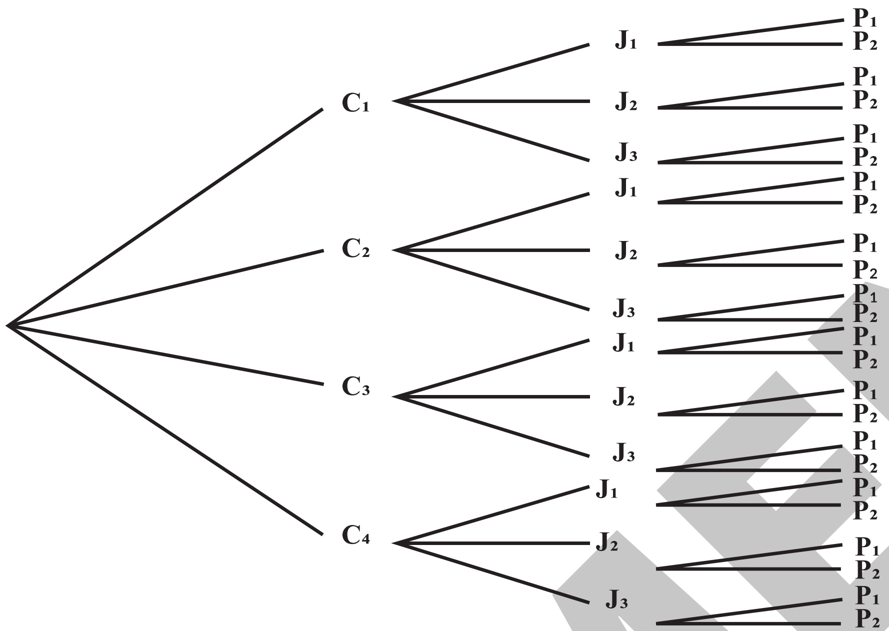
- La figure ci-dessus est appelée arbre de choix.
- Un arbre de choix permet de dénombrer.

Exercice de fixation

9 Pour s'habiller, LIAM doit porter :

- Une chemise à choisir parmi 4 chemises possibles C_1, C_2, C_3 et C_4.
- Un pantalon Jeans à choisir parmi 3 pantalons Jeans J_1, J_2 et J_3.
- Une paire de chaussure à choisir parmi deux paires de chaussures P_1 et P_2.

L'arbre ci-après représente toutes les possibilités qu'a LIAM pour s'habiller.



Détermine le nombre de possibilités qu'a LIAM pour s'habiller.

10 À l'aide d'un arbre de choix, détermine le nombre de mots ayant un sens ou non qu'on peut former avec les lettres du mot « PAIX ».

Activité 6 Diagramme

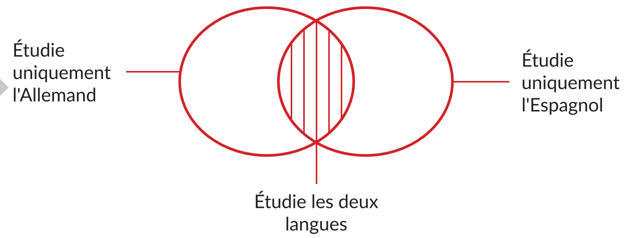
Tous les élèves d'une classe de seconde A étudient au moins une langue enseignée (Espagnol, Allemand).

Dans cette classe :

- 40 élèves étudient uniquement l'Espagnol ;
- 20 élèves étudient uniquement l'Allemand ;
- 15 élèves étudient les deux langues.

On veut déterminer l'effectif de cette classe.

1. En te servant des informations ci-dessus, reproduis le diagramme ci-dessous et complète-le en indiquant les nombres correspondant à chaque partie.



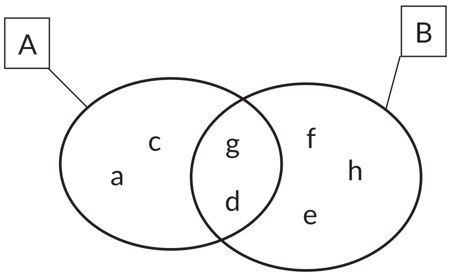
2. Détermine l'effectif total de cette classe.

Récapitulons

- Le diagramme utilisé est appelé diagramme de Venn.
- Un diagramme permet de dénombrer.

Exercices de fixation

11 On considère le schéma ci-dessous. Liste les éléments de $A \cap B$ et de $A \cup B$.



12 Un professeur de musique a fait une enquête auprès de 95 élèves d'un lycée sur leurs musiques préférées. Chaque élève interrogé aime au moins une musique.

73 élèves déclarent aimer le « zouglou » , 62 aiment le « coupé-décalé » et 40 aiment à la fois les deux.

À l'aide d'un diagramme, détermine le nombre d'élèves qui aiment seulement le « zouglou » et ceux qui aiment seulement le « coupé-décalé ».

Activité 7 Tableau à double entrée

Une expérience consiste à lancer simultanément un dé cubique équilibré numéroté de 1 à 6 et une pièce de monnaie parfaite.

On note d'abord le numéro obtenu sur le dé suivi de la lettre « P » si c'est pile qui apparaît sur la pièce de monnaie ou « F » si c'est face qui apparaît sur la pièce de monnaie.

On veut déterminer tous les résultats possibles de cette expérience.

1. En te servant de l'exemple indiqué, reproduis le tableau ci-dessous et complète-le.

Dé / Pièce de monnaie	1	2	3	4	5	6
P	1P					
F	1F					

2. Détermine le nombre de résultats possibles.

Récapitulons

- Le tableau utilisé est appelé tableau à double entrée.
- Un tableau à double entrée permet de dénombrer.

Exercices de fixation

13 On lance une pièce de monnaie deux fois de suite et on observe à chaque lancé, la face qui apparait. On désigne par « P » lorsque pile apparait et par « F » lorsque face apparait.

Recopie et complète le tableau des résultats des lancers ci-dessous, puis détermine le nombre de résultats possibles.

	P	F
P	P . P	
F		

14 On lance simultanément un dé cubique numéroté de 1 à 6 et un dé tétraédrique numéroté de 1 à 4. On observe le nombre formé par le chiffre obtenu sur le dé cubique et celui obtenu sur le dé tétraédrique.

À l'aide d'un tableau à double entrée, écris en extension l'ensemble des résultats possibles.

I. CARDINAL D'UN ENSEMBLE FINI

Définitions

- Un ensemble est dit fini lorsqu'on peut compter ses éléments.
- On appelle cardinal d'un ensemble fini E, le nombre d'éléments de cet ensemble.

Notation

Le nombre d'éléments de l'ensemble E se note : Card(E) et on lit « **cardinal de E** ».

Remarque

Le cardinal de l'ensemble vide est nul : Card(∅) = 0 .

Exemple

Soit E = $\{k\ ;\ p\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ 7\}$.

L'ensemble E possède 6 éléments, donc : Card(E) = 6.

Pour s'entraîner : Exercices 1 ; 2 ; 3 ; 4

II. INTERSECTION DE DEUX ENSEMBLES FINIS

Définition

Soit E et F deux ensembles finis.
On appelle intersection de E et F, noté E $\cap$ F, l'ensemble des éléments qui appartiennent simultanément à E et à F.

Remarque

Deux ensembles E et F, tels que E $\cap$ F = ∅ , sont dits disjoints.

Exemple

Soit A et B deux ensembles finis tels que : A = {1 ; 4 ; 5 ; 6} et B = $\{1\ ;\ 6\ ;\ a\ ;\ b\}$.
On a : A $\cap$ B = {1 ; 6}.

Pour s'entraîner : Exercices 5 ; 6 ; 7

III. RÉUNION DE DEUX ENSEMBLES FINIS

Définition

Soit E et F deux ensembles finis.
On appelle réunion de E et F, noté E $\cup$ F, l'ensemble des éléments qui appartiennent à E ou à F.

Exemple

On donne : E = $\{a\ ;\ m\ ;\ n\ ;\ o\ ;\ p\}$ et F = $\{a\ ;\ e\ ;\ b\ ;\ p\}$.

On a : E $\cup$ F = $\{a\ ;\ m\ ;\ n\ ;\ o\ ;\ p\ ;\ e\ ;\ b\}$.

Pour s'entraîner : Exercices 8 ; 9 ; 10

IV. CARDINAL DE LA RÉUNION DE DEUX ENSEMBLES FINIS

Propriété

Soit A et B deux ensembles finis.

On a : Card(A∪B) = Card(A) + Card(B) − Card(A∩B).

Remarque

Si A∩B = ∅, alors Card(A∪B) = Card(A) + Card(B).

Exemple d'application

On donne : A = {a ; 2 ; 3 ; b ; d} et B = {2 ; b ; k ; l ; m}.

On a : A∪B = {a ; 2 ; 3 ; b ; d ; k ; l ; m}.

Card(A∪B) = 8, Card(A) = 5, Card(B) = 5 et Card(A∩B) = 2.

On a bien : Card(A∪B) = Card(A) + Card(B) − Card(A∩B).

Pour s'entraîner : Exercices 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15

V. ARBRE DE CHOIX

Présentation

Un arbre de choix permet de dénombrer.

Arbre de choix

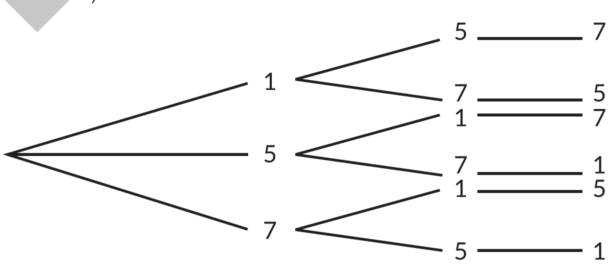
Un arbre est une représentation graphique qui permet de dénombrer des choix d'éléments pris dans un certain ordre :

- Au premier niveau, une première série de branches indique les choix d'un premier élément ;
- Au deuxième niveau, une autre série de branches indique les choix d'un deuxième élément ;
- Etc.

Pour dénombrer tous les choix, il suffit de compter les branches au bout de l'arbre.

Exemple

On dispose des chiffres 1, 5 et 7. On veut former des nombres de trois chiffres distincts.



Il y a donc 6 nombres possibles de trois chiffres distincts.
Ces nombres sont : 157 ; 175 ; 517 ; 571 ; 715 et 751.

Pour s'entraîner : Exercices 16 ; 17; 18 ; 19

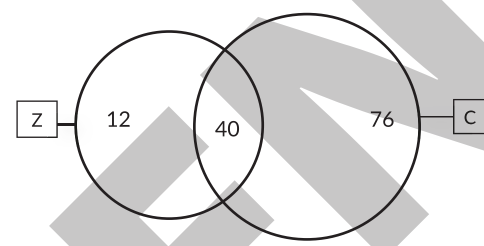
VI. DIAGRAMME

Présentation

Un diagramme de Venn permet de mettre en évidence, sur une figure, un ensemble et certaines de ses parties.
Un diagramme de Venn permet également de dénombrer.

Exemple

Le professeur de musique a fait une enquête auprès de 150 élèves d'un lycée. 116 élèves déclarent aimer la musique « coupé décalé », 52 le « Zouglou » et 40 aiment les deux musiques.
Il veut connaître le nombre d'élèves n'ayant pas donné leur avis.
Le nombre d'élèves n'ayant pas donné leurs avis est :
150 − (76 + 40 + 12) = 22.



Pour s'entraîner : Exercices 20 ; 21; 22

VII. TABLEAU À DOUBLE ENTRÉE

Présentation

Un tableau à double entrée permet de traiter deux grandeurs de manière simultanée, une indiquée en ligne et l'autre en colonne. Un nombre faisant intervenir ces deux grandeurs est inscrit dans chaque case située à l'intersection d'une ligne et d'une colonne. Ce tableau permet de compter les cases vérifiant une certaine propriété.
Un tableau à double entrée permet de dénombrer.

Exemple

On lance une pièce de monnaie parfaite et un dé tétraédrique numéroté de 1 à 4. On note d'abord la face de la pièce de monnaie qui apparait et ensuite le numéro qui apparait sur le dé.

Pièce / Dé	P	F
1	(P ; 1)	(F ; 1)
2	(P ; 2)	(F ; 2)
3	(P ; 3)	(F ; 3)
4	(P ; 4)	(F ; 4)

Il y'a 8 résultats possibles.

Les résultats possibles sont :
(P ; 1) ; (P ; 2) ; (P ; 3) ; (P ; 4) ; (F ; 1) ; (F ; 2) ; (F ; 3) et (F ; 4).

Pour s'entraîner : Exercices 23 ; 24 ; 25

QUESTION 1

Comment écrire en extension l'intersection de deux ensembles finis A et B ?

Méthode

Pour écrire en extension l'intersection de deux ensembles finis A et B connaissant chacun leurs éléments, on peut procéder comme suit :

- on identifie les éléments qui se retrouve à la fois dans l'ensemble A et dans l'ensemble B ;
- on écrit l'ensemble formé par les éléments identifiés.

Exercice

On donne :
A = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5} et B = {1 ; 3 ; 6 ; 7 ; 8 ; 2}.
Écris en extension l'ensemble : A ∩ B.

Solution commentée

Les éléments appartenant à la fois à A et à B sont 1, 2 et 3.
Donc : A ∩ B = {1 ; 2 ; 3}.

Exercice non corrigé

On donne E et F deux ensembles finis tels que : E = {a ; b ; c ; e ; 1 ; 2 ; 5} et F = {a ; e ; 1 ; 4 ; 5 ;7}.

Écris en extension l'ensemble : E ∩ F.

QUESTION 2

Comment écrire en extension la réunion de deux ensembles finis A et B ?

Méthode

Pour écrire en extension la réunion de deux ensembles finis A et B connaissant chacun leurs éléments, on peut procéder comme suit :

- on liste d'abord tous les éléments de A ;
- on liste également les éléments de B qui ne sont pas dans A ;
- on écrit l'ensemble formé par tous les éléments listés.

Exercice

On donne : A = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5} et B = {1 ; 3 ; 6 ; 7 ; 8 ; 2}.

Écris en extension l'ensemble : A ∪ B.

Solution commentée

- Les éléments de A sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5.
- Les éléments de B qui ne sont pas dans A sont : 6, 7 et 8.
  Donc : A ∪ B = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8}.

Exercice non corrigé

On donne E et F deux ensembles finis tels que : E = {a ; b ; c ; e ; 1 ; 2} et F = {a ; 1 ; 4 ; 5 ; 7}.

Écris en extension l'ensemble : E ∪ F.

QUESTION 3

Comment déterminer le cardinal de la réunion de deux ensemble finis ?

Méthode

Pour déterminer le cardinal de la réunion de deux ensembles finis A et B connaissant chacun leurs éléments, on peut utiliser l'une des méthodes suivantes :

Méthode 1

- on écrit en extension l'ensemble $A \cup B$;
- on détermine le cardinal de l'ensemble $A \cup B$ obtenu.

Méthode 2

- on écrit en extension l'ensemble $A \cap B$;
- on détermine Card(A) ; Card(B) et Card($A \cap B$) ;
- on utilise la formule : $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$.

Exercice

On donne : $A = \{1 ; a ; 2 ; b ; 3 ; 4 ; 6\}$ et $B = \{1 ; 2 ; b ; 7 ; 8\}$.

Détermine : Card($A \cup B$).

Solution commentée

$A = \{1 ; a ; 2 ; b ; 3 ; 4 ; 6\}$ et $B = \{1 ; 2 ; b ; 7 ; 8\}$.

1ère méthode

✓ J'écris en extension l'ensemble $A \cup B$.

On a : $A \cup B = \{1 ; a ; 2 ; b ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8\}$.

✓ Je détermine : Card($A \cup B$).

$\text{Card}(A \cup B) = 9$.

2ème méthode

✓ J'écris en extension l'ensemble $A \cap B$.

On a : $A \cap B = \{1 ; 2 ; b\}$.

✓ Je détermine Card(A) ; Card(B) et Card($A \cap B$).

$\text{Card}(A) = 7$; $\text{Card}(B) = 5$ et $\text{Card}(A \cap B) = 3$.

✓ J'utilise la formule du cardinal de la réunion de deux ensembles finis :

$\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$

$\text{Card}(A \cup B) = 7 + 5 - 3$

Donc : $\text{Card}(A \cup B) = 9$.

Exercice non corrigé

On donne les ensembles finis F et G tels que :

$F = \{m ; p ; r ; q ; 1 ; 3 ; 4 ; a\}$ et $G = \{1 ; 2 ; 3 ; 8 ; 9 ; a ; p\}$.

Détermine Card ($F \cup G$) de deux façons différentes.

Exercices de fixation

Cardinal d'un ensemble fini

1 Parmi les ensembles suivants, entoure ceux qui sont des ensembles finis.
a) $\mathbb{N}$; b) $\{1 ; 2 ; 3 ; a ; b\}$; c) $]1 ; 3[$;
d) L'ensemble des faces d'un dé cubique ; e) $\mathbb{Z}$;
f) L'ensemble des pages d'un livre.

2 Parmi les ensembles A, B, C et D définis ci-dessous, indique ceux qui sont des ensembles finis.

A : « Ensemble des élèves d'un lycée » ; B : « Ensemble des nombres rationnels » ;

C : « Ensemble des étoiles aperçues dans le ciel » ;

D : « Ensemble des enfants nés dans une maternité pendant 1 mois ».

3 On donne les ensembles E, F et G tels que :

$E = \{1 ; 5 ; a\}$; $F = \{a ; b ; f ; g ; 2\}$ et $G = \{i\}$.

Détermine le cardinal de chacun d'eux.

4 On donne les ensembles finis A, B, C et D tels que :
$A = \{1 ; z ; b ; c\}$; $B = \{a ; b ; 1 ; 2 ; 3\}$; $C = \{0 ; 1\}$ et D : "Ensemble des élèves d'une classe de seconde A comptant 22 filles et 28 garçons".

Détermine : Card(A), Card(B), Card(C) et Card(D).

Intersection de deux ensembles finis

5 On donne les ensembles E, F et G tels que :
$E = \{a ; b ; c ; 1 ; 3 ; 7 ; 9\}$; $F = \{c ; f ; g ; 3 ; 9 ; 10 ; 11\}$ et $G = \{a ; 7 ; 12 ; 13\}$.

Pour chacune des égalités ci-dessous, réponds par V si l'égalité est vraie ou par F sinon.

N°	Égalités
1	$E \cap F = \{c ; 3 ; 9\}$.
2	$E \cap G = \{7 ; 9\}$.
3	$F \cap G = \emptyset$.

6 On donne : $A = \{a ; b ; 1 ; 3 ; 7\}$ et $B = \{b ; c ; f ; g ; 3 ; 7\}$ et $C = \{a ; 7 ; 18 ; 21\}$.

Écris en extension chacun des ensembles suivants :
$A \cap B$; $A \cap C$; $B \cap C$.

7 On donne les ensembles finis U, V, S et T tels que :
$U = \{1 ; 2 ; a ; c\}$, $V = \{1 ; e ; f\}$, $S = \{a ; b ; c ; 1 ; 2\}$ et $T = \{3 ; 4 ; z ; e\}$.

Pour chaque ligne du tableau ci-après, les éléments des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est exacte. Écris le numéro de chaque ligne suivi de la lettre qui permet d'obtenir l'affirmation vraie.

		Réponses			
		A	B	C	D
1	$U \cap V$ est égale à	$\{1;2;e\}$	$\{a;e;f\}$	$\{1;2\}$	$\{1\}$
2	$U \cap S$ est égale à	$\{1;2;c\}$	$\{1;2;a;c\}$	$\{1;e;b;c\}$	$\{a;b;c\}$
3	$U \cap T$ est égale à	$\emptyset$	$\{2;4\}$	$\{1;2;3\}$	$\{a;2;3;c\}$
4	$V \cap S$ est égale à	$\{1;2\}$	$\{1;e;b\}$	$\{1\}$	$\{1;e;a;c\}$
5	$V \cap T$ est égale à	$\{1;e\}$	$\{e\}$	$\{1;2;e\}$	$\{1;4;b\}$
6	$S \cap T$ est égale à	$\{a;c;3\}$	$\{3;a;b\}$	$\{1;2;3;4\}$	$\emptyset$

Réunion de deux ensembles finis

8 On donne les ensembles A, B et C tels que :

$A = \{a ; b ; c ; 5 ; 7 ; 9\}$, $B = \{b ; 15 ; c ; 7\}$ et
$C = \{a ; 7 ; 12 ; 13\}$.

Pour chacune des égalités ci-dessous, réponds par V si l'égalité est vraie ou par F si l'égalité est fausse.

1	$A \cup B = \{a ; 2 ; c ; 15\}$.
2	$A \cup C = \{a ; b ; c ; 5 ; 7 ; 9 ; 12 ; 13\}$.
3	$B \cup C = \{b ; a ; c ; 7 ; 12 ; 13 ; 15\}$.

9 On donne les ensembles A, B et C tels que :

$A = \{a ; b ; 1 ; 3 ; 7\}$, $B = \{b ; 1 ; g ; 3 ; 7\}$ et
$C = \{a ; 7 ; 18 ; 21\}$.

Écris en extension chacun des ensembles suivants : $A \cup B$, $A \cup C$; $B \cup C$.

10 On donne les ensembles finis E, F et G tels que :

$E = \{a ; m ; n ; z\}$, $F = \{a ; 1 ; 2 ; z\}$ et $G = \{1 ; m ; f ; k\}$.

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, les éléments des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est exacte. Écris le numéro de chaque ligne suivi de la lettre qui permet d'obtenir l'affirmation vraie.

N°	Propositions	Réponses			
		A	B	C	D
1	$E \cup F$	$\{a ; z\}$	$\{a;m;n;z;1;2\}$	$\{a;1;2\}$	$\{m;n;z\}$
2	$E \cup G$	$\{a;m;n;z;1;f;k\}$	$\{m\}$	$\{1;z;m\}$	$\{a;m;1\}$
3	$F \cup G$	$\{a;1;z;k\}$	$\{a;1;z\}$	$\{a;1;2;z;m;f;k\}$	$\{1\}$

Cardinal de la réunion de deux ensembles finis

11 On considère deux ensembles finis F et G tels que :
$F = \{a ; b ; c ; e ; f ; g ; 1 ; 2\}$ et $G = \{a ; e ; 1 ; 2 ; m ; p ; q\}$.
Détermine : Card $(F \cup G)$.

12 A et B sont deux ensembles finis. Recopie et remplace les pointillés par l'une des expressions ci-dessous si cela convient :

Card(A) + Card(B) ; Card(A) + Card(B) − Card(A∩B).

1. Si $A \cap B = \emptyset$, alors Card(A∪B) = ...
2. Si $A \cap B \neq \emptyset$, alors Card(A∪B) = ...

13 E et F sont deux ensembles finis tels que :
Card(E) = 20 ; Card(F) = 17 et Card(E∩F) = 8.
Détermine Card(E∪F).

14 T et S sont deux ensembles finis tels que :
Card(T) = 135 ; Card(S) = 94 et Card(T∪S) = 208.
Détermine Card(T∩S).

15 P et Q sont deux ensembles finis tels que :

Card(P) = 23 , Card(P∩Q) = 13 et Card(P∪Q) = 110.

Détermine Card(Q).

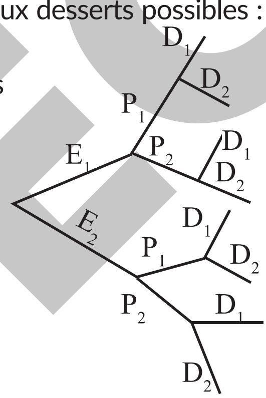
Arbre de choix

16 Un restaurant propose à ses clients un menu qui se compose :

- d'une entrée à choisir parmi deux entrées possibles notées : E_1 et E_2 ;
- d'un plat à choisir parmi deux plats possibles : P_1 et P_2 ;
- d'un dessert à choisir parmi deux desserts possibles : D_1 et D_2.

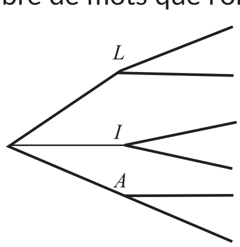
L'arbre ci-contre présente tous les menus possibles :

1. Énumère tous les menus possibles.
2. Détermine le nombre de menus différents qu'un client peut commander.



17 On dispose des lettres L, I et A. On veut former des mots de deux lettres ayant un sens ou non, en utilisant chacune de ces lettres une et une seule fois.

Reproduis l'arbre de choix ci-dessous. Complète-le et détermine le nombre de mots que l'on peut obtenir.



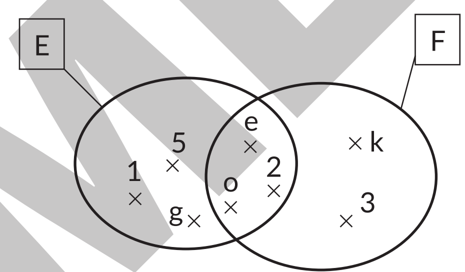
18 À l'aide d'un arbre de choix, détermine le nombre de nombres de trois chiffres distincts ou non qu'on peut former avec les chiffres 1 ; 8 et 9.

19 Un questionnaire composé de quatre questions indépendantes auxquelles on doit répondre par « Vrai » ou par « Faux » est proposé à Amine.

À l'aide d'un arbre de choix, détermine le nombre de réponses possibles qu'Amine peut proposer au questionnaire.

Diagramme

20 À l'aide du diagramme ci-dessous, détermine Card (E) ; Card (F) ; Card (E∩F) et Card (E∪F).



21 Pendant un concours scientifique, les candidats ont été évalués en Mathématiques et en Physiques.

Le président des membres du jury révèle que 20 candidats ont eu la moyenne en Mathématiques, 15 en Physiques et 5 dans les deux disciplines.

À l'aide d'un diagramme, détermine le nombre de candidats à ce concours.

22 Une enquête a été menée auprès de 50 pensionnaires d'un centre de formation de Football pour connaître le nom de leur joueur préféré.

35 aiment Cristiano Ronaldo, 15 aiment Messi et 10 aiment les deux joueurs.

À l'aide d'un diagramme, détermine :

1. Le nombre de pensionnaires qui aiment seulement Ronaldo et le nombre de pensionnaires qui aiment seulement Messi.
2. Le nombre de pensionnaires qui n'ont pas donné leur avis.

Tableau à double entrée

23 On lance simultanément deux dés numérotés de 1 à 6, un blanc et un noir. On fait la somme des deux chiffres qui apparaissent après le lancer de ces deux dés.

Reproduis et complète le tableau ci-dessous puis détermine le nombre de fois où l'on obtient 6.

B \ N	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

24 On considère les ensembles finis A et B tels que : A= {1 ; 2 ; 3 ; 5} et B= {1 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9}.

On veut former un nombre de deux chiffres dont le chiffre des dizaines est un élément de l'ensemble B.

À l'aide d'un tableau à double entrée, détermine tous les nombres qu'on peut former.

25 On dispose d'une urne contenant quatre boules numérotées de 1 à 4 et un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On tire une boule de l'urne puis on lance le dé et on fait la somme des deux numéros obtenus.

À l'aide d'un tableau à double entrée, détermine tous les résultats possibles.

Exercices de renforcement / approfondissement

26 Reproduis les deux ci-dessous tableaux. Relie chaque élément du tableau de gauche à son correspondant dans le tableau de droite.

Card (M) •	• Le nombre d'éléments de K∪M
Card (K∩M) •	• Le nombre d'éléments de M
Card (K∪M) •	• L'ensemble des éléments appartenant à la fois à M et à K
K∩M •	• Le nombre d'éléments de K∩M
K∪M •	• L'ensemble des éléments appartenant à la fois à M ou à K

27 On considère les ensembles finis A, B et C tels que: A= {1 ; b ; 2 ; 5 ; 7}, B = {a ; 1 ; 5 ; 9} et C = {5 ; 6 ; a}.

1. Écris en extension les éléments de chacun des ensembles A∩B, A∩C et B∩C.
2. Écris en extension les éléments de chacun des ensembles A∪B, A∪C et B∪C.
3. Écris en extension les éléments de chacun des ensembles A∩B∩C et A∪B∪C.

28 On donne les ensembles finis E, F et G suivants :

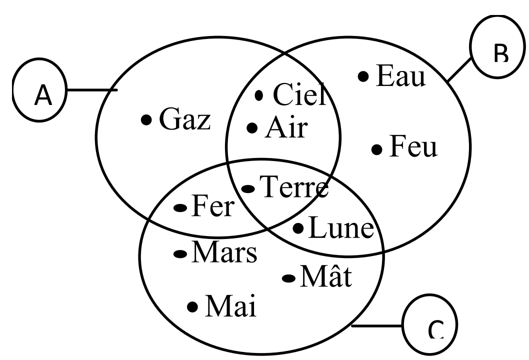
E = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18 ; 19 ; 20} ;

F = {2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16 ; 18} ;

G = {1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 10 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 19}.

1. Détermine Card (F∩G) et Card (F∪G).
2. Détermine Card (F∩E) et Card (F∪E).
3. Détermine Card (E∩G) et Card (E∪G).

29 On considère le diagramme ci-dessous.



Écris en extension les éléments de chacun des ensembles suivants : A∩B ; A∩C ; B∩C ; A∪B ; A∪C ; B∪C ; A∩B∩C.

30 Soit A l'ensemble des nombres premiers inférieurs à 20 et B l'ensemble des nombres impairs inférieurs à 20.

1. Écris en extension les éléments de chacun des ensembles A et B.
2. Écris en extension les éléments de l'ensemble A∩B, puis déduis Card(A∩B).

31 Un joueur lance deux fois de suite un dé tétraédrique dont les faces sont numérotées de 1 à 4 et on note le résultat obtenu selon l'ordre des numéros apparus.

1. À l'aide d'un arbre de choix, énumère tous les résultats possibles.
2. Détermine les résultats ne contenant pas le chiffre 1.
3. Détermine les résultats composés uniquement de chiffres pairs.

32 Un élève d'une classe de 2^nde^ A d'une ville est le lauréat d'un jeu concours. L'organisateur lui propose un circuit touristique pendant les vacances. Il doit passer une semaine dans chacune des villes suivantes: Abidjan (A) ; Yamoussoukro (Y) et Man (M).

Le voyage d'une ville à l'autre se fait en hélicoptère et l'on tient compte de l'ordre dans lequel ces villes sont visitées.

Par exemple les circuits A, Y, M et Y, A, M sont différents.

1. Détermine le nombre de circuits différents (fais un arbre de choix).
2. Détermine le nombre de circuits commençant par Man.

33 On lance un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et un dé tétraédrique dont les faces sont numérotées de 1 à 4.

Après chaque lancer, on s'intéresse au produit des chiffres obtenus.

1. À l'aide d'un tableau à double entrée, détermine tous les résultats possibles.
2. a) Détermine le nombre de résultats où le produit obtenu est un nombre impair.

   b) Détermine le nombre de résultats où le produit obtenu est supérieur à 20.

34 Un centre de santé dispose de quatre infirmiers et de trois sages-femmes. On veut former une équipe constituée d'un infirmier et d'une sage-femme pour mener une campagne de sensibilisation sur les grossesses à risque.

À l'aide d'un tableau à double entrée, détermine le nombre d'équipes qu'on peut former.

35 E et F sont deux ensembles finis disjoints tels que : Card(E) = 15 et Card(E∪F) = 42.

Détermine Card (F).

36 Un professeur de Mathématiques fait une enquête auprès des 75 élèves d'une classe de seconde A d'un lycée à propos de deux leçons de 3^e^ (Applications affines ; Pyramides et cônes). Les résultats obtenus sont les suivants :

- 39 élèves déclarent que leur professeur de 3^è^ a traité la leçon « Applications affines »
- 24 élèves déclarent que leur professeur de 3^è^ a traité la leçon « Pyramides et cônes »
- 5 élèves déclarent que leur professeur de 3^è^ a traité ces deux leçons.

Détermine :

a) le nombre d'élèves qui ont étudié uniquement la leçon « Applications affines ».

b) le nombre d'élèves qui ont étudié uniquement la leçon « Pyramides et cônes ».

c) le nombre d'élèves qui n'ont traité aucune de ces leçons.

37 Un joueur lance trois fois de suite une pièce de monnaie et note son résultat dans l'ordre.

Par exemple, le résultat PPF signifie qu'il a obtenu dans l'ordre : pile , pile, face.

Énumère tous les résultats contenant :

1. au moins une fois « pile ».
2. au plus deux fois « pile ».
3. « pile ou face ».
4. « pile et face ».

38 Une pâtisserie propose quatre variétés de Yaourt et 5 types de croissants. Pour son petit déjeuner, Mike doit prendre un yaourt et un croissant.

Détermine le nombre possible de petit déjeuner que Mike peut prendre s'il va dans cette pâtisserie.

39 On lance deux fois de suite un dé cubique numéroté de 1 à 6. On note le numéro obtenu après chaque lancer.

Détermine le nombre de résultats possibles en utilisant :

a) un arbre de choix.

b) un tableau à double entrée.

40 On écrit chacune des lettres du mot AMOUR sur cinq morceaux de carton.

1. Détermine le nombre de mots de cinq lettres ayant un sens ou non qu'on peut écrire avec ces lettres.
2. Détermine le nombre de mots commençant par la lettre A.

41 Pour le choix d'un couple (Homme et Femme), pour un rôle dans un film, un metteur en scène dispose de trois hommes (Liam, Amine, Yanis) et six femmes (Ange, Liliane, Yanne, Grace, Divine, Andrea).

Détermine tous les couples possibles que le metteur en scène peut former.

42 Une enquête menée auprès des fumeurs et des personnes atteintes de cancer de gorge a donné le tableau suivant :

	Personne atteinte du cancer de gorge	Personne non atteinte du cancer de gorge	Total
Fumeurs	75	...	90
Non-Fumeurs	...	...	...
Total	80	...	250

Reproduis et complète le tableau ci-dessus.

43 Une boîte contient quatre jetons de couleurs : un bleu, un jaune, un rouge et un noir.

On tire un premier jeton, on note sa couleur, on le remet dans la boîte, puis on tire un second jeton.

Chaque jeton bleu rapporte 5 points, chaque jeton jaune rapporte 3 points, chaque jeton rouge rapporte 3 points et chaque jeton noir fait perdre 5 points.

1. À l'aide d'un tableau à double entrée, détermine les gains possibles à l'issue de ces deux tirages.
2. Détermine le nombre de résultats où le gain est positif.

44 Une enquête menée auprès de 80 personnes dans un supermarché a donné les résultats suivants : 35 personnes aiment les produits laitiers, 32 aiment les produits chocolatiers, 43 aiment les produits charcutiers, 18 personnes aiment les produits laitiers et les produits charcutiers, 15 personnes aiment les produits laitiers et les produits chocolatiers, 16 personnes aiment les produits chocolatiers et les produits charcutiers, 14 personnes aiment les produits laitiers, les produits chocolatiers et les produits charcutiers.

1. Détermine le nombre de personnes qui aiment uniquement :
   a) les produits laitiers ;
   b) les produits chocolatiers ;
   c) les produits charcutiers.
2. Détermine le nombre de personnes qui n'aiment aucun de ces produits.

45 Dans le cadre de la sensibilisation sur la sécurité routière, un contrôle a été effectué auprès des usagers pour vérifier la présence d'extincteur, de pneu secours et de triangle de signalisation.

- 7 usagers ne possèdent aucun de ces éléments.
- 4 usagers possèdent ces trois éléments.
- 25 usagers possèdent l'extincteur.
- 33 usagers possèdent le triangle de signalisation.
- 8 usagers possèdent l'extincteur et le triangle de signalisation.
- 5 usagers possèdent l'extincteur et le pneu secours.
- 6 usagers possèdent le pneu secours et le triangle de signalisation.

Détermine le nombre d'usagers contrôlés.

Situations complexes

46 Pour ses festivités de fin d'année, le comité des élèves d'un lycée organise une kermesse.

À l'un des stands de cette kermesse, le jeu suivant est proposé :

- Le joueur mise 200 F CFA ;
- Il tire d'abord une boule d'une urne contenant 4 boules dont une rouge, une verte, une blanche et une noire.
  - Si la boule tirée est rouge, il gagne 100 F CFA.
  - Si la boule tirée est verte, il gagne 200 F CFA.
  - Si la boule tirée est blanche, il ne gagne rien.
  - Si la boule tirée est noire, il perd 200 F CFA.
- Il lance ensuite un dé cubique numéroté de 1 à 6.
  - Si le numéro obtenu est un nombre premier, il gagne 500 F CFA.
  - Sinon il ne gagne rien.

Le gain du joueur se détermine en effectuant la différence de la somme obtenue à l'issue du jeu et de sa mise. Après avoir pris connaissance du jeu, Moayé affirme qu'il y a plus de chance de perdre que de gagner. Son ami Zadi, étant également présent au stand, ne partage pas son avis. Ils te sollicitent pour les départager.

En basant ton raisonnement sur tes connaissances mathématiques, dis lequel des deux amis a raison.

47 Un fournisseur propose une machine à une entreprise de fabrication de tiges métalliques de forme cylindrique. Le chef de l'entreprise décide de faire un test avant tout achat.

Une tige peut présenter l'un des défauts suivants :

- Défaut D_1 : le diamètre n'est pas conforme ;
- Défaut D_2 : la longueur n'est pas conforme .

Après le test sur un lot de 100 tiges, les informations suivantes sont données :

- 10 tiges présentent le défaut D_1 ;
- 7 tiges présentent le défaut D_2 ;
- 3 tiges présentent simultanément les défauts D_1 et D_2.

Or selon l'entreprise, une machine est dite performante lorsque 90 tiges sur 100 ne présentent aucun défaut. On souhaite savoir si le fournisseur pourra vendre sa machine.

Dis en argumentant, si la machine proposée par le fournisseur répond aux exigences de l'entreprise.

48 CACAOPLUS , SUPERCACAO et CAFÉ-CACAO sont trois coopératives agricoles qui produisent le cacao. Lors de la campagne, un prix est décerné à la meilleure coopérative. Pour cela on a fait appel à un contrôleur de qualité qui doit s'intéresser au nombre de fèves de cacao de bonne ou de mauvaise qualité, exprimé en kilogramme. On souhaite à l'issu de son audit, connaitre la meilleure des coopératives. Mais dans le tableau suivant fourni par le contrôleur de qualité, il manque des informations.

	Fèves de mauvaise qualité	Fèves de bonne qualité	Total	Pourcentage de fèves de bonne qualité
CACAOPLUS	160	...	3360	95,23
SUPERCACAO	...	...	1266	...
CAFÉ-CACAO	154	...	...	...
Total	380	7900	...	

Détermine pour les planteurs, la coopérative la plus compétitive en termes de qualité du produit.

49 Dans le cadre du renforcement des nouvelles pratiques d'évaluation dans l'enseignement général, le chef de l'Antenne de la Pédagogie et de la Formation Continue d'une Direction Régionale organise un séminaire de formation sur les formats des interrogations écrites et des devoirs surveillés.

Il estime que pour que ce séminaire soit une réussite, au moins 50% des participants devront être capable de maîtriser parfaitement les formats des interrogations écrites et des devoirs surveillés.

À la fin du séminaire, sur les 200 participants, 175 estiment avoir maîtrisé les formats des interrogations écrites et 150 estiment avoir maîtrisé les formats des devoirs surveillés.

À partir d'une production augmentée, dis si ce séminaire de formation a été une réussite.

50 Pendant leurs recherches pour la préparation de leur devoir portant sur la leçon statistique, un groupe d'élèves d'une classe de seconde A découvre l'exercice suivant :

« On dispose des chiffres 1 ; 2 ; 5 et 6. Détermine le nombre de nombres de trois chiffres que l'on peut former en utilisant chacun de ces chiffres une et une seule fois ».

Après réflexion, l'un d'entre eux affirme que parmi ces nombres, il aura autant de nombres pairs que de nombres impairs. Les autres ne partagent pas son avis. Ils sollicitent ton aide.

En adoptant une démarche mathématique cohérente, dis si oui ou non l'affirmation de cet élève est correcte.

4 ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DANS $\mathbb{R}$

Commentaire de la Leçon

Même si l'on peut faire remonter l'histoire des mathématiques à l'histoire de l'Humanité dans son ensemble, les premières traces tangibles de la résolution des équations remontent bien sûr à l'apparition de l'écriture, et donc à la Mésopotamie. Il faut comprendre que les notations mathématiques, et ce à partir de l'écriture même des chiffres et des nombres, a toujours changé à travers notre Histoire. Des traces d'équations sont perçues chez les Babyloniens, chez les Egyptiens, dans la Grecque Antique avec « Les Elements » d'Euclide, chez les Arabes... Ainsi, c'est au mathématicien perse Mohammad Ibn Moussa al Khawarizmi (780 – 850) que l'on doit la naissance de l'algèbre. En 833, al Khawarizmi dédie au Calife de Bagdad, al Ma'moun, un traité qui contient ses propres méthodes pour la résolution de problèmes et qui s'intitule « livre abrégé sur le calcul par la restauration (al jabr) et la comparaison (al mugabala) ». Le mot « Al jabr » a donné le mot algèbre que nous connaissons actuellement.

La résolution des équations et inéquations dans $\mathbb{R}$ n'est pas nouvelle pour l'élève qui arrive en classe de seconde. Il s'agit ici, de renforcer ses acquis en leur donnant du sens et en les utilisant dans des situations de vie courante.

Le champ des inéquations au programme comprend toutes les inéquations formées avec les symboles $\leq$; $\geq$; $<$; $>$. Les intervalles seront utilisés dans l'expression de l'ensemble des solutions des inéquations.

On établira le tableau donnant le signe de l'expression $ax + b$ à partir de la résolution de l'équation : $ax + b = 0$ et des inéquations $ax + b < 0$ et $ax + b > 0$.

Dans la résolution d'une équation ou inéquation se ramenant à une factorisation, le résultat de la factorisation sera donné.

La résolution des équations et inéquations du second degré à l'aide du discriminant se fera en classe de première.

Les équations et inéquations sont utilisées dans presque tous les domaines de la vie, notamment le commerce, l'économie, le transport et la construction.

Habiletés et Contenus

- ✓ **Déterminer** le signe de $ax+b$ suivant les valeurs de x ; le signe de $(ax + b)(cx + d)$ suivant les valeurs de x $(a \neq 0, c \neq 0)$;
- ✓ **Résoudre** des équations du type $ax+b = 0$; des équations du type $(ax+b)(cx+d) = 0$; des inéquations du type : $ax+b \geq 0$ ou $ax+b \leq 0$; des inéquations du type $(ax + b)(cx + d) \geq 0$ ou $(ax + b)(cx + d) \leq 0$.
- ✓ **Écrire** l'ensemble des solutions d'une inéquation sous forme d'intervalle ou d'une réunion d'intervalles.
- ✓ **Traduire** des inégalités à l'aide d'intervalle ; un intervalle à l'aide d'inégalité (s) ; un problème de vie courante par une équation ou une inéquation de l'un des types ci-dessus.
- ✓ **Représenter** un intervalle sur une droite graduée ; la réunion de deux intervalles sur une droite graduée ; l'intersection de deux intervalles sur une droite graduée.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel aux équations et aux inéquations dans $\mathbb{R}$.

Situation d'Apprentissage

Pour résoudre le problème de tuteur en ville, deux élèves d'une classe de 2^de A ont trouvé une maison à louer. La caution est de 30 000 FCFA et le loyer mensuel est de 15 000 FCFA. Leurs parents leur proposent 150 000 FCFA pour se loger durant l'année scolaire. Ils veulent savoir le nombre de mois qu'ils vont passer dans cette maison.

Pour cela, ils sollicitent l'aide de leurs camarades de classe. Ensemble, ils décident de réviser la leçon sur les équations et inéquations dans $\mathbb{R}$.

Activité 1 Résolution des équations du type $ax + b = 0$

1. Considérons l'équation (E) : $5x - 3 = 7$.
   a) Ajoute 3 à chaque membre de l'équation puis multiplie chaque membre de l'équation obtenue par $\frac{1}{5}$.
   b) Déduis-en l'ensemble des solutions de l'équation (E).
2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $ax + b = 0$ où a et b sont des nombres réels avec $a \neq 0$.

Récapitulons

a et b sont des nombres réels.

Lorsque $a \neq 0$, l'ensemble des solutions de l'équation $ax + b = 0$ est : $\left\{-\frac{b}{a}\right\}$.

Exercices de fixation

1 Pour chaque équation du tableau ci-dessous, trois solutions a, b et c sont proposées dont une seule est exacte.
Écris dans ton cahier le numéro de l'équation suivi de la lettre correspondant à la bonne solution.

N°	Équations	a	b	c
1	$7x - 2 = 0$	$\frac{2}{7}$	14	3,5
2	$-3x + 6 = 0$	-18	-2	2
3	$x + 5 = -5$	0	-10	-1
4	$4x + 1 = 5$	1	3	5
5	$3 - 2x = -1$	-4	2	8

2 Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :
a) $5x + 2 = 0$; b) $2x - 1 = 0$; c) $-3x + 4 = -2$;
d) $x + 10 = 10$; e) $6x - 3 = 9$.

3 Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :
a) $5x + 6 = 3x + 2$; b) $3x + 5 = 2x + 4$;
c) $-2x + 3 = x - 12$; d) $4x - 9 = -x + 5$.

4 Résous dans $\mathbb{R}$, chacune des équations suivantes :
a) $5 - 4x = 0$; b) $\frac{1}{3}x - 7 = 0$; c) $5x + 2 = 9x + 7$;
d) $5 + (x - 3) = 4x - (3x - 8)$; e) $\frac{2}{3}x + 4 = 2x - 5$;
f) $5(x - 1) + 2 = -3 + 5x$.

Activité 2 Résolution des équations du type $(ax + b)(cx + d) = 0$

1. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $x + 5 = 0$.
2. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $x - 6 = 0$.
3. Sachant que $A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$, déduis de ce qui précède, l'ensemble des solutions de l'équation : $(x + 5)(x - 6) = 0$.

Récapitulons

Pour résoudre une équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$, on résout chacune des équations $ax+b = 0$ et $cx + d = 0$.

Exercices de fixation

5 Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :
a) $(-4x - 12)(x + 8) = 0$; b) $(24 - 12x)(-2x - 8) = 0$;
c) $3x(5x - 30) = 0$; d) $(3x - 21)(x - 11) = 0$.

6 Résous dans $\mathbb{R}$, chacune des équations suivantes :
a) $(-3x + 9)(2x + 1) = 0$; b) $(2 - 3x)(-5 - 2x) = 0$;
c) $\frac{1}{3}x(4x - 5) = 0$; d) $(7x - 3)^2 = 0$.

7 Pour chaque équation du tableau ci-contre, trois solutions a, b et c sont proposées dont une seule est exacte.

Écris dans ton cahier le numéro de l'équation suivi de la lettre correspondant à la bonne solution.

N°	Équations	a	b	c
1	$(4x + 2)(x - 5) = 0$	$\{-\frac{1}{2} ; 5\}$	$\{-2 ; 5\}$	$\{-8 ; 5\}$
2	$(3x - 9)(-x + 1) = 0$	$\{-1 ; 18\}$	$\{1 ; 3\}$	$\{1 ; 9\}$
3	$(2x + 6)(3x - 3) = 0$	$\{-12 ; 9\}$	$\{-1 ; 3\}$	$\{1 ; -3\}$
4	$(4x - 1)(5x - 2) = 0$	$\{\frac{1}{4} ; \frac{2}{5}\}$	$\{4 ; 5\}$	$\{4 ; 10\}$
5	$(5x + 10)(3 - x) = 0$	$\{-2 ; 3\}$	$\{-50 ; 3\}$	$\{-5 ; -3\}$

Activité 3 Résolution d'un problème de vie courante conduisant à une équation

Dans une classe de seconde A, un élève déclare : « le triple de mon âge diminué de 5 ans est égal au double de mon âge augmenté de 10 ans ». Soit x l'âge de cet élève.

On donne les équations suivantes : **a)** $3x = 2x$; **b)** $3x - 5 = 2x + 10$; **c)** $2x - 5 = 3x + 10$.

Laquelle de ces équations ci-dessus, traduit la déclaration de cet élève ?

Justifie ta réponse.

Récapitulons

Pour traduire un problème de vie courante par une équation, on peut procéder comme suit :
- on choisit l'inconnue ;
- on exprime les grandeurs en fonction de l'inconnue ;
- on traduit les données en équations.

Exercices de fixation

8 Marthe et Hélène possèdent des magasins de vêtements. Marthe dit : « Si tu me donnes 25 jupes, alors j'en aurais le triple de ce tu as actuellement ».

Sachant que Hélène possède 150 jupes dans son magasin, détermine le nombre de jupes de Marthe.

9 Le périmètre d'un jardin rectangulaire est de 48 m. Sa longueur est 2 fois plus grande que sa largeur. Soit x la largeur du rectangle.

a) Parmi les équations suivantes, indique celle qui permet de traduire mathématiquement le problème.

$2x + x = 48x$; $2(2x + x) = 48x$;

$2(2x + x) = 48$; $2(2x - x) = 48$.

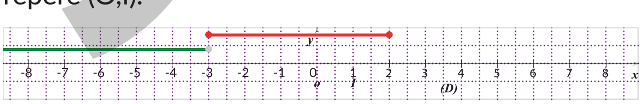
b) Détermine la largeur du jardin.

10 Trouve le nombre réel tel que son triple augmenté de 7 soit égal à son quadruple diminué de 3.

11 Trois personnes se partagent une somme de 190 000 F. La seconde reçoit 7 000F de plus que la première. La part de la troisième est égale au double de la part de la première moins 15 000F. Calcule la part de chaque personne.

Activité 4 Inégalités et intervalles ; Représentation d'un intervalle sur une droite graduée

Sur la figure ci-dessous, (D) est une droite munie du repère (O,I).



Le tracé en vert est l'ensemble des points dont l'abscisse est un nombre plus petit que -3.

Le tracé en rouge est l'ensemble des points dont l'abscisse est un nombre à la fois plus petit ou égal à 2 et plus grand ou égal à -3.

1. Trace en bleu l'ensemble des points dont l'abscisse est un nombre plus grand ou égal à 2.
2. Parmi les encadrements suivants, trouve celui qui caractérise respectivement l'ensemble tracé en vert, en rouge et en bleu :
   $x \geq 2$; $x < -3$; $-3 \leq x \leq 2$.
3. Parmi les intervalles suivants, trouve celui qui caractérise respectivement l'ensemble tracé en vert, en rouge et en bleu :
   $[-3 ; 2]$; $[2 ; +\infty[$; $]-\infty ; -3[$.

Récapitulons

- Des inégalités peuvent être traduites à l'aide d'intervalles et des intervalles peuvent être traduits à l'aide d'inégalités.
- Pour traduire une inégalité en intervalle, on peut :
  - commencer par représenter graphiquement les réels vérifiant cette inégalité (cet encadrement) ;
  - déterminer les bornes de l'intervalle à l'aide de cette représentation ;
  - s'intéresser enfin au sens des crochets.

Exercices de fixation

12 Reproduis les deux tableaux ci-dessous, puis relie l'inégalité ou les inégalités à son intervalle correspondant.

Inégalités			Intervalles
$-2 < x < 2$	•	•	$]-\infty\ ; -2[$
$x \geq -2$	•	•	$]-2\ ; 2[$
$-2 > x$	•	•	$[-2\ ; +\infty[$

13 Dans chacun des cas suivants, traduis l'inégalité ou les inégalités à l'aide d'un intervalle.

a) $-5 \leq x \leq 11$; **b)** $3{,}1 \leq x \leq 28$; **c)** $x < -2$;
d) $-3 < x \leq 1$; **e)** $x \geq 7$; **f)** $3 > x \geq 1$.

14 Représente sur une droite graduée chacun des intervalles ci-dessous.

a) $[-5\ ; 0]$; **b)** $]-2\ ; 1]$; **c)** $]-\infty\ ; 2[$; **d)** $[4\ ; +\infty\ [$.

15 Traduis chacune des appartenances ci-dessous à l'aide d'inégalité(s).

a) $x \in\ ]-1\ ;\ 9[$; b) $x \in\ ]-\infty\ ; 7\ ]$;
c) $x \in\ ]2\ ; +\infty[$; d) $x \in [-2\ ; 0]$.

16 Détermine l'amplitude et le centre de chacun des intervalles suivants :

a) $[-2\ ; 5]$; b) $]4\ ; 15]$; c) $[-6\ ; 5[$; d) $]-7\ ; -2[$.

(Indication : L'amplitude ou la longueur d'un intervalle de type [a;b],]a;b[,]a;b] et [a;b[est le nombre positif b−a. Le nombre $\dfrac{a+b}{2}$ *est appelé centre de l'intervalle.)*

Activité 5 Intersection et réunion de deux intervalles

1. Représente les intervalles $[-5\ ; 4[$ et $[-1\ ; 6]$ sur une droite graduée.
2. Détermine l'ensemble des nombres réels qui sont à la fois dans l'intervalle $[-5\ ; 4[$ et dans l'intervalle $[-1\ ; 6]$.
3. Détermine l'ensemble des nombres réels qui sont dans l'intervalle $[-5\ ; 4[$ ou dans l'intervalle $[-1\ ; 6]$.

Récapitulons

- Pour déterminer l'intersection de deux intervalles, on représente ces deux intervalles sur le même axe gradué puis on repère la partie commune à ces deux intervalles.
- Pour déterminer la réunion de deux intervalles, on représente ces deux intervalles sur le même axe gradué puis on repère les points du premier intervalle et tous les points du second intervalle qui ne sont pas dans le premier intervalle.

Exercice de fixation

17 Représente une droite graduée, puis écris si possible chacun des ensembles ci-dessous sous forme d'un intervalle.

$I = [-1\ ; 7] \cap [3\ ; 11]$; $J =]-\infty\ ; 5[\cap]-1\ ; 4[$; $K = [-5\ ; 3] \cup [1\ ; 8[$; $L =]-\infty\ ; 1] \cup [-2\ ; +\infty[$; $M =]-4{,}5\ ; 3[\cup [3\ ; 7]$;
$N = [1\ ; 3[\cap [4\ ; 6]$.

Activité 6 Résolution d'inéquations du type $ax + b \geq 0$ ou $ax + b \leq 0$

Considérons les inéquations $(I_1) : 2x - 1 \geq 9$ et $(I_2) : -3x - 5 \geq -2$.

1. a) Ajoute 1 à chaque membre de l'inéquation (I_1).

b) Multiplie chaque membre de l'inéquation (I_1) obtenue par $\frac{1}{2}$.

c) Déduis-en l'ensemble des solutions de l'inéquation (I_1).

2. a) Ajoute 5 à chaque membre de l'inéquation (I_2).

b) Multiplie chaque membre de l'inéquation (I_2) obtenue par $-\frac{1}{3}$.

c) Déduis-en l'ensemble des solutions de l'inéquation (I_2).

Récapitulons

Pour résoudre une inéquation, on peut :

- ajouter ou soustraire un même nombre à chaque membre ;
- multiplier ou diviser chaque membre de l'inéquation par un même nombre non nul, à condition de changer le sens de l'inégalité si ce nombre est négatif

Exercice de fixation

18 Résous dans $\mathbb{R}$, chacune des inéquations ci-dessous et écris l'ensemble des solutions sous forme d'un intervalle.

a) $3x + 2 \geq 0$; b) $-5x + 15 < 0$; c) $-8x - 2 \leq 0$; d) $2x - 8 > 1 - \frac{1}{2}x$.

Activité 7 Signe de $ax + b$ suivant les valeurs du nombre réel x

1. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $3x - 9 = 0$.

2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $3x - 9 > 0$.

3. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $3x - 9 < 0$.

4. Recopie et complète le tableau de signe de $3x - 9$ ci-dessous.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$3x - 9$					

Récapitulons

Pour $a \neq 0$, le tableau de signe de $ax + b$ sur $\mathbb{R}$ se présente comme suit :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax + b$		Signe de $(-a)$	0	Signe de (a)	

Exercice de fixation

19 Recopie et complète le tableau de signes ci-dessous par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse.

x	$-\infty$	3	$+\infty$		Vrai ou faux
$x - 3$	$-$	0	$+$		
$2x - 6$	$+$	0	$-$		
$15 - 5x$	$+$	0	$-$		

Activité 8 Signe de $(ax + b)(cx + d)$ suivant les valeurs du nombre réel x

1. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation : $(3x - 3)(-x + 4) = 0$.
2. Recopie et complète le tableau de signes ci-dessous.

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$
$3x - 3$				
$-x + 4$				
$(3x - 3)(-x + 4) = 0$				

3. Déduis du tableau, le signe de : $(3x - 3)(-x + 4)$.

Récapitulons

Pour déterminer le signe de $(ax + b)(cx + d)$ suivant les valeurs du nombre x, on peut procéder comme suit :

- on résout l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$;
- on détermine le signe de $ax + b$ et celui de $cx + d$;
- on dresse un tableau de signes de $ax + b$ et $cx + d$;
- on déduit le signe de $(ax + b)(cx + d)$ suivant les valeurs du nombre x par une lecture correcte du tableau.

Exercice de fixation

20 Étudie le signe de chacune des expressions ci-dessous suivant les valeurs de x.

a) $(2x - 1)(x - 3)$; b) $(-3x + 6)(x - 3)$; c) $x(4 - x)$.

Activité 9 Résolution d'inéquations du type $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ ou $(ax + b)(cx + d) \geq 0$

1. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(2x - 10)(-x + 2) = 0$.
2. Dresse le tableau de signes de : $(2x - 10)(-x + 2)$.
3. Déduis-en l'ensemble des solutions de l'inéquation : $(2x - 10)(-x + 2) \geq 0$.

Récapitulons

Pour résoudre une inéquation du type : $(ax + b)(cx + d) \geq 0$ ou $(ax + b)(cx + d) \leq 0$, on peut procéder comme suit :

- on résout l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$;
- on dresse le tableau de signes de $(ax + b)(cx + d)$;
- on identifie, à l'aide du tableau de signe l'ensemble des nombres réels pour lesquels $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ ou $(ax + b)(cx + d) \geq 0$. C'est l'ensemble des solutions de l'inéquation.

Exercices de fixation

21 Reproduis les tableaux ci dessous, puis relie chaque inéquation à son ensemble de solutions.

Inéquation			Ensemble de solutions
$(x - 1)(x + 3) \leq 0$	•	•	$]-\infty\,;-3[\cup]0\,;+\infty[$
$(1 - x)(x + 3) \leq 0$	•	•	$[-3\,;1]$
$-9x(x + 3) < 0$	•	•	$]-\infty\,;-3]\cup[1\,;+\infty[$

22 Résous dans ℝ, les inéquations ci-dessous et écris l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

a) $(x - 8)(2x + 4) \leq 0$;
b) $(7 - x)(x + 17) < 0$;
c) $x(5x - 30) > 0$.

Activité 10 Résolution d'un problème de vie courante conduisant à une inéquation

Un commerçant de pagnes propose deux contrats à ses employés.
Contrat A : Salaire fixe de 35 000 francs par mois et 1 000 francs en plus par pagne vendu.
Contrat B : Salaire fixe de 10 000 francs par mois et 3 500 francs en plus par pagne vendu.
Soit x le nombre de pagnes vendus.

1. Exprime en fonction de x, le salaire mensuel relatif au contrat A.
2. Exprime en fonction de x, le salaire mensuel relatif au contrat B.
3. Résous dans ℝ l'inéquation $1000x + 35000 \geq 3500x + 10000$.
4. Déduis-en le contrat le plus avantageux.

Récapitulons

Pour résoudre un problème de vie courante conduisant à une inéquation, on peut passer par les étapes suivantes :

- Analyser l'énoncé : identification de ce qui est connu et de ce qui est inconnu ;
- Traduire en langage mathématique : choix des inconnues, traduction mathématique en inéquation ;
- Résoudre des inéquations ;
- Interpréter les solutions.

Exercice de fixation

23 Pendant les vacances scolaires, Awa et Amoin vendent des chips de bananes. Awa est payée à 1 500 F par jour et 150 F en plus par chips vendu. Amoin est payée à 2500 F par jour et 100 F par chips vendu.

Détermine le nombre de chips qu'Awa doit vendre pour gagner plus qu'Amoin en une journée.

I. RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION DU TYPE $ax + b = 0$

Notion d'équation

Présentation

- Une équation dans $\mathbb{R}$ est une égalité dans laquelle figure une inconnue représentée par une lettre (généralement notée x).
- Toute valeur de x qui rend l'égalité vraie est appelée solution de l'équation.
- Résoudre l'équation dans un ensemble E, c'est trouver toutes les solutions qui sont éléments de E.

Équation du type $ax + b = 0$

Résoudre l'équation $ax + b = 0$ revient à résoudre l'équation : $ax = -b$.

Dans $\mathbb{R}$, l'ensemble des solutions de cette équation est :

Lorsque $a \neq 0$, la solution de l'équation est : $-\dfrac{b}{a}$. $S = \{-\dfrac{b}{a}\}$	Lorsque $a = 0$ et $b \neq 0$, l'équation n'a pas de solution. $S = \emptyset$	Lorsque $a = 0$ et $b = 0$, tout nombre réel est solution de l'équation. $S = \mathbb{R}$

Exemples d'application

- Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $-2x + 1 = 0$.

Ici, $a = -2$ et $b = 1$; *il s'agit du cas où* $a \neq 0$.

On a : $-2x + 1 = 0$

$-2x = -1$

Donc : $x = \dfrac{1}{2}$.

$S = \{\dfrac{1}{2}\}$

- Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation

$0x = 4$.

Ici, $a = 0$ et $b \neq 0$.

Dans l'égalité $0x = 4$, aucune valeur de x ne convient.

$S = \emptyset$

- Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation

$0x = 0$.

Ici, $a = 0$ et $b = 0$.

Dans l'égalité $0x = 0$, toute valeur de x convient.

$S = \mathbb{R}$

Pour s'entraîner : Exercices 1 ; 2 ; 3

II. RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION DU TYPE $(ax+b)(cx+d) = 0$

Propriété

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.
Autrement dit : A et B étant des nombres réels, AB = 0 équivaut à A = 0 ou B = 0.

Exemples d'application

- $(x + 1)(x - 2) = 0$ équivaut à $x + 1 = 0$ ou $x - 2 = 0$.
  équivaut à $x = -1$ ou $x = 2$.

Donc, $S = \{-1 ; 2\}$.

- $x(x + 8) = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x + 8 = 0$.
  $x = 0$ ou $x = -8$.

Donc, $S = \{-8 ; 0\}$.

Pour s'entraîner : Exercices 4 ; 5

III. RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME DE VIE COURANTE CONDUISANT À UNE ÉQUATION

Présentation

La résolution d'un problème conduisant à une équation passe par les étapes suivantes :

- Analyse de l'énoncé : identification de ce qui est inconnu et de ce qui est connu ;
- Traduction en langage mathématique : choix des inconnues, traduction mathématique en équation(s) ;
- Résolution des équations ;
- Interprétation des solutions.

Exemple

Cinq diminué du double d'un nombre est égal au triple de ce nombre diminué de cinq. Déterminons ce nombre.
Soit x ce nombre. On obtient l'équation : $5 - 2x = 3x - 5$.
Soit $5 + 5 = 3x + 2x$, c'est-à-dire : $10 = 5x$;
Finalement, on a $x = 2$.
Il s'agit du nombre 2.

Pour s'entraîner : Exercices 6 ; 7 ; 8 ; 9

IV. INÉGALITÉS ET INTERVALLES ; REPRÉSENTATION D'UN INTERVALLE SUR UNE DROITE GRADUÉE

Vocabulaire et notations

a et b sont deux nombres réels tels que $a < b$.

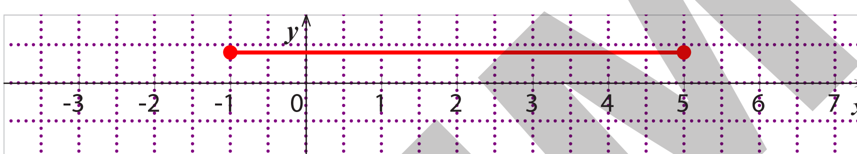
Les symboles $-\infty$ et $+\infty$ se lisent respectivement «moins l'infini» et «plus l'infini».

Notation	Lecture	Ensemble des nombres réels x tels que :	Représentations
$[\,a\,;\,b\,]$	Intervalle fermé a,b	$a \leq x \leq b$	a b
$]\,a\,;\,b\,[$	Intervalle ouvert $a,\ b$	$a < x < b$	a b
$[\,a\,;\,b\,[$	Intervalle fermé en a, ouvert en b	$a \leq x < b$	a b
$]\,a\,;\,b\,]$	Intervalle $a,\ b$ ouvert en a, fermé en b	$a < x \leq b$	a b
$]-\infty\,;\,a\,]$	Intervalle des nombres strictement inférieurs ou égaux à a	$x \leq a$	a
$]-\infty\,;\,a\,[$	Intervalle des nombres strictement inférieurs à a	$x < a$	a
$[\,b\,;\,+\infty\,[$	Intervalle des nombres supérieurs ou égaux à b	$x \geq b$	b
$]\,a\,;\,+\infty\,[$	Intervalle des nombres strictement supérieur à a	$x > a$	a

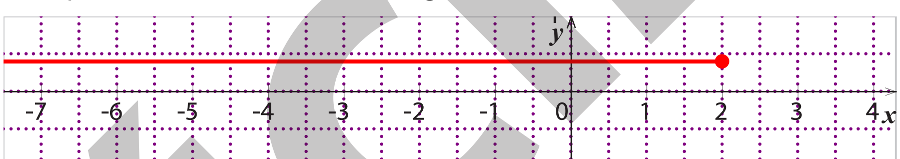
- Les intervalles de type $[a\,;b]$, $]a\,;b[$, $[a\,;b[$ et $]a\,;b]$ sont des intervalles bornés.
- Les nombres a et b sont les bornes des intervalles.
- Le nombre positif $(b-a)$ est appelé amplitude ou longueur de l'intervalle.
- Le nombre $\dfrac{a+b}{2}$ est appelé centre de l'intervalle.
- Les intervalles de type $]-\infty\,;a]$, $]-\infty\,;a[$, $[a\,;+\infty[$ et $]a\,;+\infty[$ sont des intervalles non bornés.

Exemples

- L'intervalle [2 ; 4] se traduit par les inégalités $2 \le x \le 4$.
- L'intervalle]−4 ; 7] se traduit par les inégalités $-4 < x \le 7$.
- L'intervalle [3 ; +∞[se traduit par l'inégalité $x \ge 3$.
- L'inégalité $x < -2$ se traduit par l'intervalle]−∞ ; −2[.
- Les inégalités $-1 < x < 0$ se traduit par l'intervalle]−1 ; 0[.
- Une représentation sur une droite graduée de l'intervalle [−1 ; 5] est :



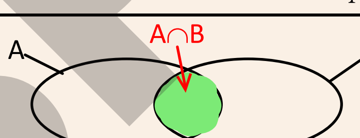
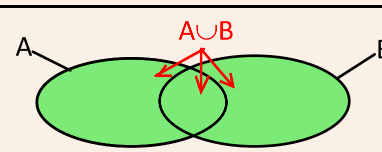
- Une représentation sur une droite graduée de l'intervalle]−∞ ; 2] est :



Pour s'entraîner : Exercices 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14

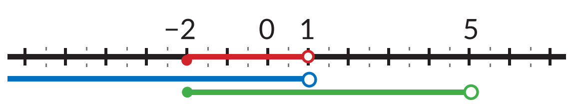
V. INTERSECTION ET RÉUNION DE DEUX INTERVALLES

Définitions

A et B sont des ensembles non vide.	
 On appelle **intersection** des ensembles A et B, notée **A∩B**, l'ensemble des éléments appartenant à A et à B. $x \in$ **A∩B** *signifie que* $x \in$ A **et** $x \in$ B.	 On appelle **réunion** des ensembles A et B, notée **A∪B**, l'ensemble des éléments appartenant à A ou à B. $x \in$ **A∪B** *signifie que* $x \in$ A **ou** $x \in$ B.

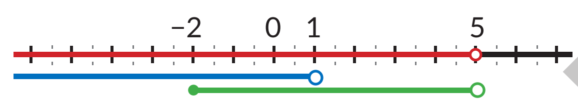
Exemple

Déterminons l'intersection et la réunion des intervalles $]-\infty\,;1[$ et $[-2\,;5[$.
Sur chaque représentation,$]-\infty\,;1[$ est en bleu et $[-2\,;5[$ est en vert.



$]-\infty\,;1[\,\cap\,[-2\,;5[$ est en rouge.

On obtient $]-\infty\,;1[\,\cap\,[-2\,;5[\,=\,[-2\,;1[$.



$]-\infty\,;1[\,\cup\,[-2\,;5[$ est en rouge.

On obtient $]-\infty\,;1[\,\cup\,[-2\,;5[\,=\,]-\infty\,;5[$.

Pour s'entraîner : Exercices 15 ; 16

VI. RÉSOLUTION D'INÉQUATIONS DU TYPE $ax + b \geq 0$ ou $ax + b \leq 0$

Notion d'inéquation

- Une inéquation dans $\mathbb{R}$ est une inégalité dans laquelle figure une inconnue représentée par une lettre (généralement notée x).
- Toute valeur de x qui rend l'inégalité vraie est appelée solution de l'inéquation.
- Résoudre l'inéquation dans un ensemble E, c'est trouver toutes les solutions qui sont éléments de E.

Exemples

- $-3x + 17 \leq 0$ et $2x \leq 0$ sont des inéquations du type $ax + b \leq 0$.
- $\frac{2}{3}x + 5 \geq 0$ et $19 + 3x \geq 0$ sont des inéquations du type $ax + b \geq 0$.

- $2x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow 2x \leq 5$

  $x \leq \frac{5}{2}$

  S = $]-\infty\,;\,\frac{5}{2}]$

- $-3x + 17 \leq 0 \Leftrightarrow -3x \leq -17$

  $x \geq \frac{17}{3}$

  S = $[\frac{17}{3}\,;+\infty[$.

Pour s'entraîner : Exercices 17 ; 18

VII. SIGNE DE $ax + b$ SUIVANT LES VALEURS DE x

Règle

Pour $a \neq 0$, le tableau de signes sur $\mathbb{R}$ de $ax + b$ se présente comme suit :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $ax + b$	Signe de $(-a)$	0	Signe de a

Exemple d'application

Déterminons le signe de $2x - 3$.
$2x - 3$ est du type $ax + b$ avec $a = 2$ et $b = -3$.

$2x - 3$ s'annule en $\frac{3}{2}$.

Ici, le coefficient a est de signe positif.
Le tableau de signe de $2x - 3$ est :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signe de $2x - 3$	$-$	0	$+$

On conclut : $2x - 3 \geq 0$ pour $x \in [\frac{3}{2}$; $+\infty[$ et $2x - 3 \leq 0$ pour $x \in]-\infty$; $\frac{3}{2}]$.

Pour s'entraîner : Exercices 19 ; 20

VIII. SIGNE DE $(ax + b)(cx + d)$ SUIVANT LES VALEURS DU NOMBRE x

Méthode de détermination

Pour déterminer le signe de $(ax + b)(cx + d)$ suivant les valeurs du nombre x :

- on résout l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$;
- on dresse le tableau de signes de $(ax + b)(cx + d)$;
- on déduit le signe de $(ax + b)(cx + d)$ suivant les valeurs du nombre x par une lecture correcte du tableau.

Exemple d'application

Déterminons le signe de $(-x + 1)(x + 2)$.

Dressons le tableau de signes de $(-x + 1)(x + 2)$.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$-x + 1$		$+$		$+$	0	$-$	
$x + 2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(-x + 1)(x + 2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$(-x + 1)(x + 2) \geq 0$ pour $x \in [-2 ; 1]$; $(-x + 1)(x + 2) \leq 0$ pour $x \in]-\infty ; -2] \cup [1 ; +\infty[$.

Pour s'entraîner : Exercices 21 ; 22

IX. RÉSOLUTION D'INÉQUATION DU TYPE $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ OU $(ax + b)(cx + d) \geq 0$

Méthode de résolution

Pour résoudre une inéquation du type : $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ ou $(ax + b)(cx + d) \geq 0$;

- on résout l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$;
- on dresse le tableau de signes de $(ax + b)(cx + d)$;
- on identifie, à l'aide du tableau l'ensemble des nombres réels pour lesquels $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ ou $(ax + b)(cx + d) \geq 0$.

Exemple d'application

Résolvons l'inéquation suivante : $-2x\,(2x+1) \geq 0$.
Dressons le tableau de signes de : $-2x\,(2x+1) \geq 0$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$+\infty$
$-2x$		+		+	0	−	
$2x+1$		−	0	+		+	
$-2x\,(2x+1)$		−	0	+	0	−	

Donc la solution de l'inéquation $-2x\,(2x+1) \geq 0$ est : S = $[-\frac{1}{2}\,;\,0]$.

Pour s'entraîner : Exercice 23

X. RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME DE VIE COURANTE CONDUISANT À UNE INÉQUATION

Méthode de résolution

La résolution d'un problème de vie courante conduisant à une inéquation passe par les étapes suivantes :

- Analyse de l'énoncé : identification de ce qui est connu et de ce qui est inconnu ;
- Traduction en langage mathématique : choix des inconnues, traduction mathématique en inéquation(s) ;
- Résolution des inéquations ;
- Interprétation des solutions.

Exemple

La différence des carrés de deux nombres entiers naturels consécutifs est supérieure ou égale à cinq. Déterminons ces nombres si possibles.

Soit x et $x+1$ ces deux nombres entiers naturels consécutifs. Comme cinq est positif alors on a : $(x+1)^2 - x^2 \geq 5$.

Ce qui donne : $x^2 + 2x + 1 - x^2 \geq 5$.

C'est-à-dire : $2x + 1 \geq 5$ ou $2x \geq 5 - 1$ ou encore $2x \geq 4$.

Enfin on obtient : $x \geq 2$.

Il s'agit des nombres supérieurs ou égaux à 2.

Pour s'entraîner : Exercice 24

QUESTION 1

Comment résoudre une équation du type $ax + b = 0$?

Méthode

Pour résoudre une équation du type $ax + b = 0$, on peut utiliser le tableau suivant :

Équation	Condition(s)	Ensemble des solutions
$ax + b$	$a \neq 0$	$\left\{-\frac{b}{a}\right\}$
	$a = 0$ et $b \neq 0$	$\emptyset$
	$a = 0$ et $b = 0$	$\mathbb{R}$

Exercice

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
(E_1) : $5x - 6 = 4$; (E_2) : $4x - 3 = 4x$; (E_3) : $2x - 8 = 4(x - 2) - 2x$.

Solution commentée

Résolvons l'équation (E_1) : $5x - 6 = 4$

- ✓ On ajoute 6 à chaque membre :
  $5x - 6 + 6 = 4 + 6$
  On obtient $5x = 10$
- ✓ On multiplie chaque membre par $\frac{1}{5}$:
  $\frac{1}{5} \times 5x = \frac{1}{5} \times 10$
  On obtient : $x = 2$.
- ✓ Donc l'ensemble des solutions de l'équation (E_1) est $\{2\}$.

Résolvons l'équation (E_2) : $4x - 3 = 4x$

- ✓ On ajoute $(-4x)$ à chaque membre et on obtient : $-3 = 0$.
- ✓ Cette dernière égalité étant fausse, l'ensemble des solutions de l'équation (E_2) est $\emptyset$.

Résolvons l'équation (E_3) : $2x - 8 = 4(x - 2) - 2x$

- ✓ On ajoute $-4(x - 2) + 2x$ à chaque membre, on obtient $2x - 8 - 4(x - 2) + 2x = 0$.
- ✓ Finalement, après développement et réduction, on obtient $0 = 0$
- ✓ Cette dernière égalité étant vraie, l'ensemble des solutions de l'équation (E_3) est : $\mathbb{R}$.

Exercice non corrigé

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

(E_1) : $-9x - 1 = 0$;

(E_2) : $3(x - 1) - 4(x - 2) = -2(3x + 3)$.

QUESTION 2

Comment résoudre une équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$?

Méthode

Pour résoudre une équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$, on procède comme suit :

- Résoudre chacune des équations $ax + b = 0$ et $cx + d = 0$;
- L'ensemble des solutions des équations précédentes est l'ensemble des solutions de l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$.

Exercice

Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(4x + 3)(5x - 10) = 0$.

Solution commentée

$(4x + 3)(5x - 10) = 0$ équivaut à $4x + 3 = 0$ ou $5x - 10 = 0$.

L'équation $4x + 3 = 0$ a pour solution $x = -\frac{3}{4}$.

L'équation $5x - 10 = 0$ a pour solution $x = 2$.

Donc, l'équation $(4x + 3)(5x - 10) = 0$ équivaut à $x = -\frac{3}{4}$ ou $x = 2$.

D'où l'ensemble des solutions recherché est : $\left\{-\frac{3}{4} ; 2\right\}$.

Exercice non corrigé

Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2x - 22)(7 - x) = 0$.

QUESTION 3

Comment étudier le signe de $ax + b$?

Méthode

Pour étudier le signe de $ax + b$, on peut utiliser le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	Signe de $(-a)$	0	Signe de a

Exercice

Détermine le signe de chacune des expressions suivantes :
a) $2x + 4$; b) $-3x + 12$.

Solution commentée

a) L'équation $2x + 4 = 0$ a pour solution -2. On obtient le tableau ci-dessous.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$2x + 4$	$-$	0	$+$

Donc pour $x \in]-\infty ; -2[$, $2x + 4 < 0$ et pour $x \in]-2 ; +\infty[$, $2x + 4 > 0$.

b) L'équation $-3x + 12 = 0$ a pour solution 4.

On obtient le tableau ci-dessous.

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$-3x + 12$	$+$	0	$-$

Donc pour $x \in]-\infty ; 4[$, $-3x + 12 > 0$ et pour $x \in]4 ; +\infty[$, $-3x + 12 < 0$.

Exercice non corrigé

Détermine le signe de $7 - x$.

QUESTION 4

Comment résoudre une inéquation du type $(ax + b)(cx + d) \leq 0$?

Méthode

Pour résoudre une inéquation du type $(ax + b)(cx + d) \leq 0$, on peut procéder comme suit :

- On étudie le signe de $(ax + b)(cx + d)$ à l'aide d'un tableau de signes.
  - ✓ Dans la première ligne du tableau, relative à x, on place dans l'ordre croissant les deux solutions de l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$.
  - ✓ Dans la deuxième ligne du tableau, on indique le signe de $ax + b$ sur chacun des trois intervalles.
  - ✓ Dans la troisième ligne du tableau, on indique le signe de $cx + d$ sur chacun des trois intervalles.
  - ✓ On détermine ensuite, dans la dernière ligne du tableau, le signe du produit.
- On lit ensuite le résultat dans la dernière ligne du tableau.

Exercice

Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(3 - x)(x - 4) \leq 0$.

Solution commentée

L'équation $x - 4 = 0$ a pour solution $x = 4$.
L'équation $3 - x = 0$ a pour solution $x = 3$.
On place dans le tableau les nombres 3 et 4 dans l'ordre croissant.

On détermine le signe de chacune des expressions $(3 - x)$ et $(x - 4)$.

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
$3 - x$		+	0	−		−	
$x - 4$		−		−	0	+	
$(3 - x)(x - 4)$		−	0	+	0	−	

On déduit du tableau de signes que l'ensemble des solutions de l'inéquation $(3 - x)(x - 4) \leq 0$ est : $]-\infty ; 3] \cup [4 ; +\infty[$.

Exercice non corrigé

Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(4x + 1)(x + 1) < 0$.

QUESTION 5

Comment résoudre un problème de vie courante conduisant à une équation ou une inéquation ?

Méthode

Pour résoudre un problème de vie courante conduisant à une équation (respectivement inéquation), on peut procéder comme suit :

- Analyser l'énoncé ;
- Choisir l'inconnue ;
- Exprimer les grandeurs en fonction de l'inconnue ;
- Traduire les données en équation (respectivement inéquation) ;
- Résoudre l'équation (respectivement l'inéquation) ;
- Interpréter les solutions.

Exercice

Deux enfants héritent d'une somme de 2 070 000 francs de leur père. La dernière volonté de ce dernier est que le partage soit fait proportionnellement à leurs âges, 30 ans et 16 ans. Quelle est la part de chacun des enfants ?

Solution commentée

Analyse de l'énoncé

Ce que l'on cherche : la part de chacun des enfants.

Ce que l'on connait :

- ✓ le montant de l'héritage 2 070 000.
- ✓ l'âge de chacun des héritiers 30 ans et 16 ans.

Mise en équation

Choix des inconnus :

Désignons par x la part du cadet et par y la part de l'aîné.

Traduction des données en équation

On a : $\begin{cases} \dfrac{x}{16} = \dfrac{y}{30} = k(1) \\ x + y = 2070000(2) \end{cases}$

D'après (1), x = 16k et y = 30k.

D'après (2), 46k = 2 070 000 ; donc k = 45 000.

On déduit que x = 720 000 F et y = 1 350 000 F.

Interprétation de la solution

L'aîné doit recevoir 1.350.000 F et le cadet 720 000 F.

Exercice non corrigé

Un homme emprunte sans intérêt la somme de 88 000 francs. Il rembourse un montant. et il lui reste à rembourser les $\frac{3}{5}$ du montant déjà remboursé.

Calcule ce montant.

Exercices de fixation

Résolution des équations du type $ax + b = 0$

1 Donne le numéro de l'équation et la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Équations	Solutions a	b	c
1	$x + 12 = 0$	$\{8\}$	$\{-12\}$	$\{12\}$
2	$0x + 15 = 0$	$\emptyset$	$\{-15\}$	$\{15\}$
3	$2x - 5 = 2x - 5$	$\emptyset$	$\{\frac{5}{2}\}$	$\mathbb{R}$

2 Pour chaque équation, trois solutions sont proposées dont une seule est exacte. Écris le numéro de l'équation suivi de la lettre correspondant à la bonne solution.

N°	Équations	Solutions A	B	C
1	$-2x - 15 = 1$	$\frac{15}{2}$	-8	7
2	$3x + 2 = 0$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$
3	$-x - 5 = 0$	5	-6	-5
4	$-7x + 14 = 0$	3	2	1
5	$6x - 48 = 0$	8	$\frac{6}{48}$	42
6	$x + 10 = 0$	10	-10	0

3 Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

a) $8 - 3x = 0$; b) $3x = -4$; c) $8x + 5 = -3$; d) $-1 - x = -5$;

e) $-9x + 3 = -24$; f) $7x - 2 = 6$.

Résolution des équations du type $(ax + b)(cx + d) = 0$

4 Pour chaque équation, trois ensembles solutions sont proposés dont un seul est exact. Écris le numéro de l'équation suivi de la lettre correspondant à son ensemble solution.

N°	Équations	Solutions A	B	C
1	$(3 - 6x)(-x + 10) = 0$	$\{2 ; 10\}$	$\{18 ; -10\}$	$\left\{\frac{1}{2};10\right\}$
2	$(3x + 7)(2x + 3) = 0$	$\left\{-\frac{7}{3};-\frac{3}{2}\right\}$	$\left\{\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right\}$	$\left\{\frac{7}{3};\frac{3}{2}\right\}$
3	$(-3x - 5)(4x - 1) = 0$	$\left\{\frac{5}{3};\frac{1}{4}\right\}$	$\left\{-\frac{5}{3};\frac{1}{4}\right\}$	$\left\{\frac{5}{4};\frac{1}{3}\right\}$
4	$(x - 4)(x - 5) = 0$	$\{4 ; 5\}$	$\{0 ; 5\}$	$\{-5 ; -4\}$
5	$(-4 - 2x)(-7x - 7) = 0$	$\{2 ; 1\}$	$\{4 ; 7\}$	$\{-2;-1\}$
6	$(2 - x)(2x - 1) = 0$	$\left\{-\frac{1}{2};-2\right\}$	$\{2 ; 4\}$	$\{\frac{1}{2} ; 2\}$

5 Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

a) $(2x - 1)(x - 1) = 0$; b) $(3x + 5)(x - 1) = 0$;

c) $(-x + 5)(-4x + 8) = 0$; d) $(9x - 15)(-3x + 13) = 0$;

e) $(7x - 2)(7x + 49) = 0$; f) $(x - 1)(x - 3) = 0$;

g) $(x - 3)^2 = 0$.

Résolution d'un problème de vie courante conduisant à une équation

6 Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule des trois réponses données est exacte. Indique le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Réponses a	b	c
1	Le triple d'un nombre diminué de 4 est égal à 5.	$x-4=15$	$x-12=5$	$3x-4=5$
2	Le double d'un nombre augmenté de sept est égal au triple de ce nombre diminué de 1.	$2x+7 = 3x-1$	$3x+7 =2x-1$	$2x-1 =3x+7$
3	Le double d'un nombre diminué de deux est égal à ce nombre augmenté de vingt.	$2x+2 = x-20$	$2x-2 =x+20$	$2x+20 =x-2$
4	Deux diminué du double d'un nombre est égal à vingt diminué de ce nombre.	$2-2x = 20-x$	$2x-2 = 2-x$	$2-x = 20-2x$

Mes séances d'exercices

7 Quatre amis achètent chacun une villa dans une cité de 200 logements. Les villas sont numérotées de 1 à 200. Les numéros des villas des quatre amis sont des nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 634. Détermine ces quatre nombres.

8 Trois frères se partagent un héritage de 1 400 000 francs. Le premier a 200 000 francs de plus que le deuxième. Le deuxième a 150 000 francs de plus que le troisième.

Quelle est la part de chacun ? Justifie ta réponse.

9 Un homme déclare : « Si je soustrais le triple de mon numéro porte bonheur à 32, je trouve le même résultat que si je lui ajoute 12 ».

Quel est ce numéro porte bonheur ? Justifie ta réponse.

Inégalités et intervalles ; Représentation d'un intervalle sur une droite graduée

10 Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, les éléments des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est exacte. Écris le numéro de chaque ligne suivi de la lettre qui permet d'obtenir l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	A	B	C
1	$x \in]-\infty;5]$ signifie que	$x \leq 5$	$x \geq 5$	$x > 5$
2	$x \in]-1;7[$ signifie que	$-1 \leq x \leq 7$	$-1 < x \leq 7$	$-1 < x < 7$
3	$x \in]0 ; +\infty[$	$x > 0$	$x < 0$	$x \geq 0$
4	$x \in [2 ; 9[$	$2 < x \leq 9$	$2 \leq x < 9$	$2 \leq x \leq 9$
5	$x \in]-\infty ; -3[$	$x < -3$	$x \geq -3$	$x \leq -3$

11 Représente sur une droite graduée chacun des intervalles suivants :

a) $]-5 ; 3]$; b) $]-\infty ; 1]$; c) $]2 ; +\infty[$; d) $[1 ; 5[$.

12 Traduis à l'aide d'inégalités chacune des appartenances suivantes :
1) $x \in [3 ; +\infty[$; 2) $x \in]1 ; 6[$;
3) $x \in]-\infty; 3[$; 4) $x \in [8 ; 10]$.

13 Traduis les inégalités suivantes à l'aide des intervalles.

1) $x > 9$; 2) $x \leq -3{,}5$; 3) $-4 < x \leq -1$; 4) $0 < x < 4{,}5$.

14 Détermine l'amplitude et le centre de chacun des intervalles suivants :

1) $[2 ; 5]$; 2) $]-1 ; 6[$; 3) $]-7 ; -2]$; 4) $[1 ; 10[$.

Intersection et réunion de deux intervalles

15 Dans chacun des cas suivants, représente sur une même droite graduée les intervalles I et J, puis détermine leur intersection.

a) $I = [-4 ; 5[$ et $J =]0 ; 7[$; b) $I =]-\infty ; 2]$ et $J = [-1 ;+\infty[$;

c) $I =]2 ; 3[$ et $J =]5 ; 6[$; d) $I = [4 ; 7]$ et $[7 ; 13[$;

e) $I = [-3 ; 5]$ et $J =]-\infty ; 6[$.

16 Dans chacun des cas suivants, représente sur une même droite graduée les intervalles I et J puis détermine la réunion de ces intervalles.

a) $I = [-3 ; 2]$ et $J = [0 ; +\infty[$; b) $I = [-5 ; 1]$ et $J =]1 ; 7[$;

c) $I =]-\infty ; 3[$ et $J =]1 ; +\infty[$; d) $I =]-5 ; -3[$ et $J =]-2 ; 5]$.

Résolution d'inéquations du type $ax + b \geq 0$ ou $ax + b \leq 0$

17 Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes :

a) $x + 3 > 0$; b) $-x + 5 > 3$; c) $2x - 7 < 0$; d) $4 - 2x < 0$.

18 Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes :

a) $3x + 1 < 7x - 3$; b) $-x + 1 \geq -2x + 1$;

c) $1 - x > 3 + x$; d) $2x - 5 \leq x - 7$.

Signe de $ax+b$ suivant les valeurs du nombre x

19 Réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F sinon.

1) $x - 5$ est de signe négatif sur $]-\infty ; 5[$.

2) $2x - 6$ est de signe positif sur $]3 ; +\infty[$.

3) $2 - x$ est de signe négatif sur $]-\infty ; 2[$.

4) $-3x + 9$ est de signe positif sur $]-\infty ; 3[$.

5) $4 - x$ est de signe positif sur $]4 ; +\infty[$.

20 Utilise un tableau de signes pour déterminer le signe de chaque expression suivant les valeurs de x.

1) $-5x + 25$; 2) $10x + 30$; 3) $-0,1x + 0.3$;

4) $-0,1x + 0,3$; 5) $x + 11$.

Signe de $(ax+b)(cx+d)$ suivant les valeurs du nombre x

21 Réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse.

a) $(x + 1)(x + 2)$ est négatif sur $]-2 ; -1[$.

b) $(-x + 5)(-x + 2)$ est positif sur $]-\infty ; 2[$.

c) $(2x + 8)(-x + 1)$ est négatif sur $]-4 ; 1[$.

d) $-2x(x + 1)$ est positif sur $]-1 ; 0[$.

22 Étudie le signe de chacune des expressions ci-dessous suivant les valeurs de x.

a) $(x - 5)(x + 7)$; b) $(13x - 26)(-2x + 6)$;

c) $(-3x -3)(-x + 3)$; d) $(-5x + 15)(3x + 18)$.

Résolution d'inéquations du type $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ ou $(ax + b)(cx + d) \geq 0$

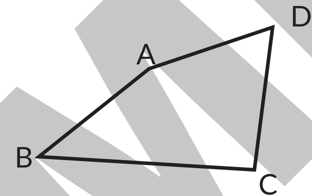
23 Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes :

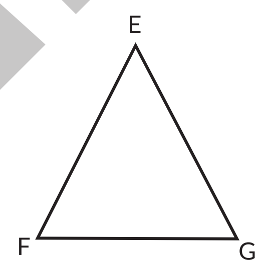
a) $(2x - 1)(3x - 3) \geq 0$; b) $(-x + 7)(x - 9) > 0$;

c) $(3x - 1)(5x + 4) \leq 0$; d) $(x + 1)(x + 3) < 0$.

Résolution d'un problème de vie courante conduisant à une inéquation

24 ABCD est un quadrilatère quelconque et EFG est un triangle équilatéral. x désigne un nombre supérieur à 7.





On sait que : DC = EF = $x + 2$; AB = $2x - 2$; BC = 5 et AD = $x - 7$.

Détermine x pour que le périmètre du triangle soit supérieur ou égal à celui du quadrilatère.

Exercices de renforcement / approfondissement

25

1. Vérifie que pour tout réel x, on a :

$10x^2 + 23x - 5 = (2x + 5)(5x - 1)$.

2. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation : $10x^2 + 23x - 5 = 0$.

26 Résous dans $\mathbb{R}$, les équations ci-dessous :

$$(E_1) : \frac{x+1}{5} = \frac{2}{3};\ (E_2) : \frac{2}{x} = \frac{x}{8}, (x \neq 0)$$

$$(E_3) : \frac{(x-2)^2}{2} = 8;\ (E_4) : x^2 - 16 + (x-4)(2x-1) = 0.$$

27 Des élèves d'un lycée se sont inscrits pour une sortie découverte.

Si tous les inscrits étaient venus, chacun aurait payé 2500 F. Mais, il y' a eu trois absents et chaque présent a dû verser un supplément de 150 F.

Détermine le nombre d'inscrits.

28 Si M. Yao vendait 7 sacs de cacao à chaque acheteur de sa région, il lui resterait 24 sacs. S'il avait 32 sacs de cacao de plus, il pourrait leur vendre 9 sacs chacun.

Détermine le nombre de sacs de cacao que possède M. Yao ainsi que le nombre d'acheteurs de sa région.

29 Une fête de famille rassemble 22 personnes. La moyenne de leurs âges est de 25 ans. La différence d'âge entre la personne la plus âgée et la plus jeune est de 18 ans.

La somme des âges des 20 autres personnes est de 520 ans.
Calcule l'âge de la plus jeune et celui de la plus âgée de ces 22 personnes.

30 Détermine trois nombres entiers consécutifs qui ont pour somme 396.

31 Résous dans $\mathbb{R}$, chacun des systèmes ci-dessous puis écris l'ensemble des solutions sous forme d'intervalles.

a) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{4} \leq \dfrac{2}{3} \\ 2x+5 \leq x+1 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 5x-1 \geq 4 \\ \dfrac{x+4}{3} \geq x-1 \end{cases}$

32 Résous dans $\mathbb{R}$, chacune des inéquations suivantes :

a) $(3x + 4)(2 - 5x) \geq 0$; b) $(7x - 9)(11x + 17) < 0$;

c) $(x\sqrt{3}+3)(5x-7) \leq 0$.

33 Utilise un tableau de signe pour déterminer le signe de chaque expression suivant les valeurs du nombre réel x.

a) $(x + 1)(2x - 3)$; b) $(5- 2x)(x - 3)$; c) $x(3x - 7)$; d) $(-x - 8)(-4x -1)$; e) $2x(x - 1)^2$; f) $(-2x + 1)(x^2 + 2)$.

34 Détermine le signe de chaque expression suivant les valeurs du nombre x.

a) $(5x - 2)(1 - x)$; b) $(-\frac{5}{4}x + 3)(5 + x)$;

c) $(-\frac{2}{5}x - \frac{7}{6})(x - 3)$; d) $(0{,}5x + 8)(3x - 5)$.

35 Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $(x + 2)(x - 6) \geq 0$; b) $(2x - \frac{1}{2})(x + 3) > 0$;

c) $(-x - \frac{2}{3})(\frac{2}{3}x - 4) \leq 0$; d) $x(4 - 5x) < 0$.

36 Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $x^2(-3x - 4) \geq 0$; c) $(x + 2)(x - 1)^2 \leq 0$;

b) $(5 + x^2)(x - 2)(-x + 1) > 0$; d) $x^3(\frac{5}{6}x + 1) > 0$.

37 La différence des carrés de deux nombres entiers naturels consécutifs est inférieure ou égale à 9. Détermine ces nombres entiers possibles.

38 Une restauratrice achète au marché deux types de vivriers. La somme dépensée est comprise entre 225 F et 275 F.

Malheureusement en faisant son compte, elle ne se souvient plus du prix de chaque type.

Elle sait que les prix de ces deux types de vivriers sont des multiples consécutifs de 5.

Détermine les prix des deux types de vivriers.

39 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$g(x) = (3x - 15)(x + 4)$.

1. Démontre que, pour tout nombre réel x,
   $g(x) = 3x^2 - 3x - 60$ et $g(x) = 3(x - 0{,}5)^2 - 60{,}75$.
2. En utilisant la forme la plus adaptée, résous dans $\mathbb{R}$:

a) l'équation $g(x) = -60$; b) l'inéquation $g(x) \leq 0$;

c) l'équation $g(x) = -60{,}75$.

40 Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $3x^2 = 8$; b) $x(x - 2) = x^2 + 16$;

c) $2x^2 + 8 = 0$; d) $(x + 2)^2 = (2x + 1)^2$.

41 Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

a) $x^2 - 4x \leq 0$; b) $(x + 5)^2 > 49$; c) $3x - x^2 \leq 0$;

d) $x^2 - 9 + (3x - 7)(x + 3) \leq 0$.

42 Les questions sont indépendantes.

1. Détermine deux nombres entiers consécutifs dont le produit augmenté de 7 est égal au carré de l'entier suivant.
2. Détermine un nombre dont son carré est égal à son triple.
3. Détermine un nombre dont le triple de son carré est égal à son double.

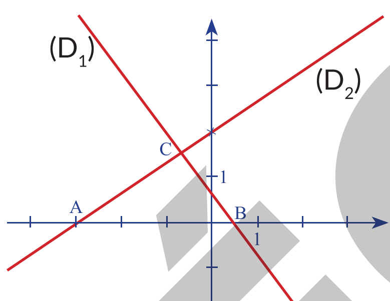
43 On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = -3x^2 + 6x + 5$ et $g(x) = -x^2 - 3$.

On appelle (C_f) et (C_g) les représentations graphiques respectives de f et g.

1. Démontre que, pour tout nombre réel x, on a :
$f(x) - g(x) = -2(x + 1)(x - 4)$.
2. Déduis, à l'aide d'un tableau de signe, le signe de $f(x) - g(x)$ suivant les valeurs du nombre x.
3. Détermine la position relative de (C_f) par rapport à (C_g).

44

1. En utilisant le graphique ci-dessous, dresse le tableau de signes de chaque fonction affine représentée.



2. Chaque droite est la représentation graphique d'une des fonctions définies par :
$f(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$; $g(x) = \frac{2}{3}x + 2$.

Associe chacune des droites à la fonction qu'elle représente.

3. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \times g(x) \leq 0$ en utilisant la question 1.

45 Soit une fonction f définie sur l'intervalle $[-4 ; 5]$.

On sait que l'image de 1 par f est 0. On donne le tableau de variation de f :

x	-4		-1		3		5
$f(x)$	1	↗	3	↘	-2	↗	-1

Résous les inéquations suivantes :
a) $f(x) \geq 0$; b) $f(x) < 3$.

46

1. Détermine l'ensemble des nombre réels x pour que le nombre fractionnaire $\frac{4x - 2}{x + 3}$ soit inférieur à 1 et de dénominateur positif.
2. Même question, pour qu'il soit inférieur à 1 et de dénominateur négatif.

Situations complexes

47 Une élève d'une classe de 2deA dit à ses camarades qu'elle a reçu beaucoup d'argent quand elle a été admise à l'examen du BEPC. Mais, elle ne se rappelle pas de la somme totale d'argent qu'elle a reçue.
Elle sait cependant qu'elle a dépensé le tiers pour s'acheter des romans et la moitié pour acheter des habits. Il lui est resté 5 000 F. Elle veut savoir la somme d'argent qu'elle a reçue et te demande de l'aide.
Détermine la somme d'argent qu'elle a reçue.

48 Un père de famille a gagné 28 000 000 F au jeu « millionnaire ». Il veut partager cette somme entre ses trois enfants proportionnellement à leur âge. Sachant que ses trois enfants Kouamé, Kousasi et Amoin ont respectivement 18 ; 24 et 28 ans, Amoin veut connaitre sa part afin de faire son projet de commerce. Mais elle n'y arrive pas.
Sollicité par un membre de la famille, détermine la part de chacun des enfants.

49 Un groupe d'élèves de Seconde A découvre dans la revue «All-business » l'information suivante : « Une entreprise produit et vend des bracelets. On note C(x) le coût de fabrication journalier de x bracelets et x est compris entre 1 et 30. Sachant que C(x) = $x^2 - 4x + 80$, chaque bracelet est vendu à 20 000 francs CFA».
Un homme d'affaire affirme que cette entreprise est rentable. Une production est dite rentable lorsque le bénéfice est strictement positif. Curieux, les élèves de l'école souhaitent déterminer le nombre de bracelets que l'entreprise doit fabriquer chaque jour pour que la production soit rentable.

1. Démontre que, si tous les bracelets sont vendus, le bénéfice réalisé, noté B(x), vaut : $(20 - x)(x - 4)$.
2. Détermine le nombre de bracelets pour lequel la production est rentable.

5 GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

Recensement général de la population et de l'habitat (RGPH 2021). © DR

Commentaire de la Leçon

Le vocable de « fonction » n'est apparu que tardivement (fin XVIIIe siècle). Le concept, par contre, s'est dégagé petit à petit dans quelques ouvrages tels : « La latitude des formes » d'Oresme (XIVe siècle), l'étude de Galilée sur la dépendance de la vitesse par rapport au temps (vers 1640), les expressions algébriques liées aux courbes chez Descartes (à la même époque).

Les élèves ont étudié les polynômes, les fractions rationnelles et les applications affines ; mais les élèves qui arrivent en classe de 2de ne connaissent pas la notion de fonction.

L'enseignant devra donc présenter la notion de fonction le plus simplement possible et en donner des exemples tirés de la vie de tous les jours (courbe de température, courbe d'évolution en économie, des exemples en géographie).

L'étude des fonctions se poursuivra plus loin cette année par l'étude de fonctions élémentaires et sera approfondie en première avec les notions de nombre dérivé, de dérivabilité etc. Elle se poursuivra en terminale avec l'étude des fonctions « exponentielles » et « logarithmes ».

Les fonctions sont utilisées pour modéliser la plupart des phénomènes sociaux, physiques, économiques, etc.

Habiletés et Contenus

- **Connaître** la définition d'une fonction ; la définition de l'ensemble de définition d'une fonction ; la définition d'une fonction croissante ; la définition d'une fonction décroissante ; la définition du maximum d'une fonction sur un intervalle borné ; la définition du minimum d'une fonction sur un intervalle borné ; la définition d'un extrémum d'une fonction sur un intervalle borné.
- **Déterminer** l'ensemble de définition d'une fonction définie par sa représentation graphique ; l'image d'un élément de l'ensemble de définition d'une fonction numérique définie par : un tableau, une formule explicite ou sa représentation graphique ; le(s) antécédent(s) d'un nombre réel donné de l'ensemble image par une formule explicite ou sa représentation graphique ; le maximum et le minimum d'une fonction définie par : son tableau de variation ou sa représentation graphique ; les variations d'une fonction définie par une représentation graphique.
- **Dresser** le tableau de variation d'une fonction définie par une représentation graphique.
- **Résoudre** des équations et des inéquations faisant intervenir une fonction définie par sa représentation graphique.
- **Traiter** des situations faisant appel aux généralités sur les fonctions.

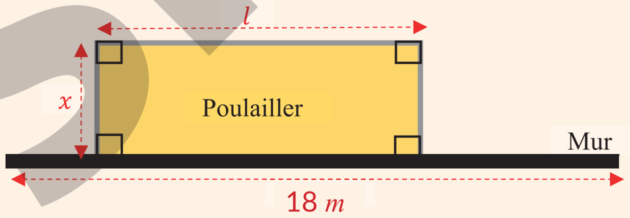
Situation d'Apprentissage

Pour faire la clôture de son poulailler, Bakan achète un rouleau de grillage de 22 m de long.

Il veut que l'aire du poulailler soit la plus grande possible. Pour cela, il décide de se servir de l'un des murs de sa maison. Ce mur à une longueur de 18 m.

Il fait le plan ci-dessous (ou le grillage est en gris) qu'il remet à son fils Teloka en classe de 2de et lui demande de déterminer la largeur à choisir pour que l'aire du poulailler soit la plus grande possible.

Teloka soumet le projet à ses camarades de classe. Ensemble, ils décident de répondre à la préoccupation de Bakan.



Activité 1 Notion de fonction

Deux amis (Yaho et Tako) jouent à un jeu. Dans un sac non transparent, il y a sept jetons identiques et indiscernables au toucher. Sur chaque jeton, il est marqué un nombre de l'ensemble E défini par :

E = {−2 ; −1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5}.

Le jeu consiste à déterminer, si possible, un nombre en quatre étapes.

- 1$^{\text{ère}}$ étape : tirer un jeton dans le sac dans l'ensemble E.
- 2$^{\text{ème}}$ étape : calculer le carré du nombre marqué sur le jeton tiré.
- 3$^{\text{ème}}$ étape : retrancher 1 du carré trouvé.
- 4$^{\text{ème}}$ et dernière étape : calculer, si possible, l'inverse du nombre trouver à l'étape 3.

On gagne 200 F s'il est possible de trouver un nombre à l'étape 4, sinon on perd 100 F.

1. Détermine le nombre que Yaho trouvera, s'il tire :

a) le jeton marqué 0 ;

b) le jeton marqué 2.

2. Détermine le nombre que Tako trouvera, s'il tire :

a) le jeton marqué −2 ;

b) le jeton marqué 5.

3. Y-a-t-il des jetons pour lesquels la 4$^{\text{ème}}$ étape du jeu est impossible ? Si oui, cite-les et justifie ta réponse.

4. Y-a-t-il des jetons pour lesquels on trouve le même nombre à la 4$^{\text{ème}}$ étape ? Si oui, cite-les et donne le nombre trouvé.

5. Y-a-t-il des jetons pour lesquels on trouve deux nombres différents à la 4ème étape ? Si oui, cite les et donne les nombres trouvés pour chacun d'eux.

6. Considérons la correspondance qui à chaque nombre de l'ensemble E, associe le nombre trouvé à la dernière étape.

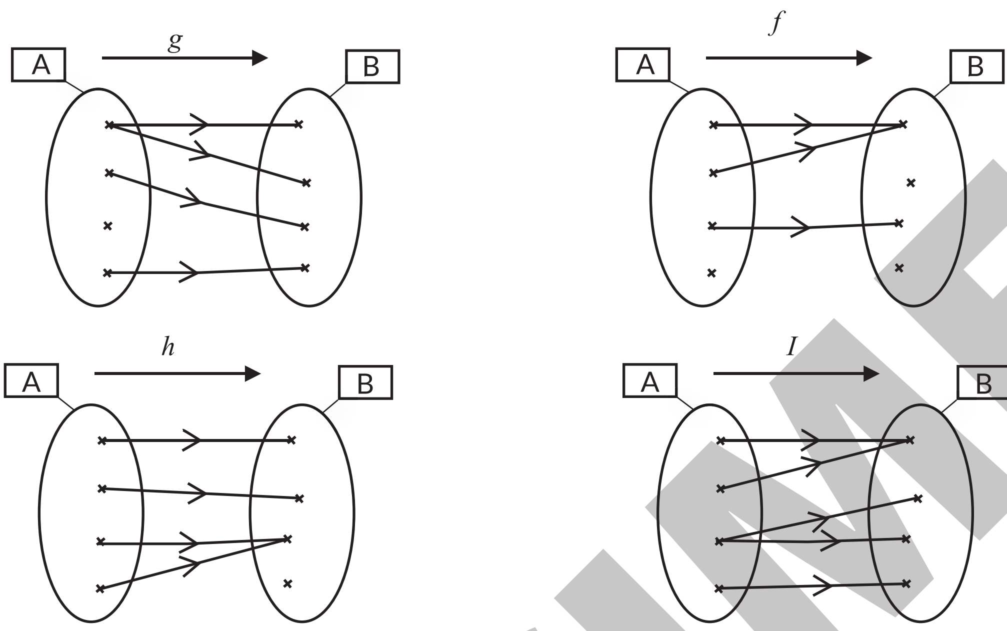
Combien de correspondant peut-on associer à chaque élément de E ?

Récapitulons

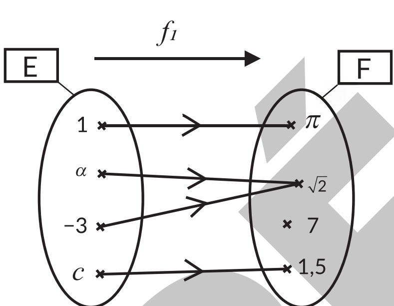
- Une correspondance qui à chaque élément de l'ensemble de départ associe un seul ou aucun élément de l'ensemble d'arrivée est appelée fonction.
- Si à un élément x de l'ensemble de départ, on associe l'élément y de l'ensemble d'arrivée, on dit que : y est l'image de x et x est l'antécédent de y.
- Si la correspondance est notée f, alors on écrit : $f(x) = y$.
- Si l'ensemble d'arrivée d'une fonction f est un sous ensemble de l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, alors on dit que f est une fonction numérique.
- Si de plus l'ensemble de départ est aussi une partie de $\mathbb{R}$, alors on dit que f est une fonction numérique à variable réelle.
- Si f est la fonction définie de A vers B qui à un élément x de A associe son image y dans B, on note
$$\begin{array}{l} f : \mathrm{A} \to \mathrm{B} \\ \quad x \mapsto f(x) \end{array}$$ tel que $f(x) = y$.

Exercices de fixation

1 On donne les correspondances f, g, h, et l ci-dessous.
Pour chacune, dis si elle est une fonction ou non, et justifie ta réponse.

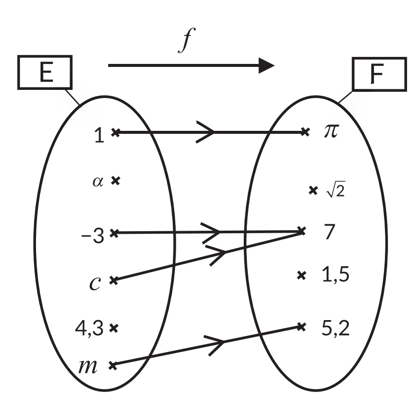


2 On donne la fonction f_1 ci-dessous.



1. La fonction f_1 est-elle une fonction numérique ? Justifie ta réponse.
2. Donne l'écriture mathématique de la phrase : « π est l'image de 1 par la fonction f_1 ».
3. Donne l'image de −3 par f_1 et l'image de a par f_1.
4. Donne, si possible, l'antécédent de 7 par f_1 et les antécédents de $\sqrt{2}$ par f_1.

Activité 2 Ensemble de définition d'une fonction



On donne la fonction f représentée ci-contre.

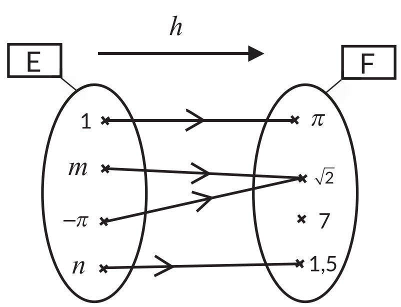
1. Donne l'ensemble de départ de la fonction f.
2. Écris en extension l'ensemble des éléments de l'ensemble de départ de la fonction f qui ont une image dans l'ensemble d'arrivée.

Récapitulons

- L'ensemble des éléments de l'ensemble de départ d'une fonction f, qui ont une image dans l'ensemble d'arrivée est appelé ensemble de définition de la fonction f.
- L'ensemble de définition de la fonction f est généralement noté : Df.

Exercices de fixation

3



Détermine l'ensemble de définition de la fonction h représentée ci-dessus.

4 On donne un ensemble E défini par :
E = {−2 ; −1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5}.
On donne une fonction g définie de l'ensemble E vers $\mathbb{R}$ par le programme de calcul suivant :

- Choisir un élément de l'ensemble E.
- Calculer le carré du nombre choisi.
- Retrancher 1 du carré trouvé.
- Calculer, si possible, l'inverse du résultat.

Détermine l'ensemble de définition de la fonction g.

5 On donne les fonctions f_1, f_2 et f_3 définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par leurs formules explicites ci-dessous.
Détermine l'ensemble de définition de chacune d'elles.

$$f_1(x)=2+3x^2 \quad ; \quad f_2(x)=\sqrt{x-4} \quad ; \quad f_3(x)=\frac{x+1}{x-3}.$$

Activité 3 Représentation graphique d'une fonction

Le tableau ci-dessous donne, en fonction de la vitesse d'un véhicule, la consommation d'essence.

Vitesse (en km/h)	60	70	80	90	100	110
Consommation (en l/100 km)	4,8	5	5,5	6	6,6	7,3

1. Justifie que le tableau ci-dessus définit une fonction.
2. Donne l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée de cette fonction.
3. Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), marque les points A(60 ; 4,8), B(70 ; 5), C(80 ; 5,5), E(90 ; 6), F(100 ; 6,6) et G(110 ; 7,3).

Récapitulons

Soit f une fonction numérique à variable réelle et D_f son ensemble de définition.

- Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), l'ensemble des points de coordonnées $(x, f(x))$, où $x \in D_f$ est appelé représentation graphique ou courbe représentative de la fonction f.
- La courbe représentative de la fonction f est souvent notée (C_f).
- Une fonction peut-être définie par sa représentation graphique.

Exercices de fixation

6 Réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse.

a) Si $f(3) = -2$, alors le point H $(3 ; -2)$ appartient à la représentation graphique de la fonction f.

b) Si le point K$(4 ; -1)$ appartient à la courbe représentative de la fonction g, alors $g(-1) = 4$.

c) La représentation graphique de la fonction h passe par le point A $(0 ; 1)$ signifie que l'image de 1 par h est 0.

d) La représentation de la fonction f définie par la formule explicite $f(x) = -2x + 5$ passe par le point de coordonnées $(2 ; 1)$.

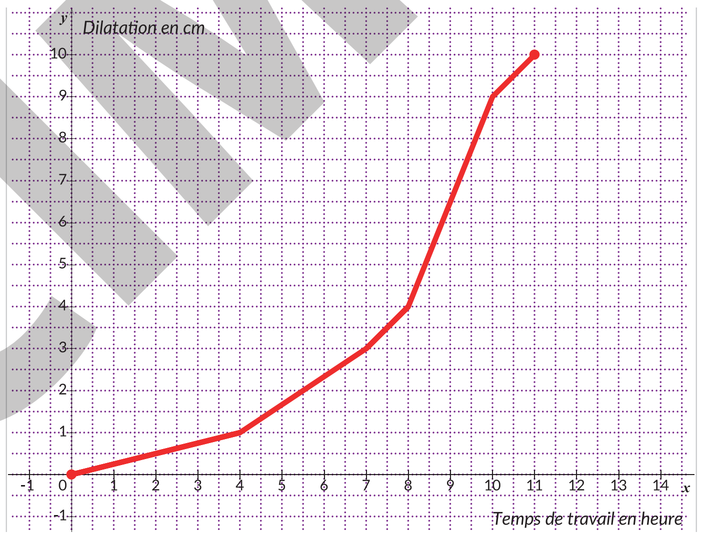
7 On donne l'ensemble E tel que :
E = $\{-5 ; -2 ; 0 ; 1 ; 2 ; 4 ; 5\}$.
Soit l une fonction définie de E vers $\mathbb{R}$ par le tableau ci-dessous.

x	− 5	− 2	0	1	2	4	5
$l(x)$	3,5	1	− 2	− 1	3	4	− 2,5

Représente graphiquement la fonction l dans le plan muni d'un repère (O, I, J).

Activité 4 Fonction définie par sa représentation graphique

Le graphique ci-contre donne la dilatation en cm du col de l'utérus d'une femme en fonction du temps de travail (pour un accouchement normal).



1. Quelle est la dilatation du col :
   - au bout de 4 heures de travail ?
   - au bout de 7 heures de travail ?
2. Au bout de combien de temps la dilatation était de 6,5 cm ?
3. Peux-tu lire la dilatation au bout de 12 heures de travail ?
4. Donne l'intervalle de temps sur lequel on peut lire les dilatations du col.
5. Existe-t-il une ou plusieurs dilatations d'un même temps de travail ?
6. Trace une droite (Δ) quelconque parallèle à l'axe des ordonnées (l'axe des dilatations).

En combien de points possibles, (Δ) coupe la courbe ?

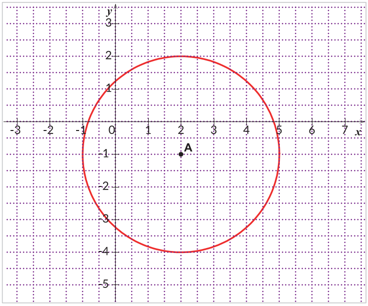
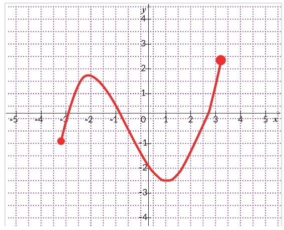
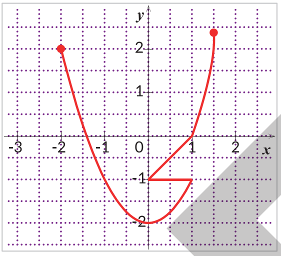
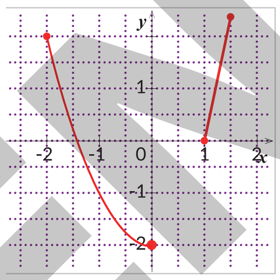
Récapitulons

Soit (C) une courbe donnée dans le plan muni d'un repère (O, I, J).

- (C) est la représentation graphique d'une fonction si toute droite parallèle à l'axe des ordonnées (OJ) coupe (C) en au plus un point.
- L'ensemble de définition de la fonction représentée par (C) est l'ensemble des éléments de l'axe des abscisses qui ont une image par cette fonction.

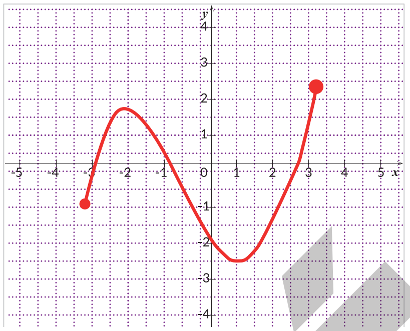
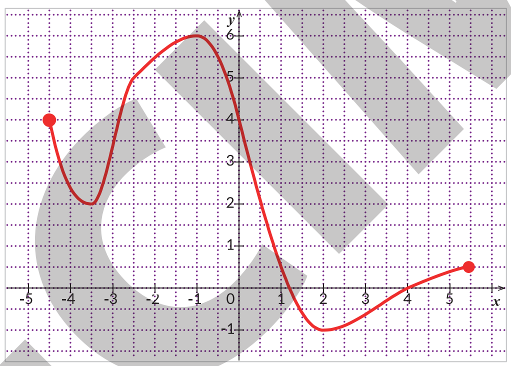
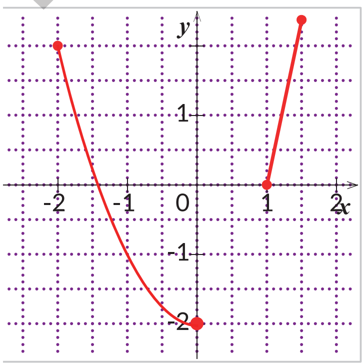
Exercices de fixation

8 Parmi les courbes ci-dessous, nomme celles qui sont des représentations graphiques de fonctions.

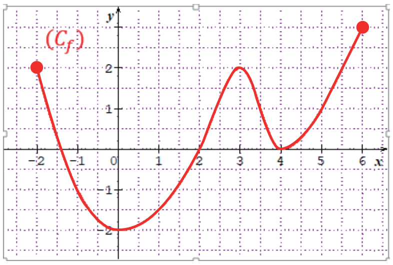
Courbe 1	Courbe 2	Courbe 3	Courbe 4
			

9 On donne, ci-dessous, les représentations graphiques (C_f), (C_g) et (C_h) des fonctions f, g et h.

Donne l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions.

(C_f)	(C_g)	(C_h)
		

10 On donne, ci-contre, la représentation graphique (C_f) d'une fonction f. Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, écris le numéro de l'affirmation suivi de la lettre de la colonne où il y a la bonne réponse.

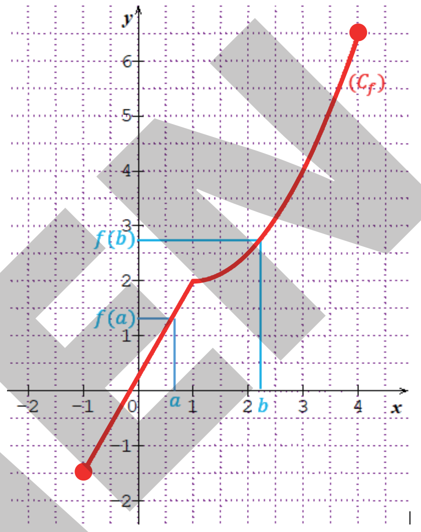


N°	Affirmations	Réponses		
		a	b	c
1	L'ensemble de définition de f est	$[-2 ; 2]$	$[-2 ; 6]$	$[-1,4 ; 4]$
2	L'image de 1 par f est	0	2	$-1,5$
3	L'image de 0 par f est	-2	2	4
4	-1 a n antécédent(s) par f	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$
5	Les antécédents de 2 sont	-2 ; 3 et 5,5	0 et 2	-2 ; 4 et 6

Activité 5 Sens de variation d'une fonction et tableau de variation

I. On donne le graphique ci-contre qui est la représentation d'une fonction f dont l'ensemble de définition D_f est $[-1 ; 4]$.
a et b sont deux élément de D_f.

1. Donne $f(-1)$ et $f(3)$.
2. Compare 3 et -1 puis a et b.
3. Compare $f(3)$ et $f(-1)$ puis $f(a)$ et $f(b)$.
4. Déduis-en le sens de variation de f sur $[a ; b]$, puis traduis cela par un tableau.



Récapitulons

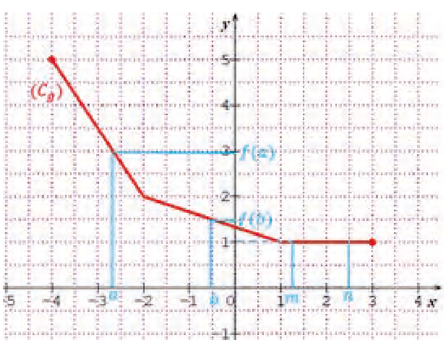
Soit f une fonction et D_f son ensemble de définition.

- f est croissante sur un intervalle $[a ; b]$ signifie que pour deux éléments x et y quelconques de $[a ; b]$ tels que $x < y$, on a : $f(x) \leq f(y)$.
- Si $f(x) < f(y)$, on dit que f est strictement croissante sur $[a ; b]$.
- On résume cela dans un tableau appelé tableau de variation.

x	a		b
$f(x)$	$f(a)$	$\nearrow$	$f(b)$

II. On donne le graphique ci-contre qui est la représentation d'une fonction g dont l'ensemble de définition Dg est $[-4 ; 3]$.
a, b, m et n sont des éléments de Dg.

1. Donne $g(1)$ et $g(3)$.
2. Compare a et b puis m et n.
3. Compare $g(a)$ et $g(b)$, puis $g(m)$ et $g(n)$.
4. Déduis-en le sens de variation de g $[a ; b]$ et dresse son tableau de variation.
5. Déduis-en le sens de variation de g $[m ; n]$ et dresse son tableau de variation.



Récapitulons

Soit f une fonction et D_f son ensemble de définition.

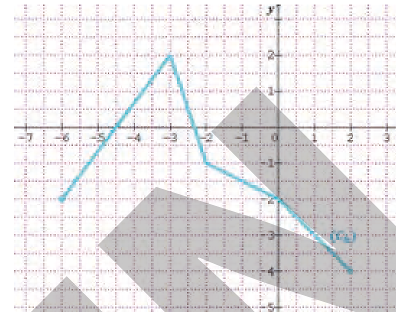
- f est décroissante sur un intervalle $[a ; b]$ signifie que pour deux éléments x et y quelconques de $[a ; b]$ tels que $x < y$, on a : $f(x) \geq f(y)$.
- Si $f(x) > f(y)$, on dit que f est strictement décroissante sur $[a ; b]$.
- On résume cela dans un tableau appelé tableau de variation.

x	a		b
$f(x)$	$f(a)$	$\searrow$	$f(b)$

- f est constante sur un intervalle $[a ; b]$ signifie que pour deux éléments x et y quelconques de $[a ; b]$, on a : $f(x) = f(y)$.

x	a		b
$f(x)$	$f(a)$	$\longrightarrow$	$f(b)$

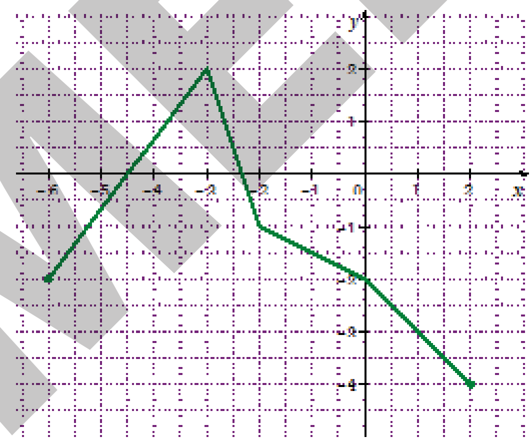
Exercice de fixation



11 On donne la figure ci-contre qui est la représentation d'une fonction h.

1. Donne l'ensemble de définition de la fonction h.
2. Donne, suivant les valeurs de x, les variations de h.
3. Dresse le tableau de variation de la fonction h.

Activité 6 Minimum, maximum d'une fonction



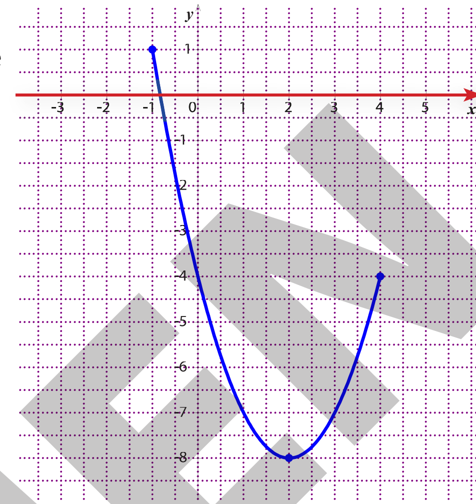
On donne le graphique ci-contre qui est la représentation d'une fonction k dont l'ensemble de définition D_k est [−6 ; 2].

1. Donne : $k(-4{,}5)$, $k(-2{,}5)$, $k(-1)$ et $k(1{,}5)$.
2. Compare les nombres trouvés à la question 1) à 2, puis à −4.
3. Détermine l'antécédent de 2.
4. Détermine l'antécédent de −4.

Récapitulons

- − 4 est la plus petite valeur de la fonction k sur l'intervalle [−6 ; 2]. On dit que − 4 est le minimum de la fonction k sur cet intervalle. $k(2) = -4$, on dit que ce minimum est atteint en 2.
- Le minimum d'une fonction f sur un intervalle est la plus petite valeur atteinte par cette fonction sur cet intervalle.
  Si a est un antécédent de cette valeur, on dit que le minimum de f est atteint en a.
- 2 est la plus grande valeur de la fonction k sur l'intervalle [−6 ; 2]. On dit que 2 est le maximum de la fonction k sur cet intervalle. $k(-3) = 2$, on dit que ce maximum est atteint en − 3.
- Le maximum d'une fonction sur un intervalle est la plus grande valeur atteinte par cette fonction sur cet intervalle.
  Si a est un antécédent de cette valeur, on dit que le maximum de f est atteint en a.
- Un extremum d'une fonction sur un intervalle est un minimum ou un maximum de cette fonction sur cet intervalle.

Exercices de fixation



12 On donne la figure ci-contre qui est la représentation graphique d'une fonction p.

1. Donne l'ensemble de définition de la fonction p.
2. Donne s'il existe le maximum de p et précise en quel point (valeur) il est atteint.
3. Donne s'il existe le minimum de p et précise en quel point (valeur) il est atteint.

13 On donne le tableau de variation d'une fonction l définie sur $[-5\ ;\ 7]$.

x	-5		1		5		7
$l(x)$	-2	↗	5	↘	-2	↗	-1

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, les éléments des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est exacte. Écris le numéro de chaque ligne suivi de la lettre qui permet d'obtenir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	Réponses		
		A	B	C
1	Le minimum de la fonction l est	1	−5	−2
2	Le maximum de la fonction l est	1	5	7
3	Le maximum de la fonction l est atteint en	1	7	1 et 7
4	Le minimum de la fonction l est atteint en	1	−5 et 5	−2

Résumé de la leçon

I. Définition d'une fonction

Définition

A et B sont deux ensembles non vides.

Une fonction de A vers B est une correspondance qui à chaque élément x de A associe un ou zéro élément de B. On note :

$$f : \mathrm{A} \longmapsto \mathrm{B}$$
$$x \longmapsto f(x)$$

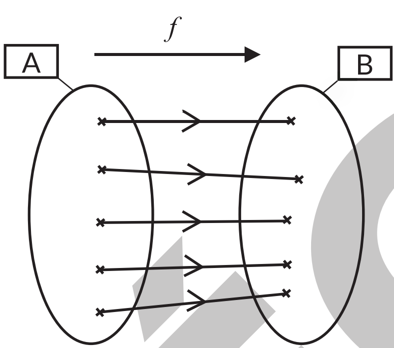
Vocabulaire

f étant la fonction définie de A vers B, qui à x associe $f(x)$:

- A est l'ensemble de départ et B l'ensemble d'arrivée de f.
- x est la variable et $f(x)$ est l'image de x par f.
- Si y est l'image de x par f, on note : $f(x) = y$; on dit que x est l'antécédent de y par f.

Exemple

La correspondance f ci-dessous est une fonction.



Fonction numérique

Une fonction est appelée fonction numérique si son ensemble d'arrivée est une partie de l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.

Si de plus son ensemble de départ est aussi une partie de $\mathbb{R}$, on dit que c'est une fonction numérique à variable réelle.

Pour s'entraîner : Exercices 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8

II. Ensemble de définition d'une fonction

Définition

Soit f une fonction de A vers B.

L'ensemble de définition de f est l'ensemble des éléments de l'ensemble de départ A qui ont une image par f dans l'ensemble d'arrivée B.

L'ensemble de définition de f est généralement noté Df.

Exemple

Soit g la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \dfrac{x+2}{\sqrt{x-1}}$.

Pour tout réel x quelconque, $g(x)$ existe si et seulement si $\sqrt{x-1} \neq 0$ et $x - 1 \geq 0$. Ces deux conditions se résument par : $x - 1 > 0$ c'est-à-dire $x > 1$. Donc : $Dg =]1 ; +\infty[$

Pour s'entraîner : Exercices 9 ; 10 ; 11 ; 12

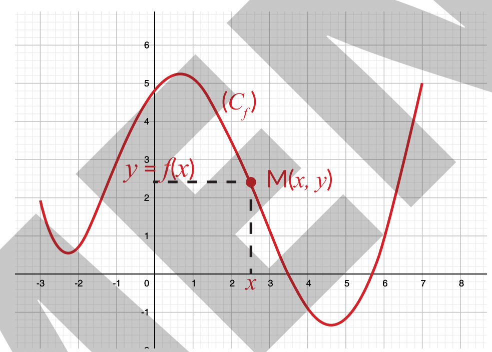
III. Représentation graphique d'une fonction

Définition

Soit f une fonction de A vers B d'ensemble de définition D_f.
Dans le plan muni d'un repère, l'ensemble des points de coordonnées $(x\ ;\ f(x))$ où $x \in D_f$ est appelé représentation graphique ou courbe représentative de la fonction f.

Exemple et notation

On note généralement (C_f) la courbe représentative de f.
Sur le graphique ci-contre, la courbe (C_f) (en rouge) est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-3\ ;\ 7]$.



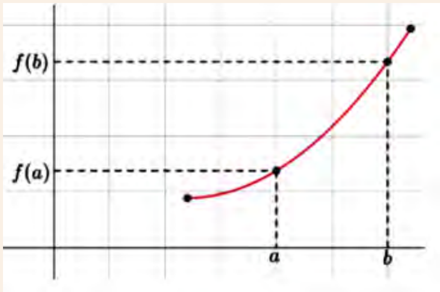
Pour s'entraîner : Exercices 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17

IV. Sens de variation d'une fonction

Fonction croissante

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

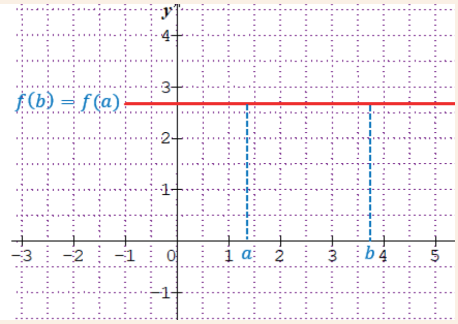
- La fonction f est croissante sur I signifie que pour tous réels a et b de I tels que $a < b$, on a : $f(a) \leq f(b)$.
- La fonction f est strictement croissante sur I signifie que pour tous réels a et b de I tels que $a < b$, on a : $f(a) < f(b)$.



Fonction décroissante

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- La fonction f est décroissante sur I signifie que pour tous réels a et b de I tels que $a < b$, on a : $f(a) \geq f(b)$.
- La fonction f est strictement décroissante sur I signifie que pour tous réels a et b de I tels que $a < b$, on a : $f(a) > f(b)$.



Fonction constante

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

La fonction f est constante sur I signifie que pour tous réels a et b de I, on a : $f(a) = f(b)$.

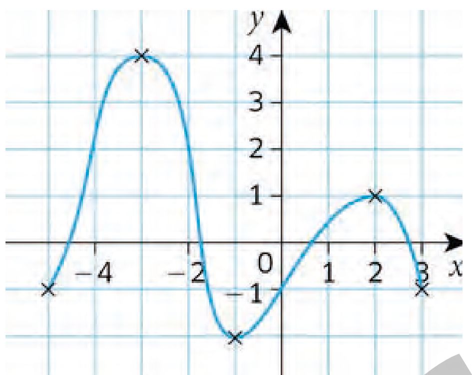
Tableau de variation d'une fonction

On peut résumer les variations d'une fonction f dans un tableau appelé tableau de variation de la fonction f.
On utilise des flèches pour signifier la croissance (flèche qui monte), la décroissance (flèche qui descend), la constance (flèche horizontale dirigée vers la droite).

Pour s'entraîner : Exercices 18 ; 19

Exemple

Sur le graphique ci-dessous, la courbe (en bleu) est la représentation graphique de la fonction f définie sur $[-5\ ;\ 3]$.



- La fonction f est :
- croissante sur $[-5\ ;\ -3]$ et sur $[-1\ ;\ 2]$;
- décroissante sur $[-3\ ;\ -1]$ et sur $[2\ ;\ 3]$.
- Le tableau de variation de f est :

x	-5		-3		-1		2		3
$f(x)$	-1	↗	4	↘	-2	↗	1	↘	-1

Pour s'entraîner : Exercices 20 ; 21 ; 22

V. Maximum et minimum d'une fonction

Définitions

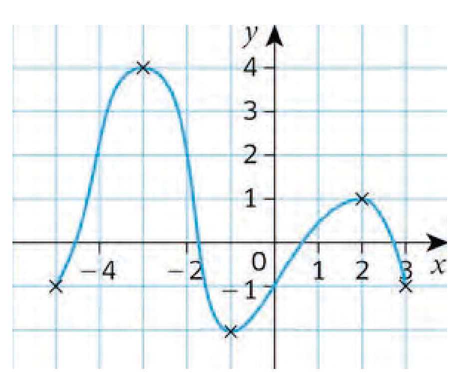
Soit f une fonction numérique d'une variable réelle d'ensemble de définition D_f ;
I un intervalle de D_f et a un élément de I.

- $f(a)$ est le maximum de f sur I signifie que pour tout élément x de I, on a : $f(x) \leq f(a)$.
  On dit que ce maximum est atteint en a.
- $f(a)$ est le minimum de f sur I signifie que pour tout élément x de I , on a : $f(x) \geq f(a)$.
  On dit que ce minimum est atteint en a.
- Le maximum ou le minimum d'une fonction f, lorsqu'il existe, est appelé extremum de la fonction f.

Exemple

La fonction f est définie sur $[-5\ ;\ 3]$ par sa représentation graphique ci- contre.
Le point le plus haut de la courbe est le point de coordonnées $(-3 : 4)$.
Le point le plus bas de la courbe est le point de coordonnées $(-1\ ;-2)$.

- Le maximum de f sur $[-5\ ;\ 3]$ est 4 et il est atteint en -3.
- Le minimum de f sur $[-5\ ;\ 3]$ est -2 et il est atteint en -1.



Pour s'entraîner : Exercices 23 ; 24 ; 25 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29

QUESTION 1

Comment déterminer l'ensemble de définition d'une fonction définie par sa formule explicite ?

Méthode

Pour déterminer l'ensemble de définition D_f d'une fonction numérique f à variable réelle, définie par une formule explicite, on peut procéder de la façon suivante :

- on écrit toutes les conditions pour pouvoir calculer $f(x)$;
- on détermine les ensembles déterminés par ces conditions ;
- on détermine l'intersection de ces ensembles ;
- on écrit D_f en extension, sous forme d'intervalle ou sous forme de réunion d'intervalles.

Exercice

Détermine l'ensemble de définition de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-3}$.

Solution commentée

$\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-3}$ existe si $x + 2 \geq 0$ et $x - 3 \neq 0$.

On résout l'inéquation $x + 2 \geq 0$ et l'équation $x - 3 = 0$.

$x + 2 \geq 0$ équivaut à $x \geq -2$; c'est-à-dire $x \in [-2\,;+\infty[$.

$x - 3 = 0$ équivaut à $x = 3$.

Donc, $\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-3}$ existe si $x \in [-2\,;+\infty[$ et $x \neq 3$;

c'est-à-dire $x \in [-2\,;3[\cup]3\,;+\infty[$.

L'ensemble de définition de la fonction f est :

$D_f = [-2\,;3[\cup]3\,;+\infty[$.

Exercice non corrigé

Détermine l'ensemble de définition de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=\dfrac{\sqrt{3-x}}{x}$.

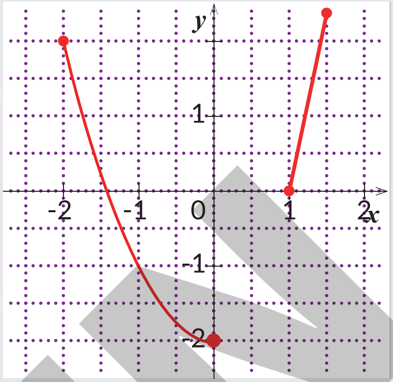
QUESTION 2

Comment déterminer l'ensemble de définition d'une fonction définie par sa représentation graphique ?

Méthode

Pour déterminer l'ensemble de définition d'une fonction définie par sa représentation graphique, on peut procéder comme suit :

- Si la courbe est en un seul morceau, on détermine les abscisses des extrémités de la courbe et l'ensemble de définition est l'intervalle formé par ces abscisses.
- Si la courbe est en plusieurs morceaux, on détermine les abscisses des extrémités de chacun des morceaux et l'ensemble de définition est la réunion des intervalles formé par ces abscisses.



Exercice

On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction h.
Détermine l'ensemble de définition de la fonction h.

Solution commentée

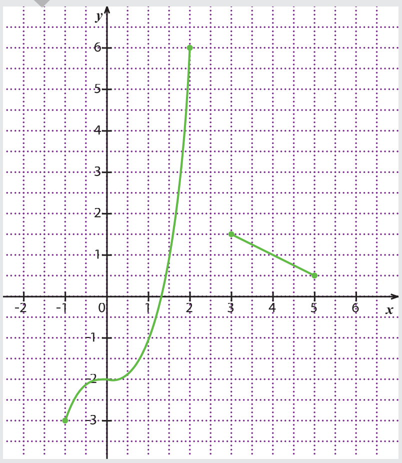
La courbe est en deux morceaux. Il faut donc déterminer les abscisses des extrémités de chaque morceau.

Les extrémités du 1er morceau sont les points de coordonnées (−2 ; 2) et (0 ; −2). Ce qui donne, avec les abscisses, l'intervalle [−2 ; 0].

Les extrémités du second morceau sont les points de coordonnées (1 ; 0) et (1 ; 1,5). Ce qui donne, avec les abscisses, l'intervalle [1 ; 1,5].

L'ensemble de définition de h est :

$D_h = [-2 ; 0] \cup [1 ; 1{,}5]$.



Exercice non corrigé

On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction k.
Détermine l'ensemble de définition de la fonction k

QUESTION 3

Comment dresser le tableau de variation d'une fonction définie par sa représentation graphique ?

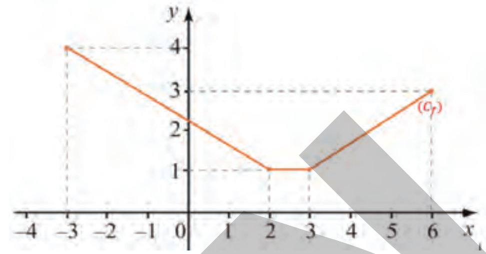
Méthode

Pour dresser le tableau de variation d'une fonction définie par sa représentation graphique, on peut procéder comme suit :

- on identifie les parties ascendantes (qui montent) de la courbe : sur ces parties, la fonction est croissante ;
- on identifie les parties descendantes (qui descendent) de la courbe : sur ces parties, la fonction est décroissante ;
- on identifie les parties de la courbe qui sont parallèles à l'axe des abscisses : sur ces parties la fonction est constante.

Exercice

Donne les variations et dresse le tableau de variation de la fonction f, définie sur $[-3 ; 6]$ par sa représentation graphique ci-contre.



Solution commentée

Entre -3 et 2, la courbe descend, donc la fonction f est décroissante sur $[-3 ; 2]$.

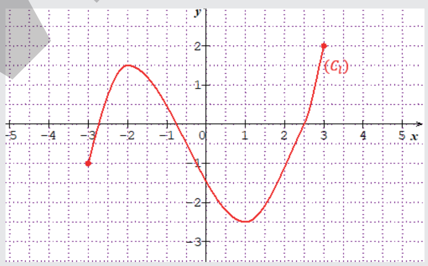
Entre 2 et 3, la courbe est parallèle à l'axe des abscisses, donc la fonction f est constante sur $[2 ; 3]$.

Entre 3 et 6, la courbe monte, donc la fonction f est croissante sur $[3 ; 6]$.

x	-3	2	3	6
$f(x)$	4 ↘	1 →	1 ↗	3

Exercice non corrigé

Donne les variations et dresse le tableau de variation de la fonction l, définie sur $[-3 ; 3]$ par sa représentation graphique ci-contre.



QUESTION 4

Comment déterminer le maximum ou le minimum d'une fonction à partir de son tableau de variation ?

Méthode

Soit f une fonction dont on connait le tableau de variation et I un intervalle inclus dans l'ensemble de définition D_f de f.

- Pour déterminer le maximum d'une fonction, sur l'intervalle I, à partir de son tableau de variation, on peut procéder de la façon suivante :
  - ✓ on repère l'intervalle I dans la 1ère ligne du tableau ;
  - ✓ on identifie dans la 2ème ligne du tableau les nombres se trouvant au bout des flèches qui montent ;
  - ✓ on compare ces nombres ;
  - ✓ le plus grand de ces nombres est le maximum de la fonction f et il est atteint pour le nombre correspondant dans la 1ère ligne.
- Pour déterminer le minimum d'une fonction, sur l'intervalle I, à partir de son tableau de variation on peut procéder de la façon suivante :
  - ✓ on repère l'intervalle I dans la 1ère ligne du tableau ;
  - ✓ on identifie dans la 2ème ligne du tableau les nombres se trouvant au bout des flèches qui descendent ;
  - ✓ on compare ces nombres ;
  - ✓ le plus petit de ces nombres est le minimum de la fonction f et il est atteint pour le nombre correspondant dans la 1ère ligne.

Exercice

On donne ci-contre le tableau de variation d'une fonction t définie sur $[-2 ; 3]$.

Détermine, s'ils existent, le maximum et le minimum de la fonction t sur $[-2 ; 3]$.

x	-2		-1		1		3
$t(x)$	0	↗	2	↘	$-1{,}5$	↗	4

Solution commentée

Sur $[-2 ; 3]$, les nombres au bout des flèches montantes sont 2 et 4.

Comme $4 > 2$ alors le maximum de t sur $[-2 ; 3]$ est 4 et il est atteint en 3.

Sur $[-2 ; 3]$, les nombres au bout des flèches qui descendent sont 0 et $-1{,}5$.

Comme $-1{,}5 < 0$ alors le minimum de t sur $[-2 ; 3]$ est $-1{,}5$ et il est atteint en 1.

Exercice non corrigé

On donne ci-contre le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-5 ; 10]$.

Détermine, s'ils existent, le maximum et le minimum de la fonction f sur $[-5 ; 10]$.

x	-5		2		4		10
$f(x)$	8	↘	1	↗	9	↘	3

QUESTION 5

Comment déterminer le maximum ou le minimum d'une fonction à partir de sa représentation graphique ?

Méthode

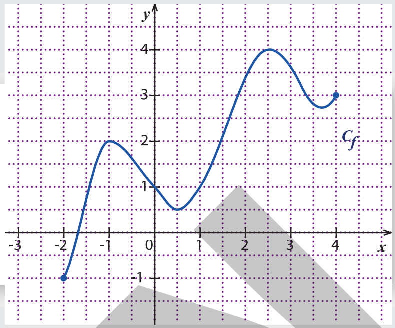
Soit f une fonction définie par sa courbe représentative (C_f) et I un intervalle inclus dans l'ensemble de définition D_f de f.

- Pour déterminer le maximum d'une fonction, sur l'intervalle I, à partir de sa représentation graphique, on peut procéder de la façon suivante :
  - ✓ on repère l'intervalle I sur l'axe des abscisses ;
  - ✓ on identifie le(s) point(s) le(s) plus haut de la partie de (C_f) se trouvant dans l'intervalle I ;
  - ✓ on détermine les coordonnées de ce(s) point(s) ;
  - ✓ l'ordonnée de ce(s) point(s) est le maximum de la fonction f et il est atteint en l' (ou les) abscisse(s) de ce(s) point(s).
- Pour déterminer le minimum d'une fonction, sur l'intervalle I, à partir de sa représentation graphique, on peut procéder de la façon suivante :
  - ✓ on repère l'intervalle I sur l'axe des abscisses ;
  - ✓ on identifie le(s) point(s) le(s) plus bas de la partie de (C_f) se trouvant dans l'intervalle I ;
  - ✓ on détermine les coordonnées de ce(s) point(s) ;
  - ✓ l'ordonnée de ce(s) point(s) est le minimum de la fonction f et il est atteint en la (ou les) abscisse(s) de ce(s) point(s).

Exercice

On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-2\ ;\ 4]$.

Détermine, s'ils existent, le maximum et le minimum de f sur $[-2\ ;\ 4]$.



Solution commentée

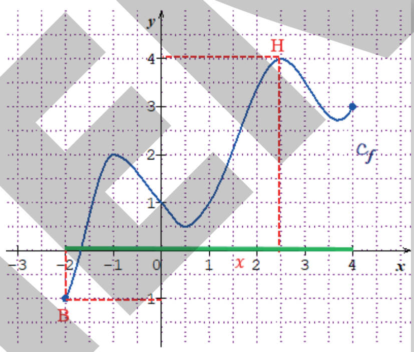
On repère l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$ (en vert sur la figure ci-contre).

Le point le plus haut de (C_f) sur $[-2\ ;\ 4]$ est le point H de coordonnées $(2{,}5\ ;\ 4)$.

Le maximum de f sur $[-2\ ;\ 4]$ est donc 4 et il est atteint en 2,5.

Le point le plus bas de (C_f) sur $[-2\ ;\ 4]$ est le point B de coordonnées $(-2\ ;\ -1)$.

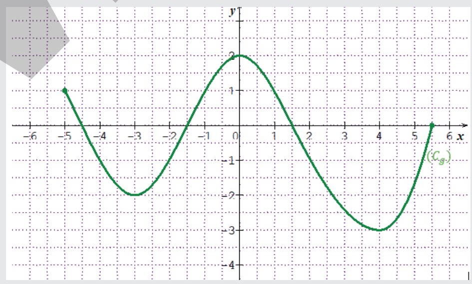
Le minimum de f sur $[-2\ ;\ 4]$ est donc -1 et il est atteint en -2.



Exercice non corrigé

On donne ci-contre, la courbe représentative d'une fonction g définie sur $[-5\ ;\ 5{,}5]$.

Détermine, s'ils existent, le maximum et le minimum de g sur $[-5\ ;\ 5{,}5]$.



QUESTION 6

Comment résoudre une équation ou une inéquation en utilisant la représentation graphique d'une fonction ?

Méthode

Soit f une fonction définie par sa courbe représentative (C_f).

- Pour résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = a$, on peut procéder de la façon suivante :
  - ✓ on trace d'abord la droite (D) d'équation $y = a$;
  - ✓ si la droite (D) coupe la courbe (C_f) alors les abscisses des points d'intersection sont les solutions de l'équation ;
  - ✓ si la droite (D) ne coupe pas la courbe (C_f), alors l'équation n'a pas de solution.
- Pour résoudre graphiquement une inéquation du type : $f(x) < a$; $f(x) \leq a$; $f(x) > a$ ou $f(x) \geq a$, on peut procéder de la façon suivante :
  - ✓ on trace d'abord la droite (D) d'équation $y = a$;
  - ✓ on identifie ensuite les parties de la courbe (C_f) qui sont :
    - en dessous de la droite (D) si l'inéquation est $f(x) < a$ ou $f(x) \leq a$,
    - au-dessus de la droite (D) si l'inéquation est $f(x) > a$ ou $f(x) \geq a$.

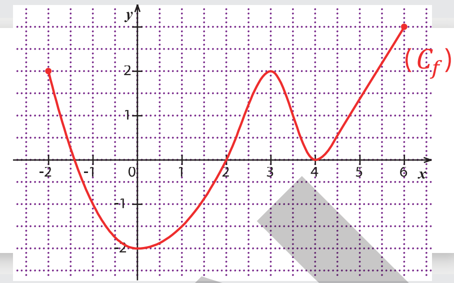
✓ les solutions de l'inéquation sont les intervalles formés des abscisses des points de ces parties de la courbe ;

✓ si la droite (D) ne coupe pas la courbe, alors l'ensemble des solutions est l'ensemble vide ou l'ensemble de définition de la fonction.

Exercice

On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f d'ensemble de définition D_f tel que : $D_f = [-2 ; 6]$.

1. Résous graphiquement l'équation : $x \in D_f$, $f(x) = -1$.
2. Résous graphiquement l'inéquation : $x \in D_f$, $f(x) \geq 2$.



Solution commentée

1. On trace la droite (Δ_1) d'équation $y = -1$.

Elle coupe (C_f) en A et B.

L'abscisse de A est −1 et l'abscisse de B est 1,5.

L'ensemble des solutions de l'équation est :

S = {−1 ; 1,5}.

2. On trace la droite (Δ_2) d'équation $y = 2$.

Elle coupe (C_f) en E, F et G.

On repère les parties de (C_f) qui sont au-dessus de (Δ_2) ainsi que les points communs à (C_f) et (Δ_2).

Ici c'est la partie de (C_f) qui est au-dessus de G ; les points E, F et G sont les points communs.

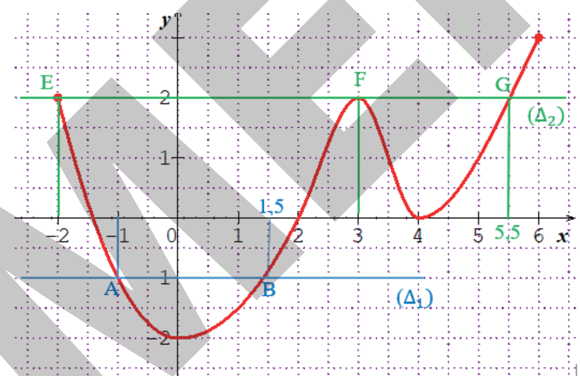
Les abscisses des points E, F et G sont respectivement : −2 ; 3 et 5,5.

Comme E et F sont des points isolés on note l'ensemble formé par leurs abscisses (pas d'intervalle) ; {−2 ; 3}.

On note ensuite l'intervalle formé par les abscisses des extrémités de la partie de la courbe au-dessus de G : [5,5 ; 6]

L'ensemble des solutions de l'inéquation est :

S= {−2 ; 3} ∪ [5,5 ; 6].



Remarque

L'ensemble des solutions de l'inéquation :

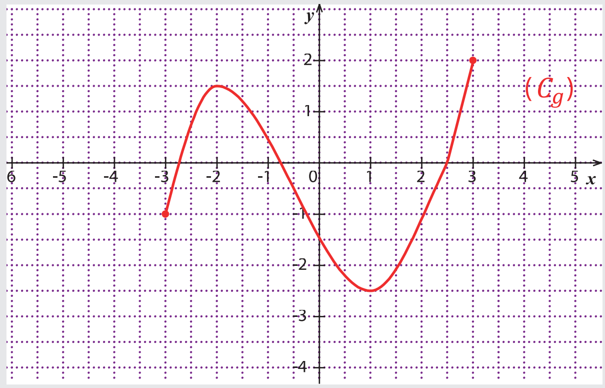
$x \in D_f$, $f(x) > 2$ est S =]5,5 ; 6].

Ici, on ne retient pas les abscisses des points communs à (C_f) et (Δ_2).

Exercice non corrigé

On donne ci-contre, la représentation graphique d'une fonction définie sur [−3 ; 3].

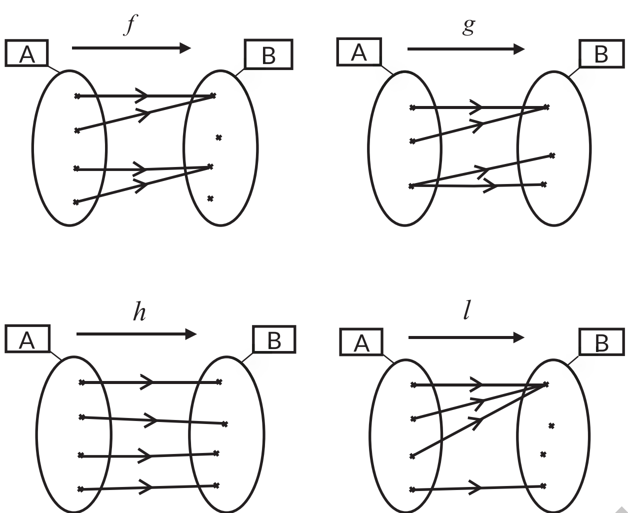
1. Résous graphiquement chacune des équations suivantes :
   a) $x \in D_f$, $f(x) = -2{,}5$;
   b) $x \in D_f$, $f(x) = 3$.
2. Résous graphiquement chacune des inéquations ci-contre :
   a) $x \in D_f$, $f(x) < -1$;
   b) $x \in D_f$, $f(x) \geq 1{,}5$.



Exercices de fixation

Notion de fonction

1 On donne les correspondances f, g, h, et l ci-dessous. Pour chacune d'elles, dis si elle est une fonction ou non, et justifie ta réponse.



2 Écris le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation donnée est vraie ou de F si elle est fausse.

N°	Affirmation
1	La correspondance qui à chaque élève de ta classe associe son père est une fonction.
2	La correspondance qui à chaque élève de ta classe associe son frère est une fonction.
3	La correspondance qui à chaque nombre réel associe sont carré n'est pas une fonction.
4	La correspondance qui à chaque récipient associe son volume n'est pas une fonction.

3 Ordonne les groupes de mots suivants pour obtenir une affirmation vraie.

1. est une fonction dont
2. l'ensemble d'arrivée
3. une fonction numérique
4. est une partie de l'ensemble $\mathbb{R}$

4 Soit f une fonction.
Donne l'écriture mathématique de chacune des phrases suivantes :

1. « f est la fonction définie de A vers B qui à tout élément x de A associe l'élément $f(x)$ de B ».
2. « a est l'image de b par f ».
3. « L'image de −4 par f est zéro ».
4. « 7 est l'antécédent de 2 par f ».

Images et antécédents

5 On donne l'ensemble A tel que :
A = {− 5 ; −2 ; 0 ; 1 ; 2 ; 4 ; 5 }.
On appelle f la fonction définie sur A par le tableau ci-dessous.

x	− 5	−2	0	1	2	4	5
$f(x)$	4	0	− 5	4	1	−2	2

1. Quelle est l'image par f de chacun des nombres 1 ; −2 et 0 ?
2. Cite le ou les antécédents par f de chacun des nombres 4 ; 2 et −5.

6 On donne la fonction g définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :
$g(x) = 3x^2 + 2x - 5$.
Recopie et complète le tableau suivant :

x	− 3	−2	0	1	2	3	5
$g(x)$							

7 On donne la fonction h définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :
$h(x) = x^2 - 5$.

1. Calcule l'image par h de (-3) ; de 0 et de $\sqrt{5}$.
2. Détermine les antécédents par h de −4 ; de 0 et de 4.

8 On donne la fonction f_1 définie de $\mathbb{R}^*$ vers $\mathbb{R}$ par :
$f_1(x)=\frac{1-x}{x^3}$.

1. Calcule l'image par f_1 de −2 ; de 1 et de 2.
2. Détermine l' antécédent par f_1 de 0.

Ensemble de définition d'une fonction

9 A et B sont deux ensembles non vides.
Écris le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation donnée est vraie ou de F si elle est fausse.

N°	Affirmations
1	L'ensemble de définition d'une fonction définie de A vers B est l'ensemble des éléments de A.
2	L'ensemble de définition d'une fonction définie de A vers B est l'ensemble des éléments de B.
3	L'ensemble de définition d'une fonction définie de A vers B est l'ensemble des éléments de A qui ont une image dans B.
4	L'ensemble de définition d'une fonction définie de A vers B est l'ensemble des éléments de B qui ont un antécédent dans A.

10 Pour chacune des fonctions, définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$, contenues dans le tableau ci-dessous, on propose trois ensembles comme ensemble de définition de la fonction.
Recopie le bon ensemble de définition dans chaque cas.

Formule explicite de la fonction	Ensemble de définition		
	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$f(x)=1-3x$	$\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$	$\mathbb{R}$	$\left\{\frac{1}{3}\right\}$
$j(x)=\frac{x-1}{x+2}$	$\mathbb{R}\setminus\{-2\}$	$\mathbb{R}$	$\{-2\}$
$n(x)=\sqrt{x}$	$\mathbb{R}\setminus\{0\}$	$\mathbb{R}$	$[0\,;+\infty[$

11 Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions ci-dessous définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par sa formule explicite.

$g(x)=3x^2-2x+5$; $h(x)=7$; $i(x)=\frac{2x+1}{(x+1)(2x-3)}$;

$k(x)=x$; $l(x)=\frac{-2x+5}{x^2-9}$.

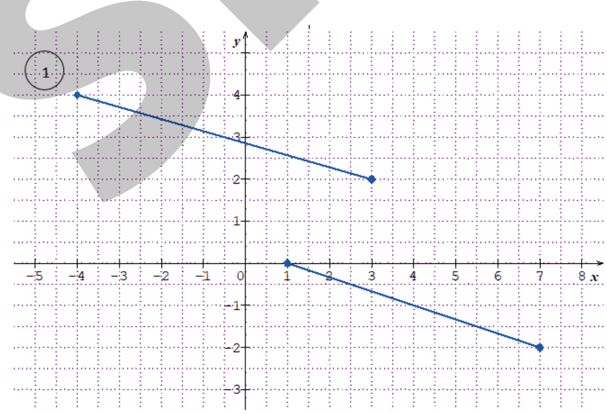
12 Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par sa formule explicite.

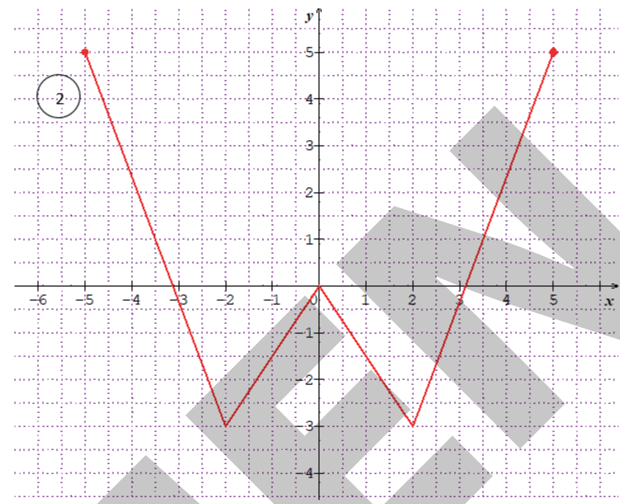
$m(x)=\sqrt{2x+4}$; $p(x)=\sqrt{2-5x}$;

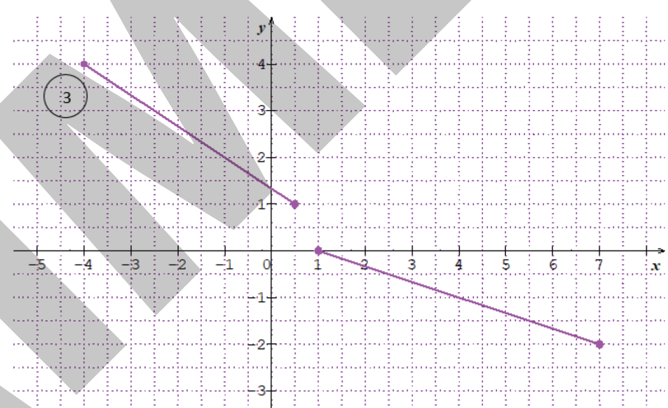
$q(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x+3}}$; $t(x)=\frac{\sqrt{2x+3}}{x-3}$.

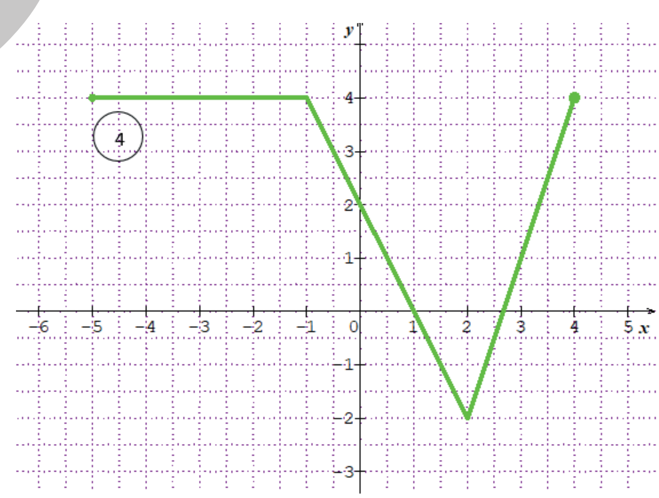
Représentation graphique d'une fonction

13 On donne les graphiques ci-dessous.
Pour chaque graphique, justifie qu'il est ou non la représentation graphique d'une fonction.



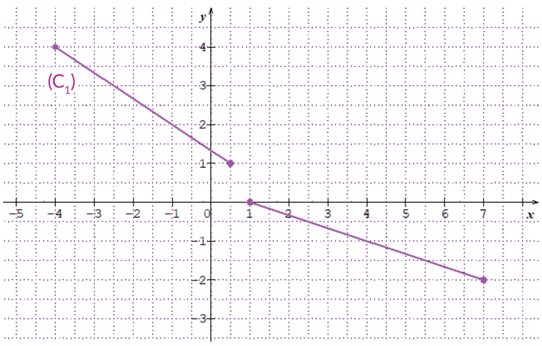


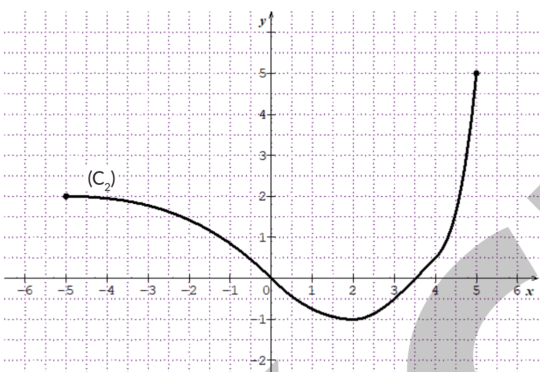


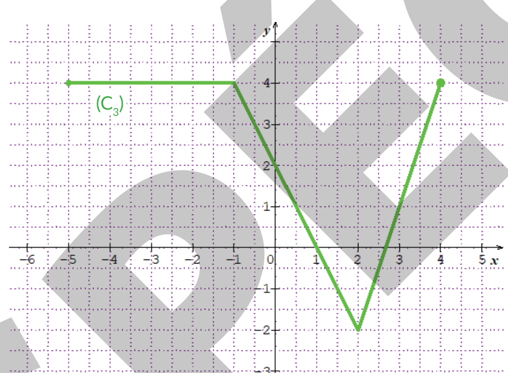


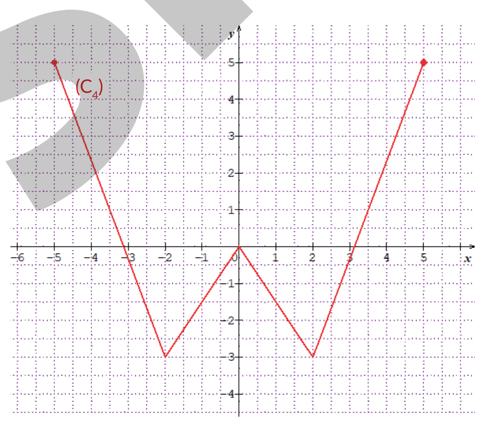
14 On donne la fonction g_1 de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :
$g_1(x) = x^3 - 1$.
Justifie que chacun des points ci-dessous appartient ou non à la courbe représentative de la fonction g_1.
A(−1 ; −2) ; J(0 ; 1) : H(2 ; 7) ; K(−3 ; 26).

15 On donne ci-dessous, les courbes (C_1), (C_2), (C_3) et (C_4) qui sont les représentations graphiques des fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4.
Détermine l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions.

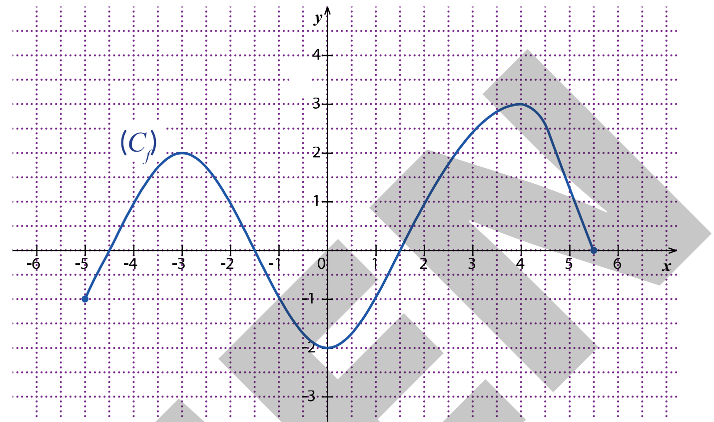






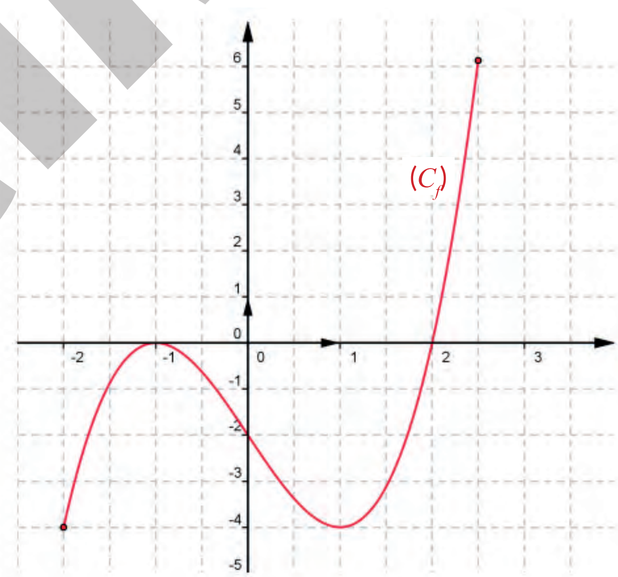


16 On donne ci-dessous, la courbe représentative d'une fonction f.



1. Détermine l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Détermine l'image par f de -2 ; de 0 et de 3.
3. Détermine le ou les antécédents de chacun des nombres -1 ; 0 et 3.

17 On donne ci-dessous, la courbe représentative d'une fonction f.



1. Détermine l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Détermine l'image par f de $-1,5$; de 0 et de 1.
3. Détermine l'antécédent ou les antécédents par f de chacun des nombres -4 ; 0 et 3.

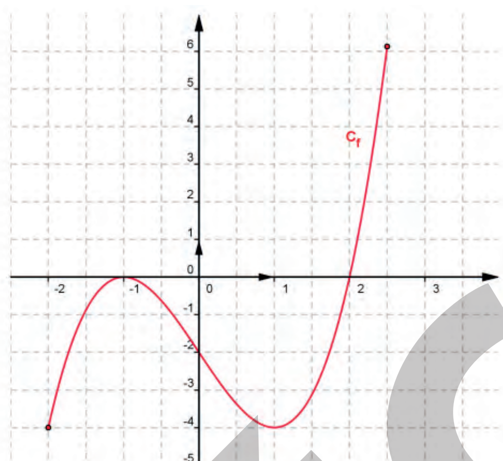
Sens de variation d'une fonction - Tableau de variation

18 Soit f une fonction décroissante sur $[-2 ; 5]$ et croissante sur $[5 ; 8]$.
1. Compare $f(0)$ et $f(3)$.
2. Compare $f(5,2)$ et $f(6,97)$.

19 Pour chaque affirmation, écris le numéro suivi de Vrai si elle est vraie ou de Faux si elle est fausse.

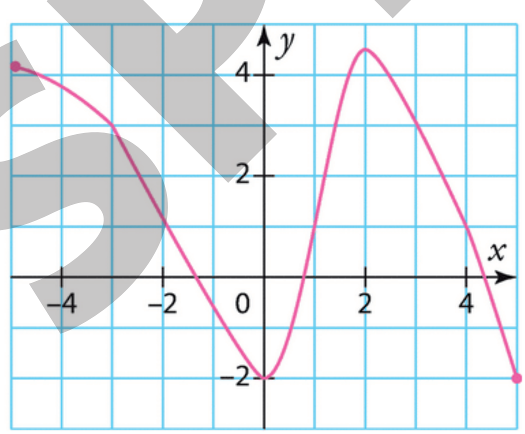
1. Si f est décroissante sur un intervalle I, alors les éléments de I sont rangés dans le même ordre que leurs images.
2. Si g est croissante sur un intervalle I, alors les éléments de I sont rangés dans le même ordre que leurs images.
3. Si h est constante sur un intervalle I, alors tous les éléments de I ont la même image.
4. Si k est croissante sur un intervalle I et -1 et 0 appartiennent à I, alors $k(-1) > k(0)$.

20 On donne ci-dessous, la courbe représentative d'une fonction f.



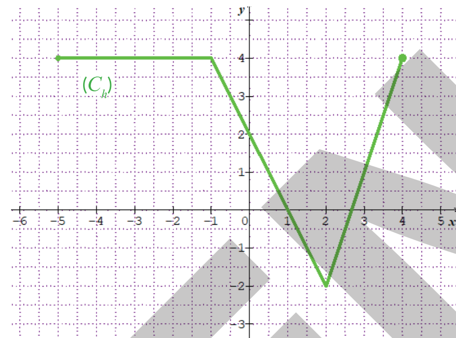
1. Donne l'ensemble de définition de f.
2. Détermine les variations de la fonction f.
3. Dresse le tableau de variation de f.

21 On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction g.



1. Donne l'ensemble de définition de g.
2. Détermine les variations de la fonction g.
3. Dresse le tableau de variation de g.

22 On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction h.



1. Donne l'ensemble de définition de h.
2. Détermine les variations de la fonction h.
3. Dresse le tableau de variation de h.

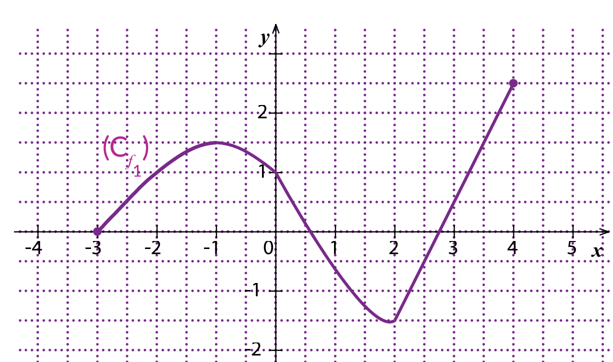
Maximum et minimum d'une fonction

23 Écris le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation donnée est vraie ou de F si elle est fausse.

N°	Affirmations
1	Si -3 est le maximum d'une fonction f sur un intervalle I et que 8 appartient à I, alors $f(-3) > f(8)$.
2	4 est le minimum de la fonction g sur l'intervalle I signifie que l'image de tout élément de I est supérieure ou égale à 4 et qu'un élément au moins de I a pour image 4.
3	h est une fonction définie sur un intervalle I. Si pour tout élément a de l'intervalle I, on a : $h(a) < 7$ alors 7 est le maximum de h sur I.
4	Une fonction constante sur un intervalle I n'a ni maximum, ni minimum sur I.

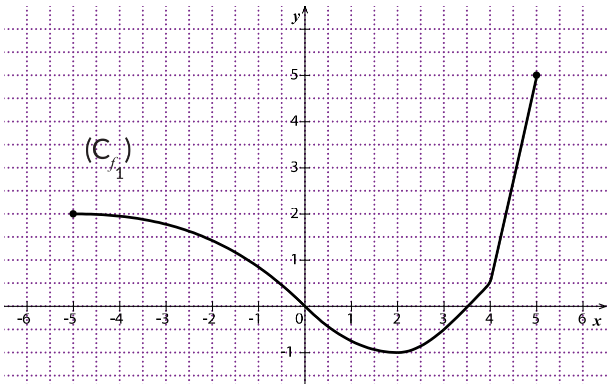
24 On donne la fonction f_1 définie sur $[-3 ; 4]$ par sa représentation graphique (C_{f_1}) ci-dessous.

Détermine, s'ils existent, le maximum et le minimum de f_1 sur $[-3 ; 4]$ et précise en quels nombres ils sont atteints.



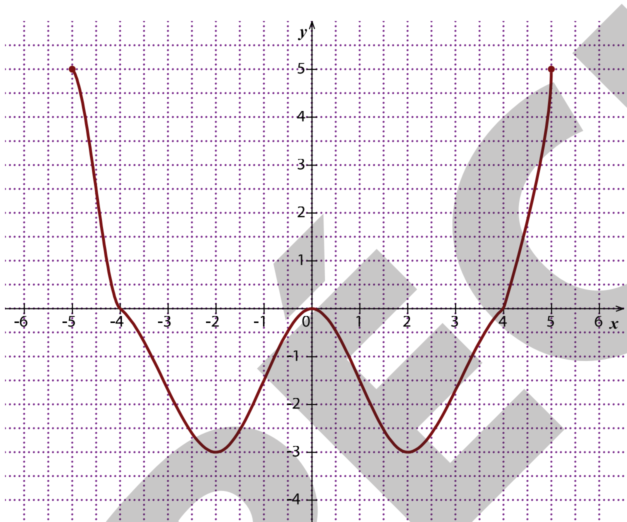
25 On donne la fonction f_2 définie sur $[-5 ; 5]$ par sa représentation graphique ci-dessous.

Détermine, s'ils existent, le maximum et le minimum de f_2 sur $[-5 ; 5]$ et précise en quels nombres ils sont atteints.



26 On donne la fonction f_3 définie sur $[-3 ; 2{,}5]$ par sa représentation graphique ci-dessous.

Détermine, s'ils existent, le maximum et le minimum de f_3 sur $[-3 ; 2{,}5]$ et précise en quels nombres ils sont atteints.



27 Soit g une fonction définie sur $[-6 ; 9]$. On donne ci-dessous le tableau de variation de g.

À partir de ce tableau, détermine s'ils existent les extremums de g sur $[-6 ; 9]$.

x	-6		-3		1		9
$g(x)$	3	↘	-2	↗	5	↘	1

28 Soit f une fonction définie sur $[-7 ; 1]$. On donne ci-dessous le tableau de variation de f.

À partir de ce tableau, détermine s'ils existent les extremums de f sur $[-7 ; 1]$.

x	-7		-3		1
$f(x)$	3	↘	-4	↗	5

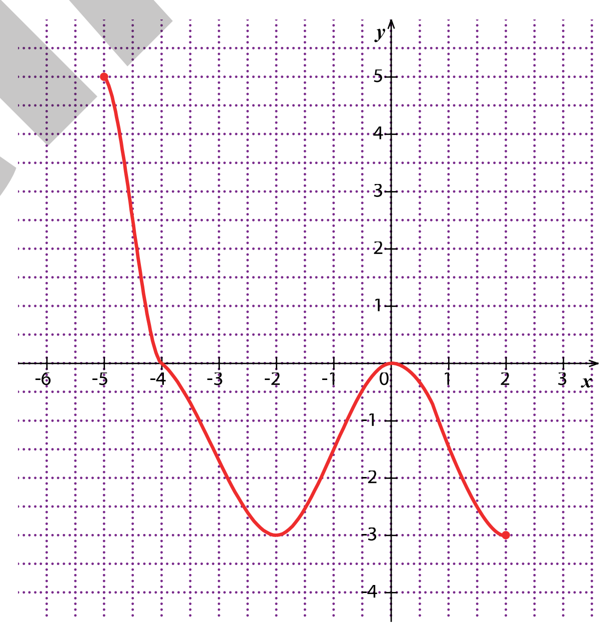
29 Soit h une fonction définie sur $[2 ; 9]$. On donne ci-dessous le tableau de variation de h.

À partir de ce tableau, détermine s'ils existent les extremums de h sur $[2 ; 9]$.

x	2		6		9
$h(x)$	-4	↗	0	↘	-5

Résolution d'équations et d'inéquations

30 On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-5 ; 2]$.



1. Résous graphiquement chacune des équations suivantes :
   a) $f(x) = -1{,}5$; b) $f(x) = 0$; c) $f(x) = 1$.
2. Résous graphiquement chacune des inéquations suivantes :
   i) $f(x) \geq -1{,}5$; ii) $f(x) \leq -0{,}5$; iii) $f(x) < 0$.

Exercices de renforcement / approfondissement

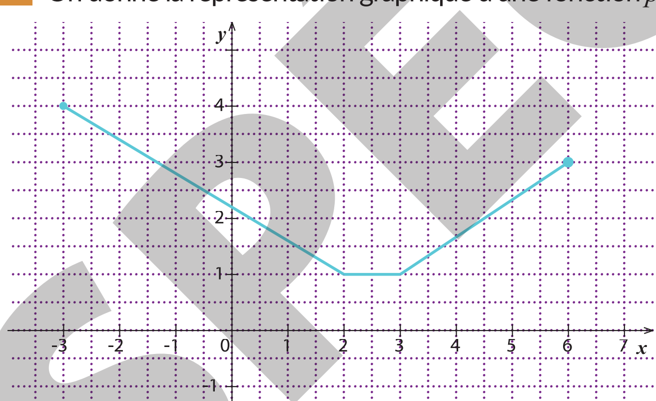
31 Soit j une fonction définie sur $[-8 ; 7]$ telle que :
$j(-8) = 1$, $j(-5) = -5$, $j(7) = 0$.
On sait aussi que :
j est décroissante sur $[-8 ;-5]$, croissante sur $[-5 ; 0]$, égale à 3 sur $[0 ; 3]$ et décroissante sur $[3 ; 7]$.
À partir de toutes ces informations, dresse le tableau de variation de j.

32 On donne le tableau de variation d'une fonction k définie sur $[-6, 8]$.

x	-6		-3		4		6		8
$k(x)$			3				0		
		↗		↘		↗		↘	
	1				-3				-2

1. Précise les variations de k.
2. Compare $k(-5{,}7)$ et $k(-3{,}5)$, puis $k(-1)$ et $k(0)$. Justifie chaque réponse.
3. Donne, s'ils existent, les extremums de k et précise en quels nombres ils sont atteints.
4. Détermine l'ensemble des solutions de :
   a) l'équation $k(x) = 3$;
   b) l'inéquation $k(x) \leq -3$.

33 On donne la représentation graphique d'une fonction p.



1. Donne l'ensemble de définition de la fonction p.
2. Précise les variations de p.
3. Dresse le tableau de variation de p.
4. Donne, s'ils existent, les extremums de p et précise en quels nombres ils sont atteints.
5. Détermine l'ensemble des solutions de :
   a) l'équation $p(x) = 1$;
   b) l'inéquation $p(x) > 2$.

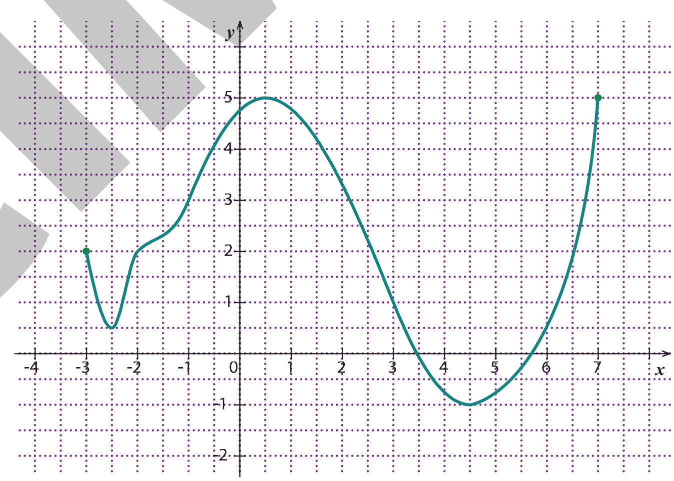
34 On donne la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 3x^2 + 2x - 5$.
1. Calcule $f(-2)$, $f(1)$ et $f(0)$.
2. Détermine les antécédents de -5, puis ceux de 0 par f.

35 On donne la fraction rationnelle T telle que :

$$T(x)=\frac{x^2-6x+9}{(x+2)(x-3)}.$$

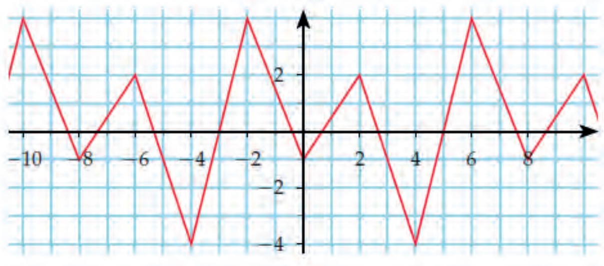
1. Détermine les valeurs de x pour lesquelles $T(x)$ existe.
2. On définit dans $\mathbb{R}$ une fonction f par : $f(x) = T(x)$.
   a) Détermine l'ensemble de définition D_f de f.
   b) Simplifie $f(x)$ pour x appartenant à D_f.
   c) Calcule si possible $f(0)$, $f(-2)$ et $f(1)$.
   d) Détermine s'ils existent les antécédents de 2 par f.

36 On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction g qui n'est pas définie en -3.



1. Détermine l'ensemble de définition D_g de g.
2. Donne les variations de g.
3. Détermine les extremums de g et les valeurs en lesquelles ils sont atteints.
4. Dresse le tableau de variation de g.
5. Résous l'équation $g(x) = 2$.
6. a) Résous l'inéquation $g(x) < 0$.
   b) Quel est le signe de $g(x)$ sur $[-3 ; 3]$? Justifie ta réponse.

37 On donne la représentation graphique d'une fonction t définie sur $\mathbb{R}$.



1. Détermine le minimum de la fonction t sur l'intervalle $[-3 ; 2]$.
2. Détermine le maximum de la fonction t sur l'intervalle $[-1 ; 5]$.
3. Détermine les extremums de la fonction t sur l'intervalle $[-8 ; 8]$.

38 On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction f.

x	-5		2		4		10
$f(x)$	8	↘	1	↗	9	↘	3

1. Donne l'ensemble de définition de f.
2. Donne les extremums de f et précise en quelles valeurs ils sont atteints.
3. Recopie et remplace les pointillés par ≤ ou par ≥.

$f\left(-\dfrac{5}{2}\right) \ldots f(-1)$; $f(-3) \ldots f(-2)$; $f\left(\dfrac{5}{2}\right) \ldots f(3)$; $f(6) \ldots f(8)$.

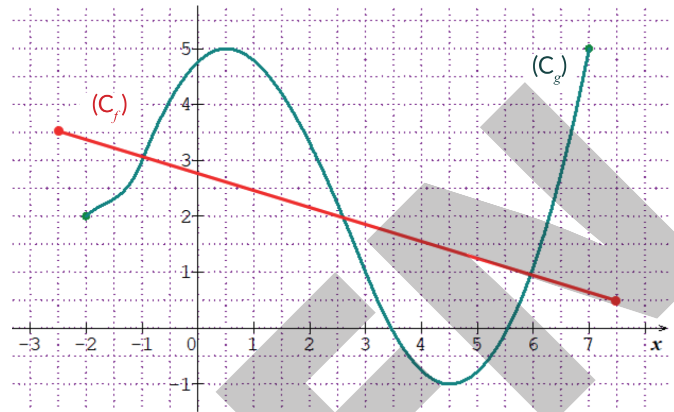
4. Soit a un élément de $[-5 ; 10]$. Donne un encadrement de $f(a)$. Justifie ta réponse.

39 On donne deux tableaux de variations de deux fonctions. Mais, ces tableaux comportent des anomalies. Indique l'erreur dans chaque cas et corrige-la en n'utilisant que les nombres figurant déjà dans le tableau.

x	-4		-2		1		3
$f(x)$	0	↗	−1	↘	−2	↗	3

x	-6		5		2		-2
$g(x)$	5	↘	0	↗	3	↘	−1

40 On considère les deux fonctions f et g définies par leurs représentations graphiques ci-dessous.



1. Donne les ensembles de définition D_f et D_g de chacune des fonctions f et g.
2. Détermine : $D = D_f \cap D_g$.
3. Résous graphiquement l'équation : $x \in D$, $f(x) = g(x)$.
4. Résous graphiquement l'inéquation : $x \in D$, $f(x) > g(x)$.
5. Justifie que si $x \in [-1 ; 2{,}5]$, on a $f(x) - g(x) < 0$.

41 On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction g :

x	-2		-1		1		2		3
$g(x)$	0	↗	1	↘	0	↗	1	↘	0

1. Détermine l'ensemble de définition de la fonction g.
2. a) Donne les solutions de l'équation $g(x) = 0$ sur l'intervalle $[-2 ; 1]$.

   b) Donne les solutions de l'équation $g(x) = 1$ sur l'intervalle $[-1 ; 2]$.
3. a) Détermine le maximum, de la fonction g sur l'intervalle $[-2 ; 3]$.

   b) Détermine le minimum, de la fonction g sur l'intervalle $[-2 ; 3]$.

   c) Déduis-en que pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2 ; 3]$, $0 \leq g(x) \leq 1$.

42 On considère le tableau de variation d'une fonction h :

x	-2		1		4		7		10
$h(x)$	6	↘	0	↗	6	↘	−3	↗	7

1. Détermine les extremums de la fonction h.

2. Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse :

a) A(6 ; 4) est un point de la courbe représentative de la fonction h.

b) $h(-3) = 7$.

c) $h(4) > 0$.

d) l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution sur l'intervalle $[-2 ; 4]$.

3. Compare $h(-2)$ et $h(0)$.

43 On considère les fonctions f et g définies respectivement par $f(x) = \dfrac{4-2x}{x+1}$ et $g(x) = x-2$.

1. Détermine les ensembles de définition D_f et D_g des fonctions f et g.

2. a) Détermine l'antécédent de 1 par la fonction f.

b) Détermine l'image de $\dfrac{2}{3}$ par la fonction g.

3. On pose $T(x) = f(x) - g(x)$.

a) Justifie que pour tout nombre réel x différent de -1, $T(x) = \dfrac{(x-2)(-x-3)}{x+1}$.

b) Reproduis le tableau ci-dessous puis complète-le par un tableau de signes.

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
$x-2$									
$-x-3$									
$x+1$									
$T(x)$					$\|\|$				

c) Déduis-en le signe de $T(x)$.

4. Déduis des questions précédentes la résolution dans $\mathbb{R}$ des équations et inéquations suivantes :

a) $f(x) = g(x)$;
b) $f(x) > g(x)$;
c) $f(x) \leq g(x)$.

Situations complexes

41 Pour leur exposé en géographie sur le changement climatique, des élèves d'une classe de 3[è] se sont rendus à l'agence de météorologie de leur ville, où ils s'entretiennent avec le responsable. Avant leur départ ce dernier remet au chef de classe un graphique avec les commentaires qui l'accompagnent.

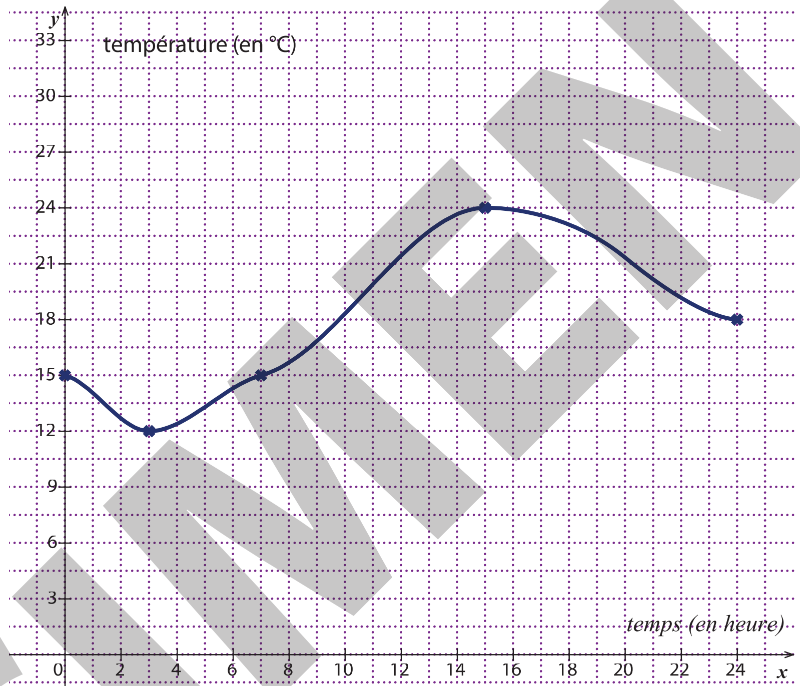
Lorsqu'ils se retrouvent le samedi matin pour exploiter le graphique, le chef de classe informe ses camarades qu'il a perdu les commentaires qui accompagnent le graphique. Il se souvient seulement qu'il s'agit de la courbe représentant les relevés de températures pendant une journée (de 0 heure à 24 heures).

Pour leur exposé, ces élèves veulent connaitre les variations de température au cours de cette journée, les températures extrêmes et les heures où ces températures sont atteintes. Ils veulent aussi connaitre la variation moyenne de température entre 7 heures et 18 heures.

Ils te sollicitent pour les aider à avoir toutes ces informations à partir du graphique.

Fais-le en utilisant tes connaissances sur les fonctions.

(On rappelle que la variation moyenne de température entre les heures h_1 et h_2 est égale à $\frac{t_1 - t_2}{h_1 - h_2}$ où t_1 est la température à l'heure h_1 et t_2 celle à l'heure h_2.)



42 Monsieur Koffi travaille dans une société où il a un salaire mensuel de 85 000 F et il n'arrive pas à économiser.

Une nouvelle société de commerce en ligne veut le recruter comme vendeur. Son salaire est calculé de la façon suivante: 65 000 F auxquels on ajoute une prime de 5% du montant total des ventes qu'il réalise dans le mois.

Les dépenses mensuelles de Koffi se présentent comme suit :

Loyer : 25 000 F

Nourriture : 35 000 F

Factures (eau + électricité) : 10 000 F

Transport : 15 000 F

Il veut avoir une formule pour calculer son salaire et le montant minimum de vente à réaliser pour avoir un salaire supérieur à celui qu'il avait dans la première société et pouvoir économiser au moins 15 000 F.

Pour cela, il te sollicite.

Propose-lui une solution en t'appuyant sur tes connaissances relatives aux fonctions.

6 ÉTUDE DE FONCTIONS ÉLÉMENTAIRES

Commentaire de la Leçon

Jusqu'au 17e siècle, la notion de fonction n'était pas définie avec rigueur, le concept restait assez vague. C'est le mathématicien James GREGORY (1638-1675) qui propose la meilleure définition de la notion de fonction. Quant au terme fonction, il a été introduit par le mathématicien allemand LEIBNIZ Gottfried Wilhelm (1646-1716). Il désignait, par ce terme, des grandeurs géométriques dépendant d'autres grandeurs géométriques.

Même si l'idée de relation entre les quantités, prend naissance avec les mathématiques elles-mêmes, et donc chez les mathématiciens babyloniens et grecs, c'est au mathématicien allemand, DIRICHLET Gustav Peter Lejeune (1805-1859) que nous devons la définition d'une fonction telle que connue aujourd'hui.

Dans la leçon « généralités sur les fonctions », le concept de fonction a été défini ainsi que les principales définitions qui s'y rattachent. Ici, il s'agit d'étudier le sens de variation de quelques fonctions de référence.

On représentera plusieurs fois ces fonctions pour permettre aux apprenants de se faire une image mentale des fonctions linéaires, des fonctions affines, des fonctions affines par intervalles, des fonctions :

$x \longmapsto x^2$ et $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$.

On fera étudier des situations concrètes dont la modélisation se ramène aux fonctions ci-dessus.

Les tableaux de valeurs doivent contenir suffisamment de valeurs pour permettre aux apprenants d'achever la construction.

L'étude des fonctions se poursuivra en première avec les notions de dérivées ; des éléments de symétrie d'une courbe, etc.

On fera représenter les fonctions sur des intervalles fermés bornés ou une réunion d'intervalles fermés bornés.

L'étude des fonctions permet de modéliser plusieurs phénomènes physiques, sociaux et économiques (lancer d'une bille, minimiser le coût d'une production...

Habiletés et Contenus

- ✓ **Connaître** la définition d'une fonction linéaire ; la définition d'une fonction affine ; la définition d'une fonction affine par intervalles ; l'ensemble de définition des fonctions linéaires ; l'ensemble de définition des fonctions affines ; l'ensemble de définition des fonctions : $x \mapsto x^2, x \mapsto \frac{1}{x}$; le sens de variation d'une fonction affine ; le sens de variation des fonctions : $x \mapsto x^2, x \mapsto \frac{1}{x}$.
- ✓ **Déterminer** l'ensemble de définition des fonctions affines ; l'ensemble de définition des fonctions : $x \mapsto x^2, x \mapsto \frac{1}{x}$; le sens de variation d'une fonction affine ; le sens de variation des fonctions $x \mapsto x^2, x \mapsto \frac{1}{x}$.
- ✓ **Dresser** le tableau de variation d'une fonction définie par une formule explicite au programme.
- ✓ **Représenter** graphiquement une fonction au programme sur un intervalle fermé borné ou une réunion d'intervalles fermés bornés.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel aux études de fonctions élémentaires.

Situation d'Apprentissage

Une société de location de véhicules située à Yopougon affiche pour une location journalière les tarifs suivants :

- entre 1 et 50 kilomètres, le client paie 15 000 francs de frais d'entretien du véhicule et 110 francs par kilomètre parcouru ;
- entre 50 et 100 km, le client paie 25 000 francs de frais d'entretien du véhicule et 90 francs par kilomètre parcouru ;
- au delà de 100 km, le client paie 40 000 francs de frais d'entretien du véhicule et 70 francs par kilomètre parcouru.

Un week-end, ton ami KALILOU souhaite rendre visite à sa grande sœur dans une ville située à 85 kilomètres de Yopougon. Il a prévu la somme de 30 000 francs pour la location d'un véhicule. Il se confie à toi et se demande si cette somme est suffisante pour la location d'un véhicule de cette société.

Tu décides de l'aider en utilisant les fonctions de référence.

Activité 1 Définitions d'une fonction linéaire et d'une fonction affine

Une piscine propose deux tarifs pour les adultes :

Tarif 1 : l'entrée à 2500 FCFA.

Tarif 2 : une carte d'abonnement à l'année à 10000 FCFA permettant d'avoir les entrées seulement à 1500 FCFA.

1. Détermine la dépense faite par un adulte s'il paye 20 entrées avec :

a) Le tarif 1.

b) Le tarif 2.

2. On désigne par x le nombre d'entrées payées par un adulte.

Exprime en fonction de x la dépense faite par cet adulte s'il choisit :

a) Le tarif 1.

b) Le tarif 2.

Récapitulons

- La fonction : $x \longmapsto 1500\,x + 10000$ est appelée fonction affine.
- a et b étant deux nombres réels donnés, la fonction qui, à chaque nombre réel x associe le nombre réel $ax+b$, est appelée fonction affine.
- Étant donné un nombre réel a, la fonction qui, à chaque nombre réel x associe le nombre réel ax, est appelée fonction linéaire.
- Toute fonction linéaire est une fonction affine.

Exercices de fixation

1 Parmi les fonctions définies ci-dessous, recopie dans ton cahier celles qui sont linéaires.

$f(x)=x-3$; $g(x)=-x$; $t(x)=3x^2$; $h(x)=-\frac{3}{2}$;
$p(x)=\frac{3}{2}x$; $q(x)=5\sqrt{x}$.

2 Parmi les fonctions définies ci-dessous, recopie dans ton cahier celles qui sont affines.

$f(x)=-2x-1$; $g(x)=x\sqrt{2}$; $t(x)=3x^2+1$;
$h(x)=-\frac{3}{2}$; $p(x)=\frac{1}{2}x-2$; $q(x)=5\sqrt{x-2}$.

Activité 2 Étude d'une fonction affine

1. On donne la fonction affine f définie par : $f(x) = 2x + 3$.

a) Détermine l'ensemble de définition de f.

b) Détermine le sens de variation de f.

c) Dresse le tableau de variation de f.

d) Trace dans le plan muni d'un repère (O, I, J), la représentation graphique de f.

2. On donne la fonction affine g définie par : $g(x) = -3x + 1$.

a) Détermine le sens de variation de g.

b) Dresse le tableau de variation de g.

Récapitulons

- Toute fonction affine est définie sur $\mathbb{R}$.
- Soit la fonction affine définie par $f(x) = ax + b$, où a et b sont des nombres réels.
  Si $a > 0$, alors f est croissante.
  Si $a < 0$, alors f est décroissante.
  Si $a = 0$, alors f est constante.
- Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), la fonction affine f définie par : $f(x) = ax + b$ est représentée par la droite d'équation $y = ax + b$.

Exercices de fixation

3 On considère les fonctions affines h et k définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ respectivement par :

$h(x) = -2x + 1$ et $k(x) = \frac{1}{5}x$.

Écris le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si elle est fausse.

N°	Affirmations
1	La fonction h est croissante sur $\mathbb{R}$.
2	La fonction h est croissante sur $[-1 ; 1]$.
3	La fonction h est décroissante sur $\mathbb{R}$.
4	La fonction k est constante sur $\mathbb{R}$.
5	La fonction k est croissante sur $[0 ; 10]$.
6	La fonction k est décroissante sur $\mathbb{R}$.

4 Détermine le sens de variation de chacune des fonctions affines ci-dessous puis dresse le tableau de variation de chacune d'elles.

$f : x \to x+1$; $g : x \to 3x-5$; $h : x \to -4x$; $j : x \to 3$; $p : x \to -\frac{\pi}{3}x - 1$.

Activité 3 Définition d'une fonction affine par intervalles

Une compagnie de transport facture les bagages au kg selon ce qui suit :

- au-dessous de 5 kg, il n'y a pas de frais.
- de 5kg à 25 kg, le client paye 100 F le kg avec un forfait de 250 F.
- de plus de 25 kg à 40 kg, le client paye 100 F le kg avec un forfait de 750 F.
- de plus de 40 kg à 50 kg, le client paye un forfait de 5000 F.
- au-delà de 50 kg, la compagnie refuse les bagages.

1. Détermine les frais de bagage d'un voyageur dont les bagages pèsent :
a) 8 kg.
b) 30 kg.

2. On suppose que les bagages d'un voyageur pèsent x kg.
Exprime les frais à payer par ce voyageur, en fonction de x, dans les cas suivants :
a) $0 \leq x < 5$.
b) $5 \leq x \leq 25$.
c) $25 < x \leq 40$.
d) $40 < x \leq 50$.

Récapitulons

- Les frais à payer par ce voyageur, en fonction de x est une fonction f qui coïncide sur chacun des intervalles [0 ; 5[, [5 ; 25],]25 ; 40] et]40 ; 50] avec une fonction affine. On dit que f est une fonction affine par intervalles.
- Une fonction affine par intervalles est une fonction numérique f d'une variable réelle dont l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles sur chacun desquels f coïncide avec une fonction affine.

Exercice de fixation

5 Parmi les trois fonctions suivantes, indique celle qui est une fonction affine par intervalles.

$\begin{cases} g(x)=x^2+5 & \text{si } x<1 \\ g(x)=-4x+2 & \text{si } x>1 \end{cases}$; $\begin{cases} f(x)=\frac{1}{3}x-2 & \text{si } x\leq 0 \\ f(x)=-x & \text{si } x>0 \end{cases}$; $h(x) = -3(x + 1)$.

Activité 4 Représentation graphique d'une fonction affine par intervalles

On considère la fonction f définie par :

$f(x) = 0$ pour $x \in [0 ; 5[$;

$f(x) = 100x + 250$ pour $x \in [5 ; 25]$;

$f(x) = 100x + 750$ pour $x \in]25 ; 40]$;

$f(x) = 5000$ pour $x \in]40 ; 50]$.

Représente f dans le plan muni d'un repère (O, I, J).

Récapitulons

Dans le plan muni d'un repère, la représentation graphique d'une fonction affine par intervalles est une réunion de segments ou de demi-droites.

Exercice de fixation

6 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{pour } x \leq -1 \\ -2x-1 & \text{pour } x > -1 \end{cases}$

Construis la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Activité 5 Étude de la fonction $f : x \longmapsto x^2$

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto x^2$

1. Détermine l'ensemble de définition de f.
2. a) Justifie que : si $0 \leq u < v$, alors $u^2 < v^2$.
   b) Justifie que : si $u < v \leq 0$, alors $u^2 > v^2$.

3. a) Déduis de la question 2, le sens de variation de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$ et sur $]-\infty ; 0]$.
b) Dresse le tableau de variation de f.

4. a) Recopie et complète le tableau des valeurs ci-dessous.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

b) Représente graphiquement la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J).
(On prendra 1 cm pour unité de longueur).

Récapitulons

- La fonction $f : x \longmapsto x^2$ est définie sur $\mathbb{R}$.
- La fonction f est décroissante sur$]-\infty ; 0]$ et est croissante sur $[0 ; +\infty[$.
- La fonction f admet en 0 un minimum égal à : 0.

Exercices de fixation

7 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On donne la fonction f définie de $[-2 ; 1]$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2$.

1. Donne le sens de variation de f sur chacun des intervalles suivants : $[-2 ; 0]$ et $[0 ; 1]$.
2. Dresse le tableau de variation de f sur $[-2 ; 1]$.
3. Trace, dans le repère (O, I, J) , la représentation graphique de f sur $[-2 ; 1]$.

8 Pour chaque affirmation incomplète du tableau ci-dessous, trois réponses a, b et c sont proposées dont une seule permet d'avoir l'affirmation complète et exacte.
Écris, dans ton cahier, le numéro de chaque affirmation incomplète suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Affirmations incomplètes	Réponses		
		a	b	c
1	Si $x < -3$, alors...	$x^2 < 9$	$x^2 > 9$	$x^2 = 9$
2	Si $x > 7$, alors...	$x^2 > 49$	$x = 49$	$x^2 < 49$
3	Si $-5 \leq x < -2$, alors ...	$4 < x^2 \leq 25$	$x^2 > 25$	$x^2 < 4$

Activité 6 Étude de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{1}{x}$$

1. Détermine l'ensemble de définition de f.

2. a) Justifie que : si $u < v < 0$, alors $\dfrac{1}{u} > \dfrac{1}{v}$.

b) Justifie que : si : $0 < u < v$, alors $\dfrac{1}{u} > \dfrac{1}{v}$.

3. a) Déduis de la question 2, le sens de variation de la fonction f sur [0 ; +∞[et sur]−∞ ; 0].
b) Dresse le tableau de variation de f.

4. a) Recopie et complète le tableau des valeurs ci-dessous.

x	−4	−2	−1	−0,5	−0,25	0,25	0,5	1	2	4
$f(x)$										

b) Représente graphiquement f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
(On prendra 1cm pour unité de longueur).

Récapitulons

- La fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ est définie sur]−∞ ; 0[∪]0 ; +∞[.
- La fonction f est décroissante sur]−∞ ; 0[et décroissante sur]0 ; +∞[.

Exercices de fixation

9 Le plan est muni d'un repère orthogonal.

Soit f la fonction définie de [1 ; 4] vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{x}$.

1. Étudie le sens de variation de f sur [1 ; 4] et dresse son tableau de variation.
2. Recopie et complète le tableau de valeurs suivant :

x	1	1,5	2	3	4
$f(x)$					

3. Trace la représentation graphique de f sur [1; 4].

(On prendra en abscisse 1 cm pour 1 et en ordonnée 1 cm pour 0,2).

10 Le plan est muni d'un repère orthogonal.
Soit h la fonction définie de [− 6 ; − 0,5] vers $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \frac{1}{x}$.

1. Étudie le sens de variation de h sur [− 6 ; − 0,5] et dresse son tableau de variation.
2. Recopie et complète le tableau de valeurs suivant :

x	−6	− 5	− 4	−2	−1	− 0,5
$h(x)$						

3. Trace la représentation graphique de h sur [−6 ; −0,5] .

11 Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, les éléments des colonnes a, b et c permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Écris dans ton cahier, le numéro de chaque ligne suivi de la lettre de la colonne qui permet d'obtenir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations incomplètes	Réponses		
		a	b	c
1	Si 0 < x < 2, alors	$\frac{1}{x} < 0{,}5$	$\frac{1}{x} > 0{,}5$	$\frac{1}{x} = 0{,}5$
2	Si 6 < x, alors	$\frac{1}{x} < \frac{1}{6}$	$\frac{1}{x} > \frac{1}{6}$	$\frac{1}{x} = \frac{1}{6}$

I. Fonctions affines et fonctions linéaires

Fonctions affines

Définition

Une fonction affine est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax + b$, où a et b sont des nombres réels.

Exemples

- La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3x + 1$ est une fonction affine.
- La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -\frac{2}{3}x + 5$ est une fonction affine.
- La fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = -4$ est une fonction affine.

Pour s'entraîner : Exercices 1 ; 3

Fonctions linéaires

Définition

Une fonction linéaire est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax$, où a est un nombre réel.

Exemples

- La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x$ est une fonction linéaire.
- La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -\frac{1}{3}x$ est une fonction linéaire.

Pour s'entraîner : Exercices 2 ; 3

Remarque

Toute fonction linéaire est une fonction affine.

II. Étude d'une fonction affine

Ensemble de définition

Toute fonction affine est définie sur $\mathbb{R}$.

Sens de variation d'une fonction affine

Propriétés

Soit la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, où a et b sont des nombres réels.

- Si $a > 0$, alors f est croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $a < 0$, alors f est décroissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $a = 0$, alors f est constante.

Exemple d'application

Déterminons le sens de variation de chacune des fonctions affines f, g et h définies respectivement sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 4x - 1$, $g(x) = -3x + 2$ et $h(x) = 5$.

- $f(x) = 4x - 1$; le coefficient de x est 4 ; $4 > 0$, donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.
- $g(x) = -3x + 2$; le coefficient de x est -3 ; $-3 < 0$, donc g est décroissante sur $\mathbb{R}$.
- $h(x) = 5$; h est constante sur $\mathbb{R}$.

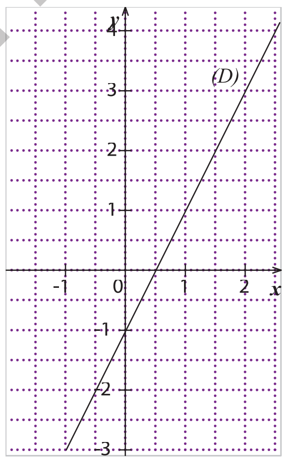
Tableau de variation d'une fonction affine

$a > 0$	$a < 0$	$a = 0$
x : $-\infty$ → $+\infty$; $f(x)$: ↗	x : $-\infty$ → $+\infty$; $f(x)$: ↘	x : $-\infty$ → $+\infty$; $f(x)$: →
f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$	f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$	f est strictement constante sur $\mathbb{R}$

Représentation graphique d'une application affine

Propriété

Dans le plan muni d'un repère, la représentation graphique d'une fonction affine f définie par : $f(x) = ax + b$ est la droite d'équation : $y = ax + b$.



Exemple d'application

La représentation graphique de la fonction affine f définie par $f(x) = 2x - 1$ est la droite (D) d'équation : $y = 2x - 1$.

Pour s'entraîner : Exercices 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14

III. Fonctions affines par intervalles

Définition

Une fonction affine par intervalles est une fonction numérique f d'une variable réelle dont l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles sur chacun desquels f coïncide avec une fonction affine.

Exemple

Soit la fonction f définie par :

- pour $x \in [-2 ; 0[$, $f(x) = -2x + 3$;
- pour $x \in [0 ; 3[$, $f(x) = 4$;
- pour $x \in [3 ; 5]$, $f(x) = 3x$.

f est une fonction affine par intervalles.

En effet, elle coïncide respectivement sur les intervalles $[-2 ; 0[$, $[0 ; 3[$ et $[3 ; 5]$ avec les fonctions affines : $x \longmapsto -2x + 3$; $x \longmapsto 4$ et $x \longmapsto 3x$.

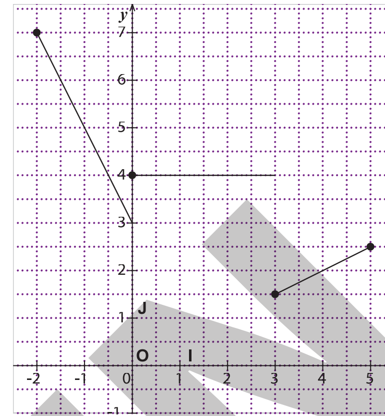
Représentation graphique d'une fonction affine par intervalles

La représentation graphique d'une fonction affine par intervalles, dans le plan muni d'un repère, est une réunion de segments ou de demi-droites.

Exemple d'application

Construisons, dans le plan muni d'un repère (O, I, J), la représentation graphique de la fonction affine par intervalles f définie par :

- pour $x \in [-2 ; 0[$, $f(x) = -2x + 3$;
- pour $x \in [0 ; 3[$, $f(x) = 4$;
- pour $x \in [3 ; 5]$, $f(x) = \frac{1}{2}x$.



Pour s'entraîner : Exercices 15 ; 16 ; 17 ; 18

IV. Étude de la fonction : $x \longmapsto x^2$

Ensemble de définition

La fonction f : $x \longmapsto x^2$ est définie sur $\mathbb{R}$.

Sens de variation

La fonction $f : x \longmapsto x^2$ est décroissante sur$]-\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$.

Remarque

La fonction $f : x \longmapsto x^2$ admet en 0 un minimum égal à 0.

Exemple d'application

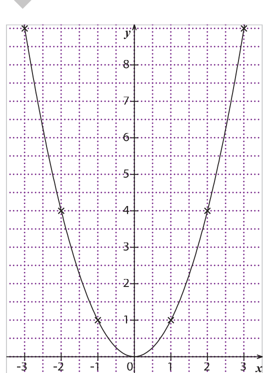
Déterminons le sens de variation de la fonction f définie sur $]-2 ; -1]$ par : $f(x) = x^2$.
La fonction : $x \longmapsto x^2$ est décroissante sur $]-\infty ; 0]$. Or, $]-2 ; -1] \subset]-\infty ; 0]$, donc la fonction f est décroissante sur $]-2 ; -1]$.

Tableau de variation de la fonction $f : x \longmapsto x^2$

La fonction $f : x \longmapsto x^2$ est décroissante sur$]-\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	0	↗	

Représentation graphique de la fonction $f : x \longmapsto x^2$



Pour s'entraîner : Exercices 19 ; 20 ; 21 ; 22 ; 23

Exemple d'application

Soit la fonction h définie de $[-2\ ;\ 4]$ vers $\mathbb{R}$ par : $h(x) = x^2$.
Dressons le tableau de variation de h après avoir déterminé son sens de variation sur $[-2\ ;\ 4]$ et représentons-la dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Sens de variation de h.

$[-2\ ;\ 4] = [-2\ ;\ 0] \cup [0\ ;\ 4]$.

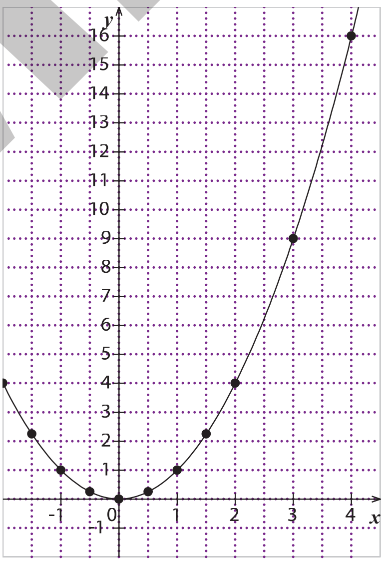
La fonction : $x \longmapsto x^2$ est décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0]$. Or, $[-2\ ;\ 0] \subset]-\infty\ ;\ 0]$, donc la fonction h est décroissante sur $[-2\ ;\ 0]$.
La fonction : $x \longmapsto x^2$ est croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$. Or, $[0\ ;\ 4] \subset [0\ ;\ +\infty[$, donc la fonction h est croissante sur $[0\ ;\ 4]$.

Tableau de variation

x	-2		0		4
$f(x)$	4	↘	0	↗	16

Représentation graphique

x	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	2	3	4
$f(x)$	4	$2,25$	1	$0,25$	0	$0,25$	1	4	9	16



Pour s'entraîner : Exercices 19 ; 20 ; 21 ; 22 ; 23

V. Étude de la fonction : $x \mapsto \dfrac{1}{x}$

Ensemble de définition

La fonction f : $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ est définie sur $]-\infty\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ +\infty[$.

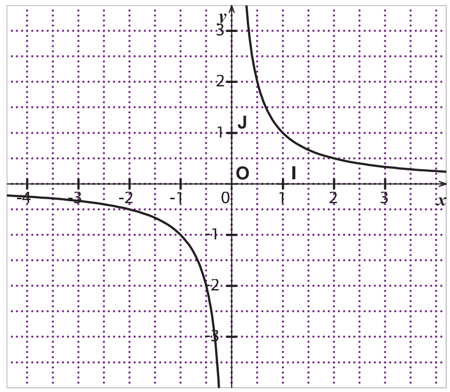
Sens de variation

La fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est décroissante sur $]-\infty\ ;0[$ et décroissante sur $]0\ ;+\infty[$.

Tableau de variation

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

Représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$



Exemple d'application

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

Soit la fonction h définie de [2 ; 5] vers $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \dfrac{1}{x}$.

Déterminons le sens de variation de h et traçons sa représentation graphique sur [2 ; 5].

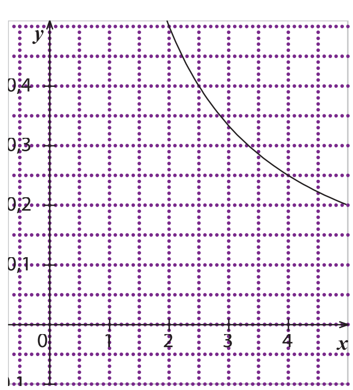
Sens de variation de h

[2 ; 5] ⊂]0 ; +∞[; Or la fonction : $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est décroissante sur]0 ; +∞[; Donc la fonction h est décroissante sur [2 ; 5].

Tableau de variation de h

x	2		5
$h(x)$	0,5	↘	0,2

Représentation graphique de la fonction h sur [2 ; 5]



Pour s'entraîner : Exercices 24 ; 25 ; 26 ; 27

QUESTION 1

Comment déterminer l'ensemble de définition d'une fonction affine par intervalles ?

Méthode

Pour déterminer l'ensemble de définition d'une fonction f affine par intervalles, il suffit de faire la réunion des intervalles sur chacun desquels f coïncide avec une fonction affine.

Exercice

Soit f la fonction affine par intervalles définie par :

- ✓ Pour tout nombre réel $x \in]-1\,;0]$, $f(x) = x + 3$
- ✓ Pour tout nombre réel $x \in]3\,;4]$, $f(x) = -x$
- ✓ Pour tout nombre réel $x \in]4\,;+\infty[$, $f(x) = 2$

Détermine l'ensemble de définition de f.

Solution commentée

L'ensemble de définition de f est la réunion des intervalles :

$]-1\,;0]$, $]3\,;4]$ et $]4\,;+\infty[$.

$D_f =]-1\,;0] \cup]3\,;4] \cup]4\,;+\infty[$

$D_f =]-1\,;0] \cup]3\,;+\infty[$.

Exercice non corrigé

Soit h la fonction affine par intervalles définie par :

- Pour tout nombre réel $x \in [1\,;4]$, $h(x) = -2x$;
- Pour tout nombre réel $x \in]4\,;6]$, $h(x) = -1$;
- Pour tout nombre réel $x \in]6\,;7[$, $h(x) = x + \dfrac{1}{2}$.

Détermine l'ensemble de définition de h.

QUESTION 2

Comment calculer l'image d'un nombre réel par une fonction affine par intervalles ?

Méthode

Pour calculer l'image d'un nombre réel α par une fonction affine par intervalles f, on repère l'intervalle auquel appartient α et on calcule $f(\alpha)$ en prenant l'expression $f(x)$ correspondant à l'intervalle repéré.

Exercice

Soit f la fonction affine par intervalles définie par :

- Pour tout nombre réel $x \in [-1\,;3]$, $f(x) = 2x + 1$;
- Pour tout nombre réel $x \in]3\,;4]$, $f(x) = -4$;
- Pour tout nombre réel $x \in]4\,;+\infty[$, $f(x) = -x + \dfrac{3}{2}$.
- Calcule : $f(3,5)$; $f(0)$; $f(6)$ et $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$.

■ **Solution commentée**

✓ Calcul de $f(3,5)$

$3,5 \in]3\,;\,4]$; l'expression $f(x)$ correspondant est : $f(x) = -4$, donc $f(3,5) = -4$.

✓ Calcul de $f(0)$

$0 \in [-1;3]$; l'expression $f(x)$ correspondant est : $f(x) = 2x + 1$, donc $f(0) = 2 \times 0 + 1$; soit $f(0) = 1$.

✓ Calcul de $f(6)$

$6 \in]4\,;\,+\infty[$; l'expression $f(x)$ correspondant est : $f(x) = -x + \dfrac{3}{2}$, donc $f(6) = -6 + \dfrac{3}{2}$; soit $f(6) = -4,5$.

✓ Calcul de $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$-\dfrac{1}{2} \in [-1;3]$; l'expression $f(x)$ correspondant est : $f(x) = 2x + 1$, donc $f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 2\times\left(-\dfrac{1}{2}\right) + 1$; soit $f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 0$.

■ **Exercice non corrigé**

On considère la fonction g définie par :

- Pour tout nombre réel $x \in]-\infty\,;\,1]$, $g(x) = \dfrac{5}{2}x$;
- Pour tout nombre réel $x \in]1\,;\,+\infty[$, $g(x) = -3x - 2$;

Calcule : $g\left(-\dfrac{1}{5}\right)$; $g(1)$; $g(2)$ et $g\left(\dfrac{4}{3}\right)$.

QUESTION 3 Comment représenter graphiquement une fonction affine par intervalles?

Méthode

Le plan est muni d'un repère. I_1 et I_2 sont des intervalles de $\mathbb{R}$. Soit f la fonction affine par intervalles définie par :

- Pour $x \in I_1$, $f(x) = ax + b$;
- Pour $x \in I_2$, $f(x) = cx + d$.

La représentation graphique de f sur son ensemble de définition s'obtient à partir de la construction des droites (D_1) et (D_2) d'équations : $(D_1) : y = ax + b$, et $(D_2) : y = cx + d$.
On construit (D_1) et on considère la partie de (D_1) sur l'intervalle I_1.
On fait de même avec (D_2).

■ **Exercice**

Soit f la fonction affine par intervalles définie par :

✓ Pour tout nombre réel $x \in [-1\,;\,2]$, $f(x) = 2x - 1$;

✓ Pour tout nombre réel $x \in]2\,;\,5]$, $f(x) = -2$;

✓ Pour tout nombre réel $x \in]5\,;\,6]$, $f(x) = -x + 3$.

Représente graphiquement f dans le plan muni d'un repère (O, I, J).

Solution commentée

La représentation graphique de f s'obtient à partir de la construction des droites (D_1), (D_2) et (D_3) d'équations suivantes :

$(D_1) : y = 2x - 1$;

$(D_2) : y = -2$;

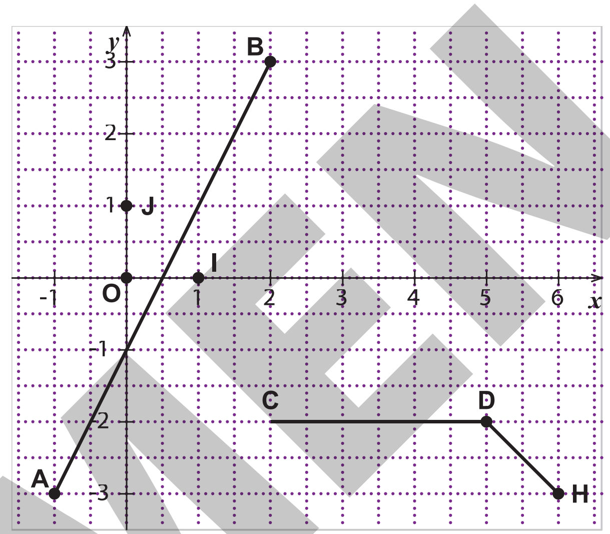
$(D_3) : y = -x + 3$.

		A	B
Construction de (D_1) :	x	−1	2
	y	−3	3

		C	D
Construction de (D_2) :	x	2	5
	y	−2	−2

		D	H
Construction de (D_3) :	x	5	6
	y	−2	−3

La représentation graphique de f est :
$[AB] \cup]CD] \cup]DH]$



Exercice non corrigé

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

Soit g la fonction affine par intervalles définie par :

- Pour tout nombre réel $x \in]-\infty ; -2]$, $g(x) = -x - 2$;
- Pour tout nombre réel $x \in]-2 ; 1]$, $g(x) = x + 2$;
- Pour tout nombre réel $x \in [1 ; +\infty[$, $g(x) = 4x - 1$.

Construis la représentation graphique de g dans le repère (O, I, J).

Exercices de fixation

Fonctions affines-fonctions linéaires

1 Pour chaque affirmation du tableau ci-dessous, écris le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{3}{2}x-1$ est une fonction affine.
2	La fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sqrt{x+2}$ est une fonction affine.
3	La fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 5$ est une fonction affine.
4	La fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x$ est une fonction affine.
5	La fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{6}$ est une fonction affine.

2 Parmi les fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies ci-dessous, recopie celles qui sont linéaires.

$f(x)=\frac{3x}{2}$; $g(x)=2\sqrt{x}$; $p(x) = -10x$;

$h(x) = 4$; $u(x)=\frac{1}{2x}$; $k(x) = 5x^2$; $v(x) = 4x + 7$; $q(x)=\frac{1}{4}x$.

3 Pour chaque énoncé du tableau, une seule réponse est juste. Recopie et mets une croix dans la case qui correspond à la réponse juste.

Énoncé	Réponse		
Parmi les trois fonctions, proposées, la seule qui est une fonction linéaire est :	$p(x) = -2 - x$	$p(x) = 7(1 - x)$	$p(x) = -\frac{1}{4}x$
Parmi les trois fonctions, proposées, la seule qui est une fonction affine est :	$g(x) = \sqrt{2x+1}$	$g(x) = -3$	$g(x) = \frac{1}{4x} + 5$
La fonction $f : x \longmapsto -3 + 2x$ est :	une fonction affine	une fonction linéaire	une fonction ni linéaire, ni affine

4 Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

1. L'ensemble de définition d'une fonction affine est $\mathbb{R}$.
2. Une fonction affine est soit croissante, soit décroissante ou constante sur $\mathbb{R}$.
3. La représentation graphique d'une fonction affine passe toujours par l'origine du repère.
4. La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.
5. Toute fonction affine est une fonction linéaire.
6. Toute fonction linéaire est une fonction affine.
7. La représentation graphique de toute fonction linéaire passe par l'origine du repère.
8. Toute fonction affine traduit une situation de proportionnalité.

5 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
On considère la fonction f de [−2 ; 5] vers $\mathbb{R}$ définie par :

$f(x)=-\frac{1}{2}x$.

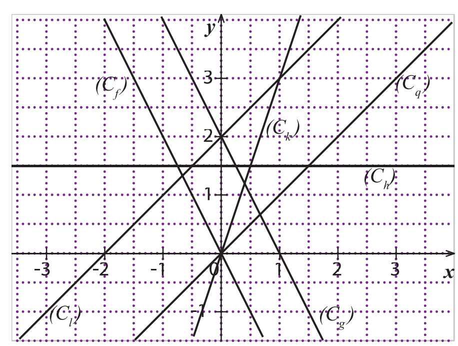
Représente graphiquement la fonction f sur [−2 ; 5].

6 Trace dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I, J), les représentations graphiques des fonctions affines suivantes :

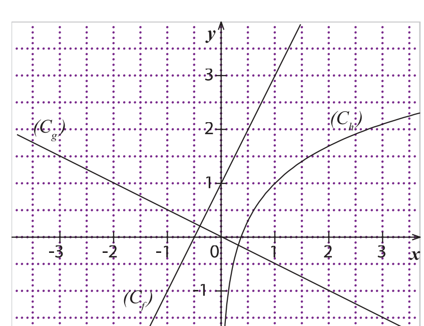
$f(x) = -x + 1$; $g(x) = 2x - 5$; $h(x) = -3x$;

$k(x) = -2$; $q(x)=\frac{3}{2}x+1$.

7 Parmi les représentations graphiques ci-dessous, indique celles qui sont des représentations de fonctions linéaires.



8 Trois fonctions f, g et h sont représentées sur le graphique ci-dessous.
Indique, parmi ces graphiques, celles qui sont des représentations graphiques de fonctions affines.



Étude d'une fonction affine

9 Remplace les pointillés par les expressions qui conviennent :
« le coefficient », « croissante», « affine », « ensemble de définition », « de signe négatif ».
Toute fonction linéaire est une fonction .... Une fonction affine est .... lorsque ... de x est de signe positif. Une fonction affine est décroissante lorsque le coefficient de x est ... . Toute fonction affine a pour ... $\mathbb{R}$.

10 On considère la fonction affine g définie par :
$g(x) = -x + 3$.

1. Détermine le sens de variation de g.
2. Dresse le tableau de variation de g.
3. a) Reproduis et complète le tableau de valeurs ci - dessous :

x	0	2
$g(x)$		

b) Trace dans le plan muni d'un repère (O, I, J), la représentation graphique de g.

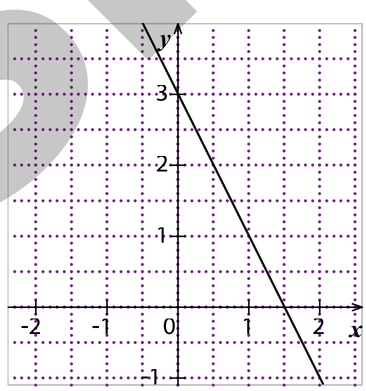
11 On considère la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 2x - 1$.

1. Détermine le sens de variation de f.
2. Dresse le tableau de variation de f.
3. a) Reproduis et complète le tableau de valeurs ci - dessous :

x	2	4
$f(x)$		

b) Trace dans le plan muni d'un repère (O, I, J), la représentation graphique de f.

12 Le graphique ci-dessous représente une fonction affine f.



Donne le sens de variation de f.

13 Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
Soit h la fonction affine dont le tableau de variation sur l'intervalle [−3 ; 4] est donné ci-dessous.

x	−3	4
$h(x)$	1 ↗	3

Représente h dans le repère (O, I, J) sur l'intervalle [− 3 ; 4].

14 Soit f la fonction affine telle que $f(1) = 0$ et $f(4) = -3$.

1. Détermine le sens de variation de f.
2. Dresse le tableau de variation de f.

Fonctions affines par intervalles

15 Parmi les trois fonctions suivantes, indique celles qui sont des fonctions affines par intervalles.

a) $\begin{cases} g(x) = x - 3 \text{ si } x < 1 \\ g(x) = -4x + 2 \text{ si } x > 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2 \text{ si } x \leq 0 \\ f(x) = -x^2 \text{ si } > 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} h(x) = -x \text{ si } x \leq 0 \\ h(x) = x \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$

16 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, \text{ pour } x \leq -1 \\ -2x - 1, \text{ pour } x > -1 \end{cases}.$$

Construis la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

17 Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
On considère la fonction h définie par :

- pour $x \in [-3 ; 1]$, $h(x) = 2x + 3$;
- pour $x \in [1 ; 4]$, $h(x) = -x + 6$;
- pour $x \in [4 ; 7]$, $h(x) = 2$.

Construis dans le repère (O, I, J), la représentation graphique de h sur l'intervalle [−3; 7].

18 On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = \begin{cases} 2 \quad \text{pour } -2 < x \leq -1 \\ 1 \quad \text{pour } -1 < x \leq 0 \\ 0{,}5 \quad \text{pour } 0 < x \leq 1 \\ -1 \quad \text{pour } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Construis dans le plan muni d'un repère (O, I, J), la représentation graphique de g sur l'intervalle [−2; 2].

Étude de la fonction : $x \longmapsto x^2$

19 Pour chacune des affirmations ci-dessous, écris le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

1. L'ensemble de définition de la fonction $f : x \longmapsto x^2$ est $\mathbb{R}$.
2. La fonction $f : x \longmapsto x^2$ est croissante sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 0]$.
3. La fonction $f : x \longmapsto x^2$ est décroissante sur l'intervalle $[-3\ ;\ -1]$.

20 Dresse le tableau de variation de la fonction $f : x \longmapsto x^2$ sur l'intervalle $[-3\ ;\ 3]$.

21 Trace, dans le plan muni d'un repère (O,I,J), la représentation graphique de la fonction $f : x \longmapsto x^2$ sur l'intervalle $[-2\ ;\ 2{,}5]$.

22 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 2]$ par : $f(x) = x^2$.

1. Détermine le sens de variation de f sur chacun des intervalles $[-3\ ;\ 0]$ et $[0\ ;\ 2]$.
2. Dresse le tableau de variation de f sur l'intervalle $[-3\ ;\ 2]$.
3. Recopie et complète le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	$0{,}5$	1	2
$f(x)$							

4. Représente graphiquement f dans le repère (O, I, J).

23 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Soit la fonction h définie sur l'intervalle $[1\ ;\ 3]$ par : $h(x) = x^2$.

1. Détermine le sens de variation de h.
2. Dresse le tableau de variation de h.
3. Représente graphiquement h dans le repère (O, I, J).

Étude de la fonction : $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$

24 Pour chacune des affirmations ci-après, écris le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	L'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est : $\mathbb{R}$.
2	La fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est définie sur $]-\infty\ ;\ 0\ [\ \cup\ ]0\ ;\ +\infty[$.
3	La fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est croissante sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 0\ [$.
4	La fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est décroissante sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
5	La fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est décroissante sur chacun des intervalles $]0\ ;\ +\infty[$ et $]-\infty\ ;\ 0\ [$.

25 Pour chacune des affirmations ci-dessous, écris le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est décroissante sur l'intervalle $]-4\ ;\ -1\ [$.
2	La fonction : $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est croissante sur $[-2\ ;\ 0\ [$.
3	La fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est définie sur l'intervalle $]-10\ ;\ 10\ [$.
4	La fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est décroissante sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
5	La fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est décroissante sur l'intervalle $[2\ ;\ 9[$.

26 On considère la fonction f définie sur $[-10\ ;\ 0\ [\ \cup\ ]0\ ;\ 4]$ par $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. Détermine le sens de variation de f sur chacun des intervalles $[-10\ ;\ 0[$ et $]0\ ;\ 4]$.
2. Dresse le tableau de variation de f sur son ensemble de définition.

27 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
On considère la fonction g définie sur l'intervalle $\left[-2{,}5;-\frac{1}{4}\right]$ par : $g(x)=\frac{1}{x}$.

1. Détermine le sens de variation de g sur l'intervalle $\left[-2{,}5;-\frac{1}{4}\right]$.
2. Dresse le tableau de variation de g sur son ensemble de définition.
3. Reproduis et complète le tableau de valeurs suivant :

x	−2,5	−2	−1,25	−1	−0,5	$-\frac{1}{4}$
g (x)						

4. Représente graphiquement g dans le repère (O, I, J).

Exercices de renforcement / approfondissement

28 Reproduis et relie chaque fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ du diagramme de gauche à son ensemble de définition du diagramme de droite.

$f(x) = x^2$	•	•	$]0\ ;+\infty[$
$f(x) = \frac{2}{5}x$	•	•	$\mathbb{R}$
$f(x) = -3\,x -1$	•	•	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	•	•	$\mathbb{R}\backslash\{-\frac{1}{3}\}$

29 Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

On considère la fonction affine h de $[-4\ ;\ \frac{3}{2}]$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $h(x) = ax + 3$ où $a \in \mathbb{R}$.

1. Détermine le nombre réel a pour que la représentation graphique de la fonction h passe par le point A (−2 ; 1).
2. Pour la valeur de a trouvée :

   a) Construis la représentation graphique de h dans le repère (O, I, J).

   b) Détermine les extremums de h sur $[-4\ ;\ \frac{3}{2}]$.

30 Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
Détermine la formule explicite de la fonction affine g dont la représentation graphique dans le repère passe par les points : M (−1 ; 4) et N (3 ; −2).

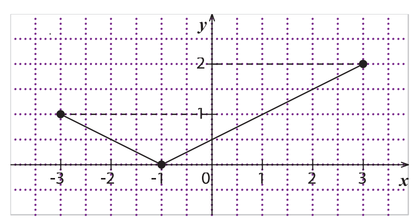
31 Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), la représentation graphique d'une fonction affine f passe par les points A (−1 ; 4) et B (0 ; 2).

1. Place les points A et B dans le repère.
2. Détermine, par le calcul, les valeurs des réels a et b telles que pour tout réel x, $f(x) = a\,x + b$.
3. Vérifie graphiquement les résultats obtenus.

32 Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :
- Pour tout nombre réel $x \in [-5\ ;-2[$, $g(x) = -x + 2$;
- Pour tout nombre réel $x \in [-2\ ;\ 0]$, $g(x) = 2x + 1$;
- Pour tout nombre réel $x \in\ ]0\ ;\ 3]$, $g(x) = x - 3$.

1. Détermine l'ensemble de définition de la fonction g.
2. Calcule l'image par g de chacun des nombres réels suivants : −3 ; −2 ; 0 ; 1 ; − 0,5 ; $\frac{5}{2}$.

33 La représentation graphique ci-dessous est celle d'une fonction f affine par intervalles.



Détermine l'expression de $f(x)$ selon les valeurs de x.

34 On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \begin{cases} -x-6 & \text{pour } x \leq -1 \\ 2x-3 & \text{pour } -1 < x \leq 2 \\ x-1 & \text{pour } x > 2 \end{cases}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), trace la représentation graphique de la fonction g.

35 Le tableau de variation ci-dessous est celui d'une fonction f affine par intervalles.

x	−3		0		4		6
$f(x)$	−3	↗	3	↘	0	↗	1

Construis la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

36 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
On considère la fonction f définie de $[-4\,;\,4]$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2$.

1. Donne le sens de variation de f sur chacun des intervalles $[-4\,;\,0]$ et $[0\,;\,4]$.
2. Dresse le tableau de variation de f sur $[-4\,;\,4]$.
3. Recopie et complète le tableau de valeurs ci-dessous :

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	4
$f(x)$								

4. Trace la représentation graphique de f.

37 Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
On considère les fonctions f et g définies de $]0\,;\,+\infty[$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{1}{x}$ et $g(x) = -x + 2$.

1. Représente sur le même graphique les fonctions f et g.
2. Résous graphiquement sur $]0;\,+\infty[$, l'équation : $f(x) = g(x)$.
3. Résous graphiquement sur $]0\,;\,+\infty[$, l'inéquation : $f(x) > g(x)$.

38 Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
On donne les fonctions f et g définies de $[-4\,;\,4]$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2$ et $g(x) = -x + 6$.

1. Représente sur le même graphique les fonctions f et g.
2. Résous graphiquement sur $[-4\,;\,4]$ l'équation : $f(x) = g(x)$.
3. Résous graphiquement sur $[-4\,;\,4]$ l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$.

Situations complexes

39 Un magasin d'objets publicitaires vend chaque objet à 2500 francs.
Une entreprise de vente en ligne expédie ces mêmes objets à raison de 2000 francs par objet avec 5000 francs de frais d'envoi, quelque soit le nombre d'objets expédiés.
En utilisant leurs connaissances du cours, les élèves de la Seconde A décident de trouver le nombre d'objets à acheter pour que l'achat en ligne soit avantageux. Détermine le nombre d'objets, à partir duquel l'achat en ligne est plus avantageux que l'achat au magasin.

40 Pour la location d'un chapiteau, une entreprise de location propose trois options :
Option 1 : 2000 francs pour la première semaine et 500 francs par jour supplémentaire.
Option 2 : 1000 francs par jour.
Option 3 : 3000 de frais de dossier et 500 francs par jour.
Un client veux choisir l'option la plus avantageuse pour deux semaines de location. Il te sollicite.
En utilisant tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de ce client.

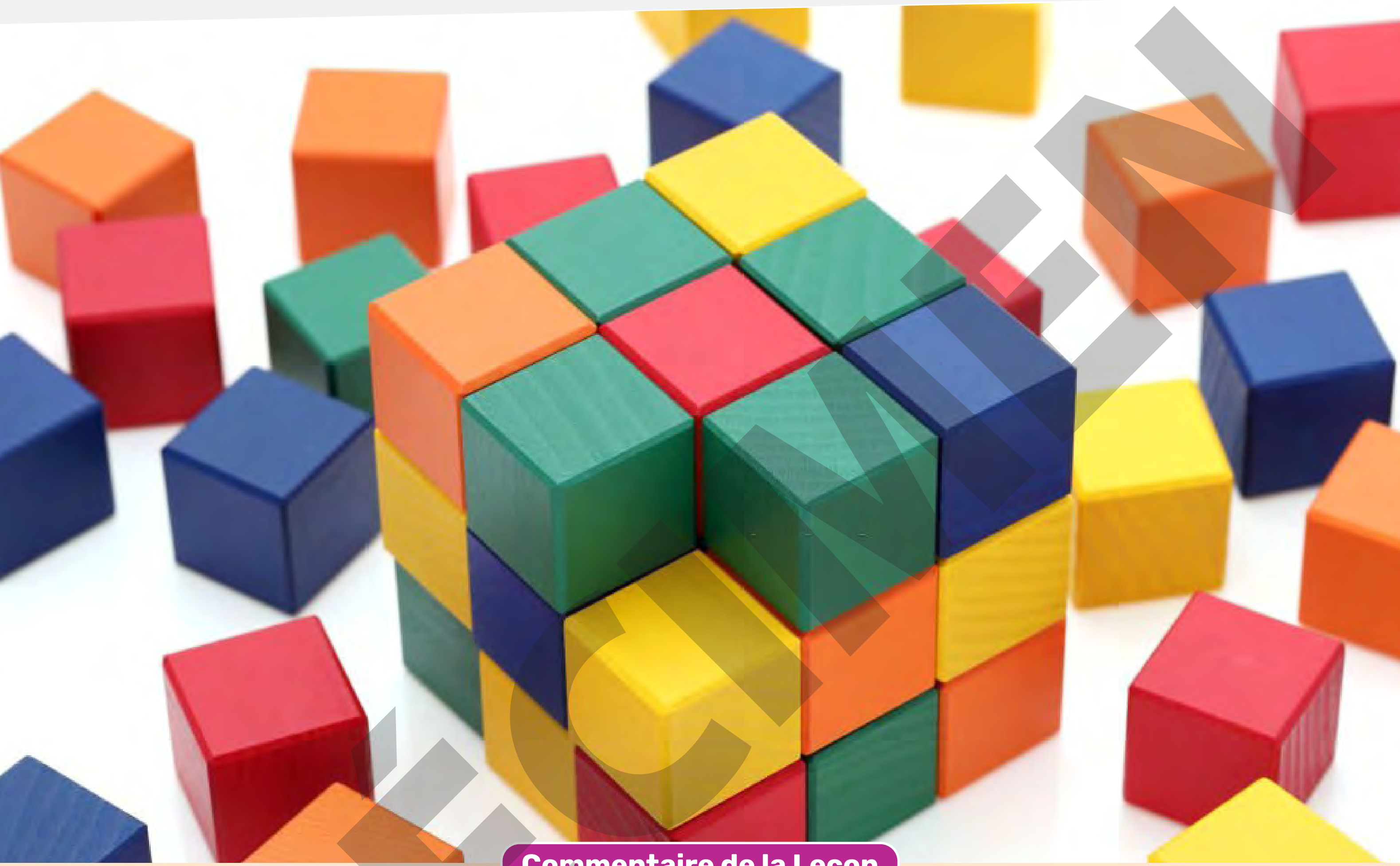
41 Dans un magasin de fournitures scolaires, les vendeurs ont le choix entre deux possibilités de rémunération journalière.
Option A : 1650 F par jour quelque soit le montant des ventes.
Option B : Une partie fixe de 1320 F par jour et une partie variable correspondant à 6 % des ventes réalisées.
Un jeune sans emploi veut choisir l'option la plus avantageuse, mais il ne sait pas comment faire. En utilisant tes connaissances du cours, aide ce jeune à prendre la bonne décision. Donne tes arguments.

42 Une société de location de véhicules située à Yopougon affiche pour une location journalière les tarifs suivants :

- entre 1 et 50 kilomètres, le client paie 15 000 francs de frais d'entretien du véhicule et 110 francs par kilomètre parcouru ;
- entre 50 et 100 km, le client paie 25 000 francs de frais d'entretien du véhicule et 90 francs par kilomètre parcouru ;
- au delà de 100 km, le client paie 40 000 francs de frais d'entretien du véhicule et 70 francs par kilomètre parcouru.
- Un week-end, ton ami KALILOU souhaite rendre visite à sa grande sœur dans une ville située à 85 kilomètres de Yopougon. Il a prévu la somme de 30 000 francs pour la location d'un véhicule. Il se confie à toi et se demande si cette somme est suffisante pour la location d'un véhicule de cette société.

Réponds à la préoccupation de KALILOU.

7 STATISTIQUE



Commentaire de la Leçon

Bien que le nom de **statistique** soit relativement récent, cette activité semble exister dès la naissance des premières structures sociales. Recenser le bétail, suivre le cours des céréales, compter la population sont des exemples d'activités dont on retrouve la trace depuis la Chine du XXIII^{e} siècle avant J.C. Mais, c'est au XVIII^{e} siècle que l'on commence à penser que la statistique peut jouer un rôle dans la prévision, avec la construction des premières tables de mortalité.

A. Deparcieux écrit ainsi en 1746, l'essai sur les probabilités de la durée de la vie humaine. J. Bernoulli au XVII^{e} siècle, N. de Condorcet au XVIII^{e}, P.-S. Laplace et A. Quételet au XIX^{e}, A. Kolmogorov au XX^{e} siècle vont laisser leurs noms à des résultats mathématiques essentiels dans le domaine des statistiques.

La statistique a été étudiée au premier cycle. Il s'agit ici de faire la mise en place des notions comme effectif cumulé décroissant, fréquence cumulée décroissante, moyenne, médiane, ...à travers des exemples simples ; initier les apprenants à l'utilisation des fonctions statistiques d'une calculatrice ; faire interpréter chaque fois que cela est possible les résultats calculés ; réinvestir la notion de coefficient directeur d'une droite pour déterminer la médiane dans le cas d'une série statistique à caractère continu.

En classe de première, l'élève complétera ces connaissances en statistique par les notions de classe modale, de quartile, d'histogramme, de variance etc.

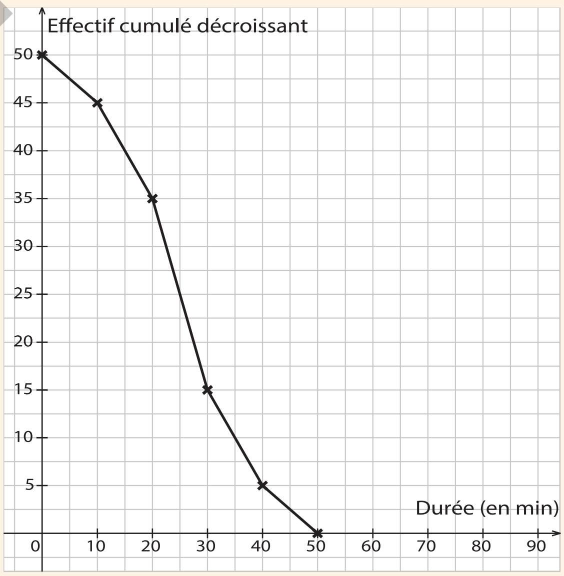
La statistique est utilisée pour effectuer des prévisions, pour étudier le comportement d'un ensemble d'individus etc.

Habiletés et Contenus

- ✓ **Connaître** la définition d'une série chronologique.
- ✓ **Calculer** une moyenne à partir d'un tableau d'effectifs, des effectifs cumulés décroissants d'une série statistique, des fréquences cumulées décroissantes d'une série statistique, la médiane d'une série statistique .
- ✓ **Interpréter** un effectif cumulé décroissant ou une fréquence cumulée décroissante d'une modalité, la médiane, une série chronologique.
- ✓ **Construire** le diagramme des effectifs cumulés décroissants à partir d'un tableau d'effectifs ou de fréquences.
- ✓ **Déterminer** graphiquement la médiane d'une série statistique.
- ✓ **Représenter** une série chronologique à l'aide d'un diagramme à bandes, une série chronologique à l'aide d'un polygone des effectifs.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel à la statistique.

Situation d'Apprentissage

Pour mieux gérer les inscriptions de ses élèves en début d'année, le proviseur d'un lycée réalise une étude sur la durée (en minutes) de traitement des dossiers des premiers inscrits par ses éducateurs. Il obtient le document ci - contre :
Il souhaite déterminer le temps moyen, puis le temps médian de traitement d'un dossier.
Informés, les élèves d'une classe de Seconde A décident alors d'exploiter les données du graphique afin de faire des calculs avant de donner une suite à la préoccupation du proviseur.



Activité 1 Effectifs cumulés décroissants - Fréquences cumulées décroissantes

Le jury d'un concours étudie le nombre d'exercices traités par les candidats dont aucun n'était absent afin de déterminer les critères de réussite. Les données recueillies sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Nombre d'exercices traités	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif des candidats	8	31	29	20	18	17	12	10	15

1. Détermine le nombre de candidats qui ont traité :
a) au moins un exercice ;
b) au moins deux exercices ;
c) au moins quatre exercices.

2. Détermine la fréquence des candidats qui ont traité :
a) au moins un exercice ;
b) au moins deux exercices ;
c) au moins quatre exercices.

3. Le nombre de candidats ayant traité au moins deux exercices s'appelle **l'effectif cumulé décroissant de la modalité 2.**

La fréquence des candidats ayant traité au moins deux exercices s'appelle l**a fréquence cumulée décroissante de la modalité 2.**

Reproduis et complète le tableau ci-dessous en calculant les effectifs cumulés décroissants et les fréquences cumulées décroissantes.

Nombre d'exercices	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif des candidats	8	31	29	20	18	17	12	10	15
Effectif cumulé décroissant									
Fréquence cumulée décroissante									

Récapitulons

- Le nombre de candidats ayant traité au moins un exercice est la somme des effectifs des modalités supérieures ou égales à 1.
  Ce nombre ainsi obtenu est appelé effectif cumulé décroissant de la modalité 1.
- La fréquence des candidats ayant traité au moins un exercice est le quotient de l'effectif cumulé décroissant de la modalité 1 par l'effectif total.
  Ce nombre ainsi obtenu est appelé la fréquence cumulée décroissante de la modalité 1.

Exercice de fixation

1 Reproduis et complète le tableau ci-dessous :

Âge (en années) des enfants dans un centre de jeux	4	5	6	7	8
Effectifs	56	70	28	32	14
Effectifs cumulés décroissants					
Fréquences					
Fréquences cumulées décroissantes					

Activité 2 Moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif

Avec l'énoncé de l'activité 1, calcule le nombre moyen d'exercices traités par les candidats.

Propose une formule de calcul de cette moyenne.

Récapitulons

Le nombre moyen d'exercices traités par les candidats, noté $\overline{x}$ est tel que :

$\overline{x} = \dfrac{n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_kx_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$, où n_1 ; n_2 ; … n_k sont les effectifs respectifs des modalités

$x_1 ; x_2 ; \ldots ; x_k$.

Exercice de fixation

2 Lors d'un compte-rendu de devoir surveillé de mathématiques dans une classe de 2e A, le professeur présente le tableau ci-dessous à ses élèves.

Notes	7	8	9	12	15	18
Effectifs	12	8	10	15	9	6

Calcule la moyenne de cette classe.

Activité 3 Médiane d'une série statistique

1. Le tableau ci-dessous donne les résultats d'une étude statistique dans laquelle on a demandé à 80 passagers « **combien de fois avez vous voyagé avec une compagnie de transport de cars au cours du mois précédent ?** ».

Nombre de voyages	0	1	5	7	10	12	15	20	24	25	30
Effectifs	1	1	2	2	3	14	17	5	20	20	5

On souhaite repartir les clients de cette compagnie en deux groupes de même effectif et donner aux assidus des cartes de fidélité.

Indique le nombre minimum de voyages qu'un passager doit effectuer chaque mois pour obtenir sa carte de fidélité.

2. On considère la série statistique suivante : 1−3−2−1−21−8−9−11−3−12.

Après avoir rangé ces valeurs, détermine une valeur qui les partage en deux groupes de même effectif, puis interprète-la.

Récapitulons

Dans une série statistique ordonnée, la valeur qui partage cette série en deux groupes de même effectif est appelée la médiane de la série.

Exercices de fixation

3 Détermine la médiane de chacune des séries de nombres ci-dessous :

S_1 : 31 ; 41 ; 57 ; 26 ; 46 ; 50 ; 29 ; 39 ; 25 ; 17 ; 13.

S_2 : 3 ; 6 ; 7 ; 9 ; 9 ; 1 ; 2 ; 1 ; 7 ; 7 ; 7 ; 9.

4 On considère la répartition d'âges ci-dessous :

Âges	14	15	16	17	18	19
Effectifs	50	250	300	300	150	50

Détermine la médiane de cette série statistique.

Activité 4 Détermination graphique de la médiane d'une série statistique à caractère continu

On a demandé aux employés d'une entreprise, la distance qui sépare l'entreprise de leur domicile.
Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Distance (en km)	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[	[25 ; 30[
Effectif	10	15	5	25	35	10

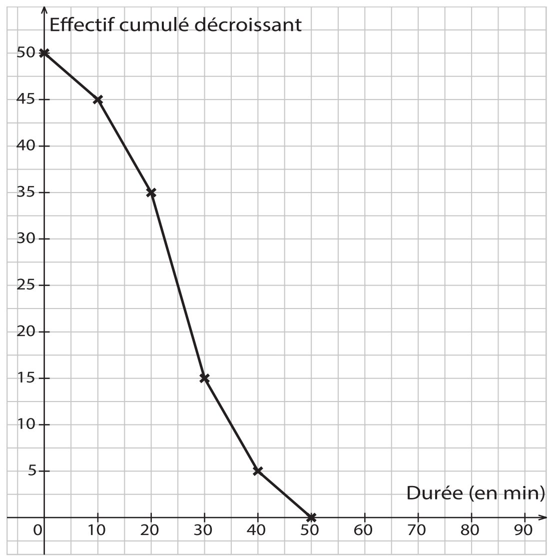
1. Dresse le tableau des effectifs cumulés décroissants.
2. Construis le polygone des effectifs cumulés décroissants.
3. Détermine l'abscisse du point de cette courbe d'ordonnée 50.
4. Déduis-en la distance médiane qui sépare l'entreprise du domicile des employés.

Récapitulons

- Pour un polygone des effectifs cumulés décroissants :
  - chaque classe est en abscisse ;
  - l'effectif cumulé décroissant de chaque classe est en ordonnée.
- On peut estimer graphiquement la valeur de la médiane comme abscisse du point de la courbe d'ordonnée $\frac{N}{2}$, N étant l'effectif total (dans cette activité, $\frac{N}{2}$ = 50).
- On détermine de manière analogue la médiane avec le polygone des fréquences cumulées décroissantes comme abscisse du point d'ordonnée 0,5.

Exercice de fixation

5 Détermine graphiquement la médiane de la série statistique dont le polygone des effectifs cumulés décroissants est ci-contre.



Activité 5 Série chronologique

On a consigné dans le tableau ci-dessous, le nombre de paquets de papier rame d'une imprimerie l'an dernier.

Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Nombre de paquets de papier rame	65	76	68	72	58	62	31	23	78	64	69	70

1. À quels moments ces mesures ont-elles été faites ?
2. Représente, par un diagramme à bandes, le nombre de paquets de papier rame en fonction du mois.
3. Trace le polygone des effectifs de cette série.

Récapitulons

- Le nombre de paquets de papier rame est relevé tous les mois. C'est une suite de nombre au cours du temps. Cette série est appelée série chronologique.
- On peut utiliser un diagramme à bandes ou un polygone des effectifs pour représenter une série chronologique.

Exercice de fixation

6 Recopie le numéro de chaque affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

1. Une série chronologique est l'ensemble des observations numériques faites à des périodes régulières.
2. Une série chronologique est une suite d'observations numériques faites dans le temps.
3. Une série chronologique est l'ensemble des observations numériques faites à intervalles réguliers.
4. Une série chronologique est une suite d'observations numériques.

I. EFFECTIFS CUMULÉS DÉCROISSANTS - FRÉQUENCES CUMULÉES DÉCROISSANTES

Définitions

- L'effectif cumulé décroissant d'une modalité est la somme des effectifs des modalités supérieures ou égales à cette modalité.
- La fréquence cumulée décroissante d'une modalité est la somme des fréquences des modalités supérieures ou égales à cette modalité.

Remarques

- Quand les modalités du caractère sont rangées dans l'ordre croissant, l'effectif **cumulé décroissant** d'une modalité est la somme des effectifs des modalités qui lui sont supérieures ou égales.
- Quand les modalités du caractère sont rangées dans l'ordre croissant, la fréquence **cumulée décroissante** d'une modalité est la somme des fréquences des modalités qui lui sont supérieures ou égales.

Exemple

Le tableau ci-dessous donne les pointures des chaussures des hommes vendues par un magasin en une semaine.

Pointure	37	38	39	40	41
Effectif	7	12	6	5	2

- L'effectif cumulé décroissant de la modalité 38 est : 2+5+6+12 ; soit 25.
- Le tableau des effectifs cumulés décroissants est :

Pointure	37	38	39	40	41
Effectif	7	12	6	5	2
Effectif cumulé décroissant	32	25	13	7	2

- La fréquence cumulée décroissante de la modalité 39 est : $\frac{13}{32} \simeq 0,40$.

Pour s'entraîner : Exercices 1 ; 2 ; 3 ; 4

II. MOYENNE D'UNE SÉRIE STATISTIQUE À CARACTÈRE QUANTITATIF

Définition

La moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif, notée $\overline{x}$, est la somme des effectifs de toutes les modalités de la série divisée par l'effectif total N.

Exemple

Soit la série statistique suivante :

Modalité	8	9	11	12	15
Effectif	3	5	10	8	4

La moyenne $\overline{x}$ de la série statistique est :

$$\overline{x} = \frac{8\times3+9\times5+11\times10+12\times8+15\times4}{30} \simeq 11,17.$$

Pour s'entraîner : Exercices 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9

III. MÉDIANE D'UNE SÉRIE STATISTIQUE

Définition

La médiane d'une série statistique rangée dans l'ordre croissant est la valeur du caractère qui partage la population en deux séries de même effectif.

Cas d'un caractère discret
Si l'effectif total est impair, la médiane est la valeur du caractère situé au milieu de la série et si l'effectif est pair, la médiane est la demi-somme des deux valeurs centrales.

Exemple

On a relevé la température, en degré Celsius, dans une ville pendant dix jours. On a obtenu la série suivante : 22 ; 19 ; 22 ; 23 ; 24 ; 20 ; 18 ; 19 ; 21 ; 20.
La série rangée dans l'ordre croissant est :

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valeur	18	19	19	20	20	21	22	22	23	24

L'effectif total N est : N = 10. N est pair, donc la médiane est la moyenne de rang

$\frac{10}{2}=5$ et $\frac{10}{2}+1=6$ donc : Me = $\frac{20+21}{2}=20,5$.

Ainsi, 50% des températures relevées étaient inférieures ou égales à 20,5°C.

Pour s'entraîner : Exercices 10 ; 11 ; 12 ; 13

IV. DÉTERMINATION GRAPHIQUE DE LA MÉDIANE D'UNE SÉRIE STATISTIQUE

Présentation

Cas d'un caractère quantitatif continu
Pour un polygone des effectifs cumulés décroissants :
- chaque classe est en abscisse ;
- l'effectif cumulé décroissant de chaque classe est en ordonnée.

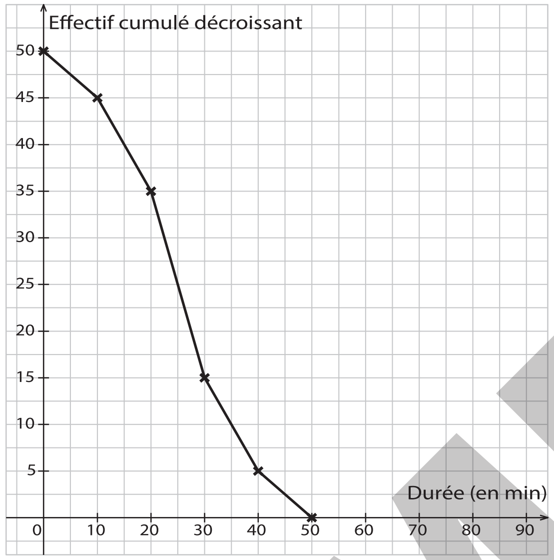
On peut estimer graphiquement la valeur de la médiane comme abscisse du point de la courbe d'ordonnée $\frac{N}{2}$, N étant l'effectif total de la série statistique.
On détermine de manière analogue la médiane avec le polygone des fréquences cumulées décroissantes comme abscisse du point d'ordonnée 0,5.

Remarque

Une médiane peut être un nombre réel unique ou tout nombre d'un intervalle fermé de $\mathbb{R}$.

Exemple

On considère la série statistique dont le graphique est ci-dessous.



L'abscisse du point d'ordonnée 25 = $\frac{50}{2}$ de la représentation graphique est 25,

donc par lecture graphique, la médiane de cette série est 25.

Pour s'entraîner : Exercices 14 ; 15 ; 16

V. SÉRIE CHRONOLOGIQUE

Définition

On appelle série chronologique (ou série temporelle ou série chronique) une suite d'observations numériques d'une grandeur effectuées à intervalles réguliers au cours du temps (jour, mois, trimestre ; année...).

Exemples

- La production de noix d'acajou d'un pays année par année.
- La feuille de température d'un malade jour par jour.

Représentations graphiques

Une série chronologique peut être représentée par :

- un diagramme à bandes (ou histogramme) ;
- un polygone des effectifs : on joint par des segments les points de coordonnées $(x_i ; n_i)$.

Exemple

Soit les deux indications suivantes : « les précipitations de pluie relevées chaque mois » et « la pointure de chaussure d'un homme ».
Ce sont les précipitations de pluie dans l'année qui représentent une série chronologique car il y a une évolution de la hauteur de l'eau au cours du temps. Par contre, la pointure de chaussure d'un homme n'évolue pas au cours du temps sinon cela sera un drame.

Pour s'entraîner : Exercices 17 ; 18 ; 19

QUESTION 1

Comment calculer une moyenne à partir d'un tableau d'effectifs ?

Méthode

- Soit $x_1, x_2, ..., x_k$ les valeurs du caractère et $n_1, n_2,..., n_k$ les effectifs associés.

Valeur	x_1	x_2	...	x_k
Effectif	n_1	n_2	...	n_k

- La moyenne $\overline{x}$ de cette série est : $\overline{x} = \dfrac{n_1x_1 + n_2x_2 + ... + n_kx_k}{n_1 + n_2 + ... + n_k}$.

- Soit $c_1, c_2, ..., c_k$ les centres des classes $[x_1 ; x_2[$; $[x_2 ; x_3[$;...; $[x_{k-1} ; x_k[$ de même amplitude et d'effectifs respectifs n_1 ; n_2 ... ; n_k.

Classe	$[x_1 ; x_2[$	$[x_2 ; x_3[$	...	$[x_{k-1} ; x_k[$
Effectif	n_1	n_2	...	n_k
Centre des classes	c_1	c_2	...	c_k

La moyenne $\overline{x}$ de cette série est : $\overline{x} = \dfrac{n_1c_1 + n_2c_2 + ... + n_kc_k}{n_1 + n_2 + ... + n_k}$.

Exercice

Calcule la moyenne de la série statistique dans chacun des cas suivants :

Tableau 1

Note	11	10	11	12	13
Effectif	25	16	9	7	3

Tableau 2

Masse (en kg)	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[
Effectif	14	25	86

Solution commentée

Calcul de la moyenne de la série statistique.

- Pour le tableau 1 :

$$\overline{x} = \frac{25\times11+16\times10+9\times11+7\times12+3\times13}{60}$$

$$\overline{x} = \frac{337}{60}, \text{ soit } \overline{x} \simeq 5,62.$$

- Pour le tableau 2 :

$$\overline{x} = \frac{14\times12,25+25\times17,5+86\times22,5}{125}$$

$$\overline{x} = \frac{2544}{125}, \text{ soit } \overline{x} \simeq 20,35.$$

Exercice non corrigé

Dans chacun des cas ci-dessous, calcule la moyenne de la série statistique donnée.

- **Premier cas**

Note	6	8	9	10	12	15	18
Effectif	8	15	20	7	8	5	2

- **Deuxième cas**

Classe	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[
Effectif	12	13	15

QUESTION 2

Comment calculer les effectifs cumulés décroissants et les fréquences cumulées décroissantes ?

Méthode

Pour calculer les effectifs cumulés décroissants et les fréquences cumulées décroissantes :

- on range par ordre croissant les valeurs du caractère ;
- on commence par le dernier effectif (ou la dernière fréquence) et on procède comme les effectifs cumulés croissants (ou les fréquences cumulées croissantes).

Exercice

On donne les séries statistiques suivantes :

Cas 1

Valeur	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	112	128	157	289	222	196	135

Cas 2

Classe	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[	[4 ; 5[	[5 ; 6[	[6 ; 7[	[7 ; 8[
Fréquence	0,12	0,10	0,14	0,14	0,2	0,14	0,16

Dresse le tableau des effectifs cumulés décroissants (cas 1) et le tableau des fréquences cumulées décroissantes (cas 2).

Solution commentée

- **Cas 1 :** L'effectif cumulé décroissant de la valeur 10 est : 135 ; celui de la valeur 9 est : 135+196 = 331 ; celui de la valeur 8 est : 331 + 222 = 553 ; ainsi de suite...

Pour le **cas 1**, on obtient le tableau des effectifs cumulés décroissants suivant :

Valeur	4	5	6	7	8	9	10
Effectif cumulé décroissant	1239	1127	999	842	553	331	135

- **Cas 2 :** La fréquence cumulée décroissante de la classe [7 ; 8[est : 0,16 ; celle de la classe [6 ; 7[est : 0,16 + 0,14 = 0,3 ; celle de la classe [5 ; 6[est : 0,3 + 0,2 = 0,5 ; ainsi de suite...

Pour le **cas 2**, on obtient le tableau des fréquences cumulées décroissantes suivant :

Classe	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[	[4 ; 5[	[5 ; 6[	[6 ; 7[	[7 ; 8[
Fréquence cumulée décroissante	1	0,88	0,78	0,64	0,5	0,3	0,16

Exercice non corrigé

Emmanuel joue aux fléchettes et obtient les scores suivants :

10 ; 10 ; 20 ; 10 ; 50 ; 20 ; 100 ; 50 ; 50 ; 10 ; 50 ; 20 ; 100 ; 50 ; 20 ; 10 ; 10 ; 50 ; 100 ; 20.

Dresse :

1. le tableau des effectifs cumulés décroissants.
2. le tableau des fréquences cumulées décroissantes.

QUESTION 3

Comment calculer la médiane d'une série statistique à caractère quantitatif discret et l'interpréter ?

Méthode

Pour calculer la médiane d'une série statistique de N valeurs :

- on range les valeurs de la série par ordre croissant ;
- si l'effectif total **N est impair**, la médiane est alors **la valeur de rang** $\frac{N+1}{2}$ de la série ordonnée.
- si l'effectif total **N est pair**, on choisit pour médiane l**a moyenne des valeurs de rangs** $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2}+1$ de la série ordonnée.

Exercice

Dans une classe de 25 élèves, on demande le nombre d'heures passées par semaine devant la télévision.

• 12 filles répondent :
20 ; 10 ; 11 ; 22 ; 8 ; 18 ; 15 ; 12 ; 12 ; 22 ; 22 ; 12.

• 13 garçons répondent : 18 ; 22 ; 14 ; 7 ; 22 ; 43 ; 16 ; 36 ; 14 ; 15 ; 8 ; 22 ; 3.

Détermine et interprète :

1. la médiane pour la série des filles.
2. la médiane pour la série des garçons.

Solution commentée

1. On range les valeurs de la série par ordre croissant : 8 ; 10 ; 11 ; 12 ; 12 ; 12 ; 15 ; 18 ; 20 ; 22 ; 22 ; 22.
   L'effectif total est N = 12 et 12 est pair.
   On fait la moyenne des valeurs de rangs $\frac{12}{2}=6$ et $\frac{12}{2}+1=7$.
   La médiane Me pour la série des filles est donc : $Me=\frac{12+15}{2}=13,5$.
   50% des filles c'est-à-dire 6 filles sur 12 passent un temps inférieur à 13 heures 30 minutes par semaine devant la télévision.
2. On range les valeurs de la série par ordre croissant : 3 ; 7 ; 8 ; 14 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 22 ; 22 ; 22 ; 36 ; 43.
   L'effectif total est N=13 et 13 est impair. On prend la valeur de rang $\frac{N+1}{2}=7$.
   La médiane pour la série des garçons est donc : $Me=16$.
   50% des garçons passent un temps supérieur à 16 heures par semaine devant la télévision.

Exercice non corrigé

On recense les notes de TP de physique-chimie de deux groupes d'élèves d'une classe de 1ère C.

Groupe A :

11	10	11	12	13	12
15	16	9	7	3	

Groupe B :

7	19	19	15	15	7	8	12
15	15	10	10	11	11	13	13

Calcule et interprète la note médiane pour chaque groupe d'élèves.

QUESTION 4

Comment déterminer graphiquement la médiane d'une série statistique ?

Méthode

Pour déterminer graphiquement la médiane d'une série statistique à modalités regroupées en classes, on peut utiliser l'une des méthodes suivantes :

- on trace le polygone des effectifs cumulés décroissants ou des fréquences cumulées décroissantes.

  La médiane est l'abscisse du point du polygone dont l'ordonnée est $\frac{N}{2}$ ou 50%.
- on trace les polygones des effectifs cumulés décroissants et croissants (ou des fréquences cumulées décroissantes et croissantes).

  La médiane est l'abscisse du point d'intersection de ces deux polygones.

Exercice

On mesure le diamètre de pièces métalliques fabriquées dans une usine. On obtient les résultats suivants :

Diamètre (en mm)	[9 ; 10[	[10 ; 11[	[11 ; 12[	[12 ; 13[
Effectif	15	12	14	9

1. Construis le polygone des effectifs cumulés décroissants.
2. Détermine graphiquement le diamètre médian de cette série statistique, puis interprète-le.

Solution commentée

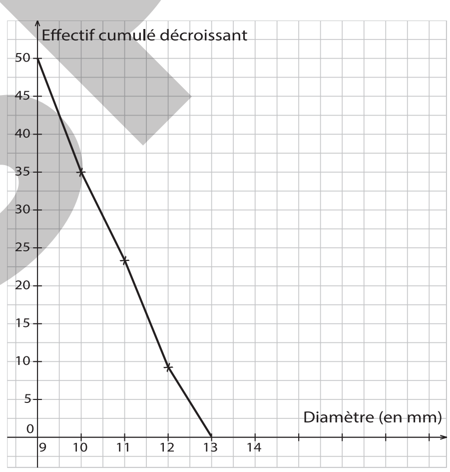
1.

✓ On dresse le tableau des effectifs cumulés décroissants :

Diamètre (en mm)	[9 ; 10[	[10 ; 11[	[11 ; 12[	[12 ; 13[
Effectif cumulé décroissant	50	35	23	9

✓ On place les points de coordonnées (13 ; 0) ; (12 ; 9) ; (11 ; 23) ; (10 ; 35) ; (9 ; 50) dans le plan muni d'un repère orthogonal ;

✓ On relie ces points par une règle ;



2. On a : $\frac{N}{2}=\frac{50}{2}=25$. Le point d'ordonnée 25 du polygone des effectifs cumulés décroissants ainsi obtenu a pour abscisse 10,9.

Le diamètre médian de cette série statistique est 10,9 mm.
Ainsi, 50% des pièces métalliques ont un diamètre inférieur ou égal à 10,9 mm.

Exercice non corrigé

Une étude sur la durée de vie dans un lot d'ampoules basse consommation a donné les résultats suivants :

Durée de vie (× 1000h)	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[	[20 ; 24[
Fréquence	0,12	0,18	0,20	0,28	0,14	0,08

1. Construis les polygones des fréquences cumulées croissantes et décroissantes.
2. Détermine graphiquement la durée médiane de vie de cette série statistique puis interprète-là.

QUESTION 5

Comment calculer algébriquement la médiane dans le cas d'une série statistique à caractère quantitatif continu ?

Méthode

Si $[a\ ;\ b[$ est la classe médiane, alors la médiane Me est telle que :

a	Me	b
c	$\frac{N}{2}$ (resp.0,5)	d

On a : $\frac{d-c}{b-a}=\frac{\frac{N}{2}-c}{Me-a}\left(resp.\frac{d-c}{b-a}=\frac{0,5-c}{Me-a}\right)$, où d est l'effectif cumulé croissant (ou fréquence cumulée croissante) de l'intervalle médian et c celui (resp. celle) de l'intervalle qui précède $[a\ ;\ b[$.

Exercice

Voici la répartition des 271 employés d'une petite et moyenne entreprise (PME) suivant leur sexe et leur salaire mensuel.

Salaire (× 100.000F)	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[
Hommes	150	40	30
Femmes	11	20	20

Calcule algébriquement le salaire médian des femmes, puis celui des hommes.

Solution commentée

✓ Calcul du salaire médian des femmes.
On dresse le tableau des effectifs cumulés croissants de la série associée aux femmes.

Salaire (× 100.000F)	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[
Femmes	11	20	20
Effectif cumulé croissant	11	31	51

On a : $\frac{N}{2}=\frac{51}{2}=25,5$; donc Me ∈ [2 ; 3[. On obtient le tableau suivant :

2	Me	3
11	25,5	31

d'où : $\frac{31-11}{3-2}=\frac{25,5-11}{Me-2} \Leftrightarrow 20(Me-2)=14,5 \Leftrightarrow Me=\frac{14,5}{20}+2$

Donc : $Me \simeq 2,725$.

Ainsi, le salaire médian des femmes est 272.500F.

✓ Calcul du salaire médian des hommes.
On dresse le tableau des effectifs cumulés croissants de la série associée aux hommes.

Salaire (× 100.000F)	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[
Hommes	150	40	30
Effectif cumulé croissant	150	190	220

On a : $\frac{N}{2}=\frac{220}{2}=110$; donc $Me \in [1;2[$.

On obtient le tableau suivant :

1	Me	2
0	110	150

d'où : $\frac{150-0}{2-1}=\frac{110-0}{Me-1} \Leftrightarrow 150(Me-1)=110 \Leftrightarrow Me=\frac{110}{150}+1$

Donc : $Me \simeq 1,73$.

Ainsi, le salaire médian des hommes est 173.000F.

Exercice non corrigé

Le tableau ci-dessous donne la répartition des 271 employés d'une PME suivant leur salaire mensuel.

Salaire (× 100.000F)	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[
Effectif	161	60	50

Calcule le salaire médian des employés.

Exercices de fixation

Effectif cumulé décroissant - Fréquence cumulée décroissante

1 On a demandé aux employés d'une entreprise le nombre de tasses de café qu'ils boivent par jour. On a regroupé les résultats dans le tableau suivant :

Nombre de tasses de café	0	1	2	3	4 ou plus
Effectif	2	8	10	7	3
Effectif cumulé décroissant					
Fréquence (en %)					
Fréquence cumulée décroissante					

Reproduis et complète ce tableau.

2 On donne le tableau ci-dessous. Sachant que l'effectif total est 20, reproduis et complète ce tableau.

Valeur	10	12	13	14	15	17
Effectif	2	4	6	1	5	2
Effectif cumulé décroissant						
Fréquence (en %)						
Fréquence cumulée décroissante						

3 On a relevé le prix, en milliers de francs CFA, d'un même article dans différents magasins.

4,5 ; 6 ; 4 ; 5,25 ; 5 ; 6 ; 4,75 ; 6,25 ; 4,5 ; 5 ; 4,5 ; 6 ;
5,5 ; 6 ; 4,5 ; 4,25 ; 6 ; 5 ; 5 ; 6,25 ; 4 ; 5,5 ; 5,5 ; 6.

Dresse le tableau des effectifs cumulés décroissants, puis celui des fréquences cumulées décroissantes avec les classes suivantes :

$[4;4,5[;[4,5;5[;[5;5,5[;[5,5;6[;[6;6,5[$.

4 On considère la série statistique suivante :

Valeur	5	6	7	8	9	10
Effectif	15	13	20	17	19	16

Pour chacune des affirmations suivantes, précise si elle est vraie ou si elle est fausse.

a) L'effectif total est 100.

b) L'effectif cumulé décroissant de 7 est 48.

c) La fréquence cumulée décroissante de 8 est 6,5%.

Moyenne d'une série statistique

5 Au premier trimestre, Lucie a obtenu les notes suivantes à ses devoirs de mathématiques :

12– 13 – 5– 10– 16– 8– 8– 10.

Calcule la moyenne de Lucie.

6 Le tableau ci-dessous donne la répartition des notes de mathématiques des élèves d'une classe de 2e A.

Note	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Valeur	2	5	4	6	10	3	2	1	2	1

Calcule la moyenne de cette classe.

7 Calcule la moyenne de la série suivante :

Classe	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
Effectif	16	22	34	48	80

8 Dans une classe de 45 élèves dont 30 garçons, la moyenne annuelle des filles est 9,25 sur 20 et celle des garçons est 10,40 sur 20.

Calcule la moyenne annuelle de cette classe.

9 Dans une entreprise de 200 personnes, le salaire mensuel moyen est de 2000 milliers de francs.

Les 190 employés ont un salaire moyen de 1850 milliers de francs.

Détermine le salaire moyen des 10 cadres de l'entreprise.

10 Pour chaque proposition, dis si elle est vraie ou fausse.

a) La médiane est une modalité de la série.

b) La médiane vaut toujours plus que la moyenne.

c) Si on augmente d'un point la note de tous les élèves de la classe, la médiane augmente aussi d'un point.

11 Détermine la médiane des séries suivantes représentant les âges dans des groupes d'enfants et d'adultes.

$$S_1 : 12-12-8-7-17-11-10-10-5-6$$
$$S_2 : 32-42-58-27-47-51-30-40-26$$

12 Donne une série de 7 valeurs dont la médiane est 15.

13 Un biologiste réalise un résumé statistique des tailles de la population de souris adultes dans son laboratoire.

Longueur (en cm)	8	9	10	11	12	13
Effectif	10	25	16	9	7	3

Détermine la médiane de cette série statistique et rédige une phrase interprétant ce résultat.

Détermination graphique de la médiane d'une série statistique

14 Représente le polygone des effectifs cumulés décroissants de la série ci-dessous donnant l'épaisseur de plaques de métal, puis détermine graphiquement la médiane de cette série.

Classe	[9 ; 10[	[10 ; 11[	[11 ; 12[	[12 ; 13[	[13 ; 14[
Effectif	80	120	180	20	80

15 On mesure le diamètre des pièces métalliques fabriquées dans une usine.

Diamètre (en mm)	[9 ; 10[	[10 ; 11[	[11 ; 12[	[12 ; 13[
Fréquence	$\frac{1}{4}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{3}{20}$

a) Représente le polygone des fréquences cumulées décroissantes.

b) À l'aide du graphique, détermine le diamètre médian de ces pièces.

16 On considère la série statistique continue donnée par les tableaux suivants :

Classe	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[
Effectif	12	15	20	9

Classe	[90 ; 100[	[100 ; 110[	[110 ; 120[	[120 ; 130[
Effectif	22	15	28	29

Construis le polygone des effectifs cumulés décroissants puis détermine la médiane de cette série par lecture graphique.

Série chronologique

17 Parmi les situations suivantes, indique celles qui traduisent une série chronologique .

a) Le bulletin de notes d'un élève.

b) Le relevé de températures d'un malade.

c) La pointure d'un adulte.

d) Le poids d'un bébé à la naissance.

e) La hauteur de pluie dans l'année.

18 Le tableau suivant récapitule la quantité de pluie tombée, au cours d'une année dans une ville.

Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Hauteur de pluie (en mm)	60	30	150	75	70	30	60	55	45	105	45	30

Représente le diagramme à bandes des effectifs cumulés décroissants.

19 On résume dans deux tableaux le chiffre d'affaire année par année d'une entreprise (en millions de francs CFA)

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Chiffre d'affaire	1,6	1,7	1,9	2,1	2	2,2

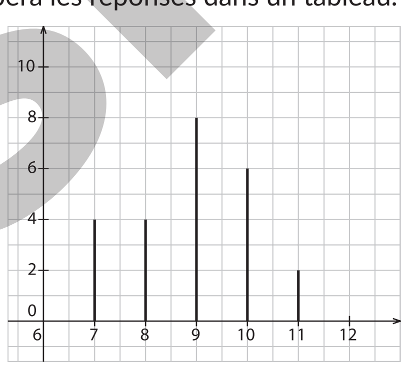
Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Chiffre d'affaire	1,6	1,3	1,7	2	2,3	2,5

Représente l'histogramme de cette série.

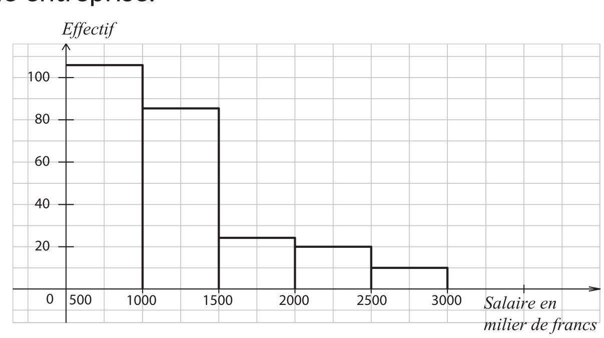
Exercices de renforcement / approfondissement

20 À partir du diagramme en bâtons ci-dessous, calcule les effectifs cumulés décroissants et les fréquences cumulées décroissantes (en %).

On regroupera les réponses dans un tableau.



21 L'histogramme donne la répartition des salaires dans une entreprise.



1. Dresse le tableau des effectifs cumulés décroissants.
2. Détermine le nombre d'employés ayant un salaire de plus de 2000 milliers de francs CFA.
3. Calcule le pourcentage d'employés ayant un salaire d'au moins 1500 milliers de francs CFA.

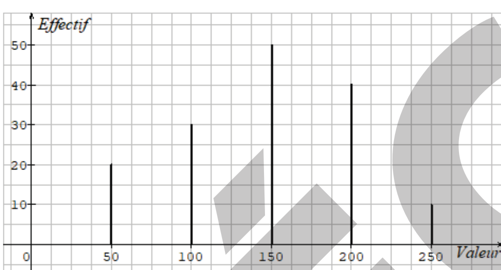
22 Le tableau suivant donne la consommation moyenne d'eau (à usage domestique) en litre par jour et par habitant dans certains pays.

Pays	Consommation en litre / jour/ habitant	Nombre d'habitants (en millions)
A	147	58,9
B	135	59,5
C	146	82
D	158	39,9
E	264	7,2

1. Calcule la quantité d'eau consommée en un jour par la population du pays A.
2. Calcule la consommation moyenne d'eau par jour et par habitant pour l'ensemble de ces pays.

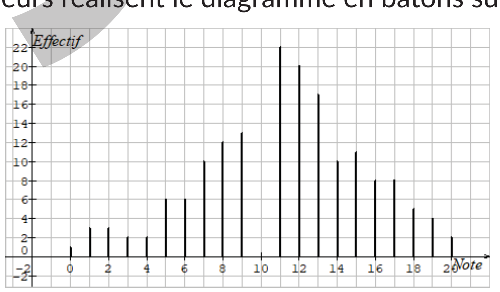
23 Les 150 adolescents d'une colonie de vacances passent un test de natation consistant à mesurer la distance parcourue par chacun d'entre eux pendant quatre minutes (4 min).

Le diagramme en bâtons suivant donne les résultats de ce test.



1. Calcule la distance moyenne pour ces 150 adolescents .
2. Détermine le nombre d'adolescents qui parcourent en quatre minutes une distance supérieure à la distance moyenne.
3. Dis s'il est vrai que l'on a autant d'adolescents parcourant une distance supérieure à la distance moyenne que d'adolescents parcourant une distance inférieure à la distance moyenne.
4. Donne une conclusion à partir de cette observation concernant une moyenne.

24 À l'issue d'un devoir commun de mathématiques, les professeurs réalisent le diagramme en bâtons suivant :



Détermine la note médiane et la moyenne de cette série statistique.

25 Prisca a réalisé une enquête sur le temps passé quotidiennement par des étudiants sur leurs téléphones portables.

Temps (en min)	[0 ; 15[	[15 ; 30[	[30 ; 45[	[45 ; 60[	[60 ; 75[
Fréquence (en%)	3	8	27	43	19

1. Représente les polygones des fréquences cumulées croissantes et des fréquences cumulées décroissantes
2. Détermine les coordonnées du point commun à ces deux courbes.
3. Déduis-en le temps médian de cette série statistique.

26 Une mairie recense les enfants de chaque foyer pour prévoir le nombre de places en colonies de vacances.

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6	7
Fréquence (en %)	6	14	20	26	4	12	12	6

Détermine le nombre moyen d'enfants par foyer.

27 On considère sept rectangles dont les dimensions sont fournies dans le tableau ci-dessous.

Numéro du rectangle	1	2	3	4	5	6	7
Longueur L (en cm)	5	7	10	15	20	21	23
Largeur l (en cm)	2	4	8	10	17	20	22

1. Calcule l'aire A et le périmètre P de chacun des rectangles.
2. Calcule les moyennes $\overline{L}$; $\overline{l}$; $\overline{A}$ et $\overline{P}$ des longueurs, des largeurs, des aires et des périmètres de ces rectangles.
3. Dis si l'on a les égalités suivantes :

a) $\overline{P} = 2(\overline{L} \times \overline{l})$; b) $\overline{A} = \overline{L} \times \overline{l}$.

28 Une enquête sur le nombre d'heures de cours hebdomadaire des lycéens a donné les résultats suivant pour les 1902 élèves de deux lycées.

Nombre d'heures	27	28	29	30	31	32	33	34	35
Effectif	231	352	411	98	153	197	87	214	159

1. Calcule le nombre moyen de cour pour ces lycéens.
2. Sachant que ces lycéens travaillent 6 jours par semaines, calcule le nombre d'heures moyen de cours journalier.

29 Un chocolatier passe une commande de boites de chocolat avant les fêtes de fin d'année.

On a résumé sa commande dans le tableau suivant :

Masse de la boite (en grammes)	150	250	350	500	750
Nombre de boites	75	100	165	85	60

1. Calcule la masse moyenne de l'ensemble de ces boites au gramme près.
2. Sachant qu'un kilogramme de chocolat coûte 2150 F à l'achat, calcule le montant de la commande.

30 Un médecin a relevé le nombre de visites de ses patients pendant le mois de mars 2018.

Nombre de visites	1	2	3	4
Nombre de patients	132	82	42	19

1. Calcule le nombre de fois, en moyenne les patients sont venus voir ce médecin durant le mois de mars 2018 (On donnera le résultat avec une décimale).
2. Sachant que ce médecin a travaillé 26 jours au mois de mars 2018, calcule le nombre de patients en moyenne par jour (On donnera le résultat sans décimale).

31 Une enquête a montré en une année que 67% des travailleurs ont un portable, 19% en ont deux et 6% en ont 3 et les autres n'en ont pas.

Calcule le nombre moyen de téléphones que possèdent ces travailleurs.

32 On considère trois nombres réels a, b et c tels que :

- la moyenne de a, b et c est 3 ;
- la moyenne de a et b est 4 ;
- la moyenne de b et c est 16.

Détermine les valeurs de a, b et c.

33 On considère deux entreprises E_1 et E_2 dont la répartition des employés et des salaires est la suivante :

Entreprise E_1

	Ouvriers	Cadres
Salaire (en centaine de francs CFA)	1400	2800
Effectif	αN	$(1-\alpha)N$

Entreprise E_2

	Ouvriers	Cadres
Salaire (en centaine de francs CFA)	1500	3000
Effectif	βN	$(1-\beta)N$

α et β sont des nombres réels de l'intervalle $]0;1[$ et N est l'effectif total des employés.

1. Détermine le salaire moyen $\overline{x}_{E_1}$ de l'entreprise E_1.
2. Détermine le salaire moyen $\overline{x}_{E_2}$ de l'entreprise E_2.
3. Démontre que : $\overline{x}_{E_1} > \overline{x}_{E_2}$ équivaut à $\beta > \frac{14}{15}\alpha + \frac{2}{15}$.
4. Il y a 82% d'ouvriers dans l'entreprise E_1. Détermine le pourcentage d'ouvriers dans l'entreprise E_2 à partir duquel le salaire moyen des employés de l'entreprise E_1 est supérieur à celui de l'entreprise E_2.

Situations complexes

34 Publicité

Un centre commercial cherche un slogan mettant en avant le faible temps d'attente aux caisses.

Pour cela, lors d'une conférence dans un lycée, son directeur s'adresse aux élèves de 2^e A de lui faire un choix judicieux parmi les deux slogans proposés par une agence de communication :

Slogan 1 : « Le temps d'attente est en moyenne inférieur à 5 minutes » ;

Slogan 2 : « Dans plus de 50% des cas, vous attendrez moins de 5 minutes ».

Pour permettre aux élèves de choisir le slogan le plus proche de la réalité, le centre commercial a commandé une enquête sur les temps d'attente dont les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Temps d'attente (en min)	[0 ; 2[	[2 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[
Effectif	19	45	8	17	11

1. Identifie les indicateurs que tu proposes de calculer pour déterminer si les slogans 1 et 2 sont corrects.
2. Dis lequel des deux slogans tu dois choisir pour ce centre commercial. Justifie ta réponse.

35 Sécurité routière

Le directeur d'une compagnie de transport demande à ses employés que la fréquence des pauses inférieures à 20 minutes soit 40%.

Pour se rassurer si son vœux est respecté ou non, il sollicite les élèves d'une classe de 2^e A lors d'une excursion commandée par ceux-ci.

Il leur communique alors les durées des pauses des conducteurs sur une semaine.

Durée de la pause	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 20[	[30 ; 60[	[30 ; 60[	[60 ; 120[
Effectif	17	36	141	365	171	68

1. Indique le nombre de pauses de moins de 20 minutes et le nombre de pauses durant entre une demi-heure et une heure.
2. Calcule le pourcentage de pauses d'une durée inférieure à 20 minutes

36 Paradoxe des salaires

Le chef de l'entreprise A dit : « Les salariés de mon entreprise gagnent plus que ceux de l'entreprise B ».

Le chef de l'entreprise B répond : « les cadres et les ouvriers de mon entreprise gagnent plus que ceux de la société A ».

Les élèves d'une classe de seconde A, ayant suivi leur conversation lors d'une émission sur une chaine de radio, souhaitent vérifier leur propos à partir des informations du tableau.

	Entreprise A		Entreprise B	
Salaires (en milliers de francs)	Ouvriers	Cadres	Ouvriers	Cadres
[900 ; 1400[	84	0	141	0
[1400 ; 1900[	86	0	139	0
[1900 ; 2400[	48	5	69	19
[2400 ; 2900[	152	5	71	21
[2900 ; 3400[	0	10	0	21
[3400 ; 3900[	0	11	0	19
[3900 ; 4400[	0	9	0	20

Dis en argumentant qui des deux chefs d'entreprise a raison.

8 SYSTÈME D'ÉQUATIONS LINÉAIRES DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Commentaire de la Leçon

La résolution des systèmes linéaires est un problème mathématique très ancien. Les systèmes linéaires apparaissent dans beaucoup de domaines, comme dans le traitement numérique du signal, en optimisation linéaire, ou dans l'approximation de problèmes non linéaires en analyse numérique. Un moyen efficace de résoudre un système d'équations linéaires est donné par l'élimination de Gauss-Jordan ou par la décomposition de Cholesky ou encore par la décomposition LU. Dans les cas simples, la règle de Cramer peut également être appliquée. La résolution complète des systèmes linéaires est faite vers 1870 par Kroneker (1823- 1891) grâce à la notion de rang. Introduite par Sylvester en 1850 comme ordre maximun d'un déterminant non nul extrait, Kroneker l'avait utilisé dès 1866 dans les opérations élémentaires.

Les systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ sont des systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques. Dans les programmes éducatifs, Ils sont présentés pour la première fois en classe de troisième. En Seconde A, il s'agit de revenir sur les méthodes de résolution de ces systèmes par substitution, par combinaison et par représentation graphique. Les systèmes d'inéquations linéaires seront utilisés en classe de terminale pour résoudre des problèmes d'optimisation.

Cette leçon offre une bonne occasion d'investir les outils mathématiques dans la résolution de certains problèmes de vie courante par des systèmes d'équations linéaires, où on observera les étapes de mise en équation, de résolution et d'interprétation de résultats.

Habiletés et Contenus

- ✓ **Définir** un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
- ✓ **Résoudre** un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par substitution, par combinaison et graphiquement.
- ✓ **Traduire** un problème de vie courante à l'aide d'un système d'équations linéaires .
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel aux systèmes linéaires dans $\mathbb{R}$ x $\mathbb{R}$.

Situation d'Apprentissage

À l'occasion de la fête de l'excellence d'un établissement scolaire, le comité d'organisation de cette fête prévoit récompenser les meilleurs élèves par des tablettes et des ordinateurs. Il veut en prendre 30 avec un budget de 3.500.000 Francs. Un ordinateur coûte 180.000 F et une tablette 80.000 F. Le comité sollicite les élèves d'une classe de 2^{e} A pour déterminer le nombre maximum d'ordinateurs et de tablettes qu'il peut acheter.
Ceux-ci décident de résoudre un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Activité 1 Définition d'un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

À la fin d'une journée de vente de jus de fruits, la recette de Madame Kanaté s'élève à 3700 F. Cette recette est constituée de pièces de 50 F et de pièces de 100 F. Il y a 43 pièces au total.

On veut déterminer le nombre de pièces de chaque type, pour cela on désigne par x le nombre de pièces de 50 F, et par y le nombre de pièces de 100 F.

1. En utilisant x et y, traduis par une égalité la phrase ; « Le nombre total de pièces est : 43. »
2. a)Exprime le montant des pièces de 50 francs à l'aide de x.

   b) Exprime le montant des pièces de 100 francs à l'aide de y.
3. Écris deux égalités que vérifient x et y à la fois.

Récapitulons

- Les expressions "$x + y = 43$" et "$50x + 100y = 3700$" sont des équations linéaires du premier degré dans $\mathbb{R}$ x $\mathbb{R}$.
- $\begin{cases} x + y = 43 \\ 50\,x + 100\,y = 3700 \end{cases}$ est un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Résoudre un système de deux équations linéaires, c'est résoudre simultanément deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Exercices de fixation

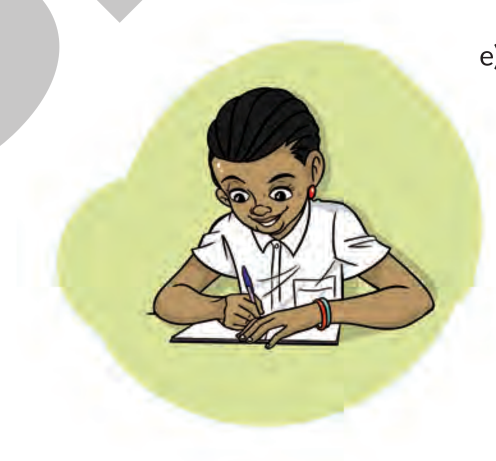
1 Parmi les équations ci-dessous, recopie celles qui sont des équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

(E_1) $x^2 - 2y + 1 = 0$; (E_2) $3x - 2y = 1$;

(E_3) $(x-1)(y+2) = 0$;

(E_4) $\frac{1}{3}x - y = 2$; (E_5) $x^2 + y^2 - 1 = 0$;

(E_6) $(x - y + 1)(x + y - 3) = 0$.



2 Parmi les systèmes d'équations ci-dessous, recopie ceux qui sont des systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

a) $\begin{cases} x - 3y + 2 = 0 \\ 2x + y + 1 = 0 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ (x-1)(y+1) = 0 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} x^2 - 4y + 9 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x - \frac{3}{2}y = -1 \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases}$;

e) $\begin{cases} (x-y)(x+y) = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$; f) $\begin{cases} \frac{5}{3}x - y = 2 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases}$.

Activité 2 Résolution d'un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par substitution

Une ONG fait don de 1750 kg de matériel à un hôpital. Les colis déchargés, au nombre de 15, sont constitués de paquets de couvertures et de caisses de matériel médical.

Les couvertures sont emballées en paquets de 150 kg chacun et le matériel médical en caisses pesant 50 kg chacune. N'ayant pas assisté au déchargement, Koffi, élève en seconde A veut déterminer le nombre de caisses de médicaments et le nombre de paquets de couvertures.

Il désigne par x le nombre de paquets de couvertures et par y le nombre de caisses de médicaments.

1. Justifie chacune des égalités suivantes :

a) $x + y = 15$.

b) $150\,x + 50\,y = 1750$.

2. On veut résoudre le système $\begin{cases} x+y=15 \\ 150x+50y=1750 \end{cases}$.

a) Exprime y en fonction de x en utilisant l'équation linéaire : $x + y = 15$.

b) Justifie que : $100\,x = 1000$.

c) Déduis-en la valeur de x, puis celle de y.

Récapitulons

La méthode utilisée a consisté à transformer une des équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ en une équation à une seule inconnue.

C'est la méthode de résolution par substitution.

Exercices de fixation

3 Résous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ chacun des systèmes d'équations linéaires suivants par la méthode de substitution.

1) $\begin{cases} 3x+y+1=0 \\ x-y+2=0 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} y-4x=0 \\ 6x-y+1=0 \end{cases}$.

4 Résous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ chacun des systèmes d'équations linéaires suivants par la méthode de substitution.

1) $\begin{cases} x=\dfrac{2y-1}{2} \\ x=\dfrac{3y+5}{2} \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y+3=0 \end{cases}$.

Activité 3 Résolution d'un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par combinaison

La somme de deux nombres est égale à 31 et leur différence est égale à 5.

Détermine ces nombres.

On désigne par x et y ces nombres.

1. Justifie que x et y vérifient le système $\begin{cases} x+y=31 \\ x-y=5 \end{cases}$.

2. a) En additionnant membre à membre les deux équations, vérifie que : $2x = 36$.

b) En retranchant les membres de la deuxième équation à ceux de la première, justifie que : $2y=26$.

c) Déduis-en les valeurs de x et y.

Récapitulons

Pour déterminer ces nombres, on a écrit un système de deux équations. La méthode utilisée a consisté à éliminer une des inconnues. Pour cela, on a additionné membre à membre les équations équivalentes aux équations du système.
Cette méthode est la résolution du système par combinaison.

Exercices de fixation

5 Résous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, par la méthode de combinaison, chacun des systèmes linéaires suivants :

a) $\begin{cases} x+y-4=0 \\ x-y+3=0 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 3x-y=2 \\ x+2y-1=0 \end{cases}$.

6 Résous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, par la méthode de combinaison, chacun des systèmes linéaires suivants :

1) $\begin{cases} 3x-2y=-1 \\ 2x+3y=2 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 2x+y+2=0 \\ x-y=5 \end{cases}$.

Activité 4 Résolution graphique d'un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

On donne le système suivant : $\begin{cases} 2x-y+3=0 \\ 3x+y-8=0 \end{cases}$.

1. a) Représente chacune des droites (D) d'équation : $2x - y + 3 = 0$ et (Δ) d'équation : $3x + y - 8 = 0$ dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
b) Détermine graphiquement les coordonnées du point d'intersection des droites (D) et (Δ).

2. Résous le système suivant : $\begin{cases} 2x-y+3=0 \\ 3x+y-8=0 \end{cases}$.

3. Compare les résultats des questions 1.b) et 2.

Récapitulons

- On a représenté graphiquement par deux droites les ensembles de solutions des deux équations linéaires du système.
- On a recherché par lecture graphique les coordonnées de l'éventuel point d'intersection de ces droites.
- Le couple de coordonnées de ce point, s'il existe est le couple de solution du système donné.

On dit qu'on a résolu graphiquement le système donné.

Exercices de fixation

7 Détermine graphiquement la solution du système :

$\begin{cases} 4x-y+1=0 \\ x-y=0 \end{cases}$.

8 Résous par la méthode graphique chacun des systèmes d'équations linéaires suivants :

1) $\begin{cases} x-y+2=0 \\ 2x-y+1=0 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 2x-y-3=0 \\ 5x+2y-1=0 \end{cases}$.

Activité 5 Traduction d'un problème de vie courante à l'aide d'un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Monsieur Koné a acheté 3 cahiers de Travaux Pratiques et 5 cahiers de 200 Pages au prix de 5600 F pour ses enfants. Un autre parent d'élève a acheté dans la même boutique, 2 cahiers de Travaux Pratiques et 4 cahiers de 200 Pages pour un coût total de 4000 F.

Détermine le prix de vente d'un cahier de Travaux Pratiques et celui d'un cahier de 200 Pages dans cette boutique.

On désigne par x le prix de vente d'un cahier de Travaux Pratiques et par y le prix de vente d'un cahier de 200 Pages.

1. **a)** Traduis à l'aide de x et de y , la phrase : « 3 cahiers de Travaux Pratiques et 5 cahiers de 200 pages coûtent 5600 F ».

   b) Traduis à l'aide de x et de y, la phrase : « 2 cahiers de travaux pratiques et 4 cahiers de 200 pages coûtent 4000 F »

2. **a)** Écris un système de deux équations linéaires qui te permet de déterminer le prix de vente de chaque cahier.

   b) Résous le système que tu viens d'écrire.

Récapitulons

Pour traduire ce problème de vie courante afin de le résoudre :

- on a choisi deux inconnues x et y ;
- on a écrit deux équations linéaires d'inconnues x et y ;
- on a écrit le système linéaire obtenu à partir de ces équations qu'on va résoudre par la méthode de notre choix.

Exercices de fixation

9 Lors d'un concert, deux types de tickets ont été vendus : des tickets simples à 2 000 F et des tickets VIP à 5 000 F. Le nombre de tickets vendus est de 190 pour une recette totale de 500 000 F.

Détermine le nombre de tickets de chaque type vendu.

10 Le candidat à un concours gagne 10 points à chaque réponse correcte et en perd 5 dans le cas contraire. Après avoir répondu à 30 questions, il obtient 180 points.

Détermine le nombre de réponses correctes.

I. SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS LINÉAIRES DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Définitions

Les lettres a, b, c, d, e, f désignent des nombres réels tels que $(a\ ;\ b) \neq (0\ ;\ 0)$ et $(d\ ;\ e) \neq (0\ ;\ 0)$.

- L'expression du type $ax + by + c = 0$ est une équation linéaire dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
- $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ dx+ey+f=0 \end{cases}$ est un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Exemples

- $2x + 3y - 5 = 0$ est une équation linéaire dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
- $\begin{cases} 5x-3y+2=0 \\ 2x+y+3=0 \end{cases}$ est un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Pour s'entraîner : Exercices 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6

II. RÉSOLUTION D'UN SYSTÈME LINÉAIRE

Résolution d'un système linéaire par la méthode de substitution

Méthode

Résoudre un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par la méthode de substitution consiste à :

- exprimer une des inconnues en fonction de l'autre à partir de l'une des équations linéaires ;
- ramener la deuxième équation linéaire du système à une équation à une seule inconnue ;
- résoudre cette équation à une inconnue ;
- déterminer l'autre inconnue en utilisant la valeur trouvée pour l'équation à une inconnue.

Exemple

Résolvons le système linéaire suivant par la méthode de substitution :

$$(\Sigma) : (x\ ;\ y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \quad \begin{cases} x-\dfrac{1}{2}y=0 \\ 6x+3y=12 \end{cases}.$$

- J'exprime y en fonction de x en utilisant la première équation du système, ce qui donne le système équivalent : $\begin{cases} y=2x \\ 6x+3y=12 \end{cases}$
- Je remplace y par son expression dans la deuxième équation, j'obtiens : $\begin{cases} y=2x \\ 6x+6x=12 \end{cases}$
- La résolution de l'équation $6x + 6x = 12$ donne $x = 1$.
- En utilisant l'expression $y = 2x$, on obtient : $y = 2$.
- Le couple solution du système (Σ) est : $(1\ ;\ 2)$.

Pour s'entraîner : Exercices 7 ; 8 ; 9 ; 10

Résolution d'un système linéaire par la méthode de combinaison

Méthode

Résoudre un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par la méthode de combinaison consiste à trouver des équations équivalentes aux équations du système de façon à éliminer une des inconnues en additionnant membre à membre ces équations équivalentes.

Exemple

Résolvons dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par la méthode de combinaison, le système linéaire suivant : $\begin{cases} -x+y=1 \\ x-2y=2 \end{cases}$.

- J'élimine x en additionnant membre à membre les équations du système, j'obtiens l'équation à une seule inconnue suivante : $-y = 3$, soit $y = -3$.
- Pour éliminer y , je vais utiliser un système équivalent au système donné. En multipliant la première équation linéaire par 2, j'obtiens $\begin{cases} -2x+2y=2 \\ x-2y=2 \end{cases}$

J'élimine y en additionnant membre à membre les équations de ce système, j'obtiens l'équation à une seule inconnue suivante : $-x = 4$ soit $x = -4$.

Le couple solution du système est $(-4 ; -3)$.

Pour s'entraîner : Exercices 11 ; 12 ; 13 ; 14

Résolution d'un système linéaire par la méthode graphique

Méthode

Résoudre un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par la méthode graphique consiste à tracer les droites dont les équations sont données par le système et à déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de ces droites s'il existe.

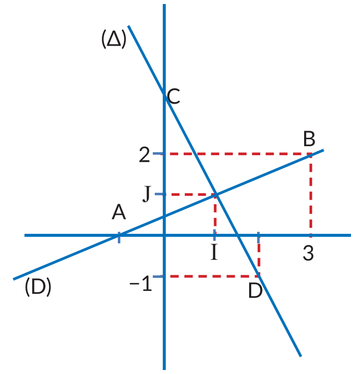
Exemple

Résolvons graphiquement dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ le système suivant : $\begin{cases} x-2y+1=0 \\ 2x+y-3=0 \end{cases}$.

- Traçons la droite (D) d'équation : $x - 2y + 1= 0$. Cette droite passe par les points de coordonnées A(−1 ; 0) et B(3 ; 2).
- Traçons la droite (Δ) d'équation : $2x + y - 3 = 0$. Cette droite passe par les points de coordonnées C(0 ; 3) et D(2 ; −1).

Les droites (D) et (Δ) sont sécantes et leur point d'intersection a pour coordonnées (1 ; 1).

Le système a pour solution (1 ; 1).



Pour s'entraîner : Exercices 15 ; 16 ; 17 ; 18 ; 19

Traduction d'un problème de vie courante à l'aide d'un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Méthode

Traduire un problème de vie courante à l'aide d'un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, consiste à

- choisir deux lettres pour désigner les inconnues ;
- mettre en équation les données du problème ;
- former un système en utilisant les deux équations linéaires obtenues.

Exemple

Dans un casier de boissons, il y a 21 bouteilles de sucrerie, des grandes bouteilles et des petites. Les grandes bouteilles sont vendues à 500 F et les petites à 200 F . La vente de toutes ces bouteilles a rapporté 8900 F.

Déterminons le nombre de grandes bouteilles et celui des petites.

Traduction mathématique

On désigne par x le nombre de grandes bouteilles de sucrerie et par y le nombre de petites bouteilles.

La phrase "il y a 21 bouteilles de sucrerie", se traduit par l'équation : $x + y = 21$.

La vente de x grandes bouteilles de sucrerie a rapporté : $500x$.

La vente de y petites bouteilles de sucrerie a rapporté : $200y$.

La phrase "La vente de ces bouteilles a rapporté 8900F." Se traduit par l'équation : $500x + 200y = 8900$.

Pour déterminer le nombre de bouteilles de chaque type, on va résoudre le système :

$$\begin{cases} x+y=21 \\ 500x+200y=8900 \end{cases}.$$

Pour s'entraîner : Exercices 20 ; 21; 22 ; 23 ; 24

QUESTION 1

Comment résoudre un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par la méthode de substitution ?

Méthode

Pour résoudre un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par la méthode de substitution,

- on choisit une des équations et on exprime une des inconnues en fonction de l'autre ;
- on remplace l'inconnue choisie par son expression dans la deuxième équation linéaire, on obtient une équation à une seule inconnue qu'on résout ;
- on utilise la valeur trouvée pour déterminer la deuxième inconnue.

Exercice

Résous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ le système ci-contre par la méthode de substitution : $\begin{cases} 4x-3y-6=0 \\ 2x-y+1=0 \end{cases}$.

Solution commentée

En choisissant d'exprimer y en fonction de x à l'aide de la deuxième équation du système, on obtient les systèmes équivalents suivants :

$$\begin{cases} y=2x+1 \\ 4x-3y-6=0 \end{cases}, \begin{cases} y=2x+1 \\ 4x-3(2x+1)-6=0 \end{cases}, \begin{cases} y=2x+1 \\ -2x-9=0 \end{cases}, \text{ soit } \begin{cases} y=2x+1 \\ x=\dfrac{9}{2} \end{cases}.$$

On obtient : $\begin{cases} x=\dfrac{9}{2} \\ y=10 \end{cases}$. Le système a pour solution $\left(\dfrac{9}{2}\ ;\ 10\right)$.

Exercice non corrigé

Résous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ le système suivant par la méthode de substitution : $\begin{cases} 3x+y-2=0 \\ 2x-3y+5=0 \end{cases}$.

QUESTION 2

Comment résoudre un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par combinaison ?

Méthode

Pour résoudre un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par la méthode de combinaison :

- on choisit judicieusement des coefficients par lesquels on multiplie chacune des équations du système de sorte à éliminer une inconnue en additionnant membre à membre les équations équivalentes obtenues ; on détermine ainsi une des inconnues.
- on procède de la même façon pour déterminer la deuxième inconnue.

Exercice

Résous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ le système ci-dessous par combinaison : $(x\ ;\ y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $\begin{cases} 2x-3y+7=0 \\ 5x-4y+1=0 \end{cases}$.

Solution commentée

✓ Je veux éliminer y, pour cela je multiplie la première équation par 4 et la deuxième équation par (−3) puis je vais additionner membre à membre les nouvelles équations :

$$\begin{cases} 8x-12y+28=0 \\ -15x+12y-3=0 \end{cases} ,\quad -7x+25=0\ ,\ x=\frac{25}{7}.$$

✓ Je veux éliminer x, pour cela je multiplie la première équation par 5 et la deuxième équation par −2 puis je vais additionner membre à membre les nouvelles équations :

$$\begin{cases} 10x-15y+35=0 \\ -10x+8y-2=0 \end{cases} \quad -7y+33=0\ ,\ y=\frac{33}{7}.$$

✓ Le système à pour solution $\left(\frac{25}{7}\ ;\ \frac{33}{7}\right)$.

Exercice non corrigé

Résous dans ℝ×ℝ le système ci-contre par combinaison $\begin{cases} 11x+2y-5=0 \\ 3x-7y+2=0 \end{cases}$.

QUESTION 3

Comment résoudre graphiquement un système de deux équations linéaires dans ℝ×ℝ ?

Méthode

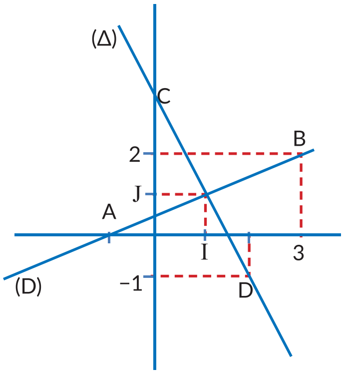
Pour résoudre graphiquement un système de deux équations linéaires dans ℝ×ℝ,

- on munit le plan d'un repère orthonormé (O, I, J) ;
- on trace une première droite dont une équation est la première équation linéaire du système ;
- on trace une deuxième droite dont une équation est la deuxième équation linéaire du système ;
- on recherche si possible les coordonnées des points d'intersection de ces deux droites.

Exercice

Résous graphiquement dans ℝ×ℝ le système suivant : $\begin{cases} -x+2y-1=0 \\ -2x-y+3=0 \end{cases}$.

Solution commentée



✓ Traçons la droite (D) d'équation : $-x + 2y - 1 = 0$. Cette droite passe par les points de coordonnées A(−1 ; 0) et B(3 ; 2).

✓ Traçons la droite (Δ) d'équation : $-2x - y + 3 = 0$.
Cette droite passe par les points de coordonnées C(0 ; 3) et D(2 ; −1).

✓ Les droites (D) et (Δ) sont sécantes et leur point d'intersection a pour coordonnées (1 ; 1).

✓ La solution du systeme est : $S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(1;1)\}$.

Exercice non corrigé

Résous graphiquement dans ℝ × ℝ le système : $\begin{cases} 2x-3y+5=0 \\ 3x+y-1=0 \end{cases}$.

QUESTION 4

Comment traduire un problème de vie courante à l'aide d'un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$?

Méthode

Pour traduire un problème de vie courante à l'aide d'un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$,

- on choisit deux inconnues qu'on note généralement x et y ;
- on traduit les données du problème par deux équations linéaires d'inconnues x et y. On obtient un système d'équations : c'est la mise en équation ;
- on résout le système.

Exercice

Dans un casier il y a 21 bouteilles de sucrerie, des grandes bouteilles et des petites. Les grandes bouteilles sont vendues à 500 F et les petites à 200 F. La vente de ces bouteilles a rapporté 8700 F.

Détermine le nombre de bouteilles de chaque type.

Solution commentée

On désigne par x le nombre de grandes bouteilles de sucrerie et par y le nombre de petites bouteilles.

La phrase "il y a 21 bouteilles de sucrerie", se traduit par l'équation : $x + y = 21$

La vente de x grandes bouteilles de sucrerie a rapporté : $500\,x$
La vente de y petites bouteilles de sucrerie a rapporté : $200\,y$
La phrase "La vente de ces bouteilles a rapporté 8700 F". se traduit par l'équation :
$500\,x + 200\,y = 8900$.

Pour déterminer le nombre de bouteilles de chaque type on va résoudre le système :

$$\begin{cases} x+y=21 \\ 500x+200y=8900 \end{cases}$$

La résolution de ce système donne $x = 15$ et $y = 6$.

Il y'a 15 grandes bouteilles de sucreries et 6 petites bouteilles de sucreries dans le casier.

Exercice non corrigé

Deux morceaux de viande mis ensemble pèsent 2,5 kg. On les met séparément sur les plateaux d'une balance. Pour obtenir l'équilibre, il faut ajouter 450 g à l'un des plateaux.

Détermine le poids de chaque morceau de viande.

Exercices de fixation

Définition d'un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

1 Parmi les équations suivantes, recopie celles qui sont des équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

(E_1) : $(x\,;y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $2x - y + 3 = 0$;

(E_2) : $(x\,;y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $x^2 - y + 3 = 0$;

(E_3) : $(x\,;y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $(x - y + 2)(2x + y + 1) = 0$;

(E_4) : $(x\,;y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $\dfrac{x^2 - y^2}{x - y} = 0$;

(E_5): $(x\,;y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $\dfrac{3}{2}x - y + 1 = 0$;

(E_6): $(x\,;y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $(x - y)(x + y) = 1$.

2 Parmi les systèmes d'équations ci-dessous, recopie ceux qui sont des systèmes linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

$(S_1)\begin{cases} x+y=21 \\ x-y=3 \end{cases}$; $(S_2)\begin{cases} x^2-1=0 \\ y^2-1=0 \end{cases}$;

$(S_3)\begin{cases} \dfrac{1}{2}x-y=1 \\ x+y+1=0 \end{cases}$; $(S_4)\begin{cases} \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3} \\ x+y=5 \end{cases}$;

$(S_5)\begin{cases} (x-1)(y+1)=0 \\ x-y=2 \end{cases}$.

3 Écris le numéro du système suivi de Vrai lorsque l'énoncé est vraie ou Faux sinon.

1) $\begin{cases} x+y=29 \\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=3 \end{cases}$ est un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

2) $\begin{cases} x-1=0 \\ y=2 \end{cases}$ est un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

3) $\begin{cases} x+y=21 \\ x-y=3 \end{cases}$ est un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

4) $\begin{cases} xy=6 \\ x-y=1 \end{cases}$ est un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

5) $\begin{cases} \dfrac{x}{1-\sqrt{2}}+y-1=0 \\ x+\sqrt{2}y=3 \end{cases}$ est un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

4 On donne les systèmes suivants :

(S) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=1 \\ x-y=2 \end{cases}$; (φ): $\begin{cases} x^2+y^2-1=0 \\ x+2y-3=0 \end{cases}$;

(Σ): $\begin{cases} 3x+2y-5=0 \\ 2x+y-3=0 \end{cases}$.

1. Parmi les systèmes d'équations (S) , (Σ) et (φ) ci-dessus, un seul est linéaire, retrouve-le.
2. Justifie ta réponse.

5 Dis dans quel cas les systèmes linéaires proposés sont identiques.

1- A $\begin{cases} -3x+y=1 \\ x+2y=3 \end{cases}$ B $\begin{cases} x-3y=1 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

2- C $\begin{cases} -3x+y=1 \\ x+2y=3 \end{cases}$ D $\begin{cases} x+2y=1 \\ -3x+y=3 \end{cases}$

3- E $\begin{cases} -3x+y=1 \\ x+2y=3 \end{cases}$ F $\begin{cases} x+2y=3 \\ -3x+y=1 \end{cases}$

6 Indique la bonne réponse.

Le système d'équations : (S) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x-\dfrac{2}{3}y=\dfrac{1}{6} \\ x+y=2 \end{cases}$ a pour inconnues :

a) x ou y

b) x et y

c) $(x\,,y)$

Résolution d'un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par substitution

7 On donne le système (S) suivant : $\begin{cases} -x+2y-1=0 \\ 3x+2y=3 \end{cases}$.

1. Justifie que (S) est équivalent au système : $\begin{cases} x=2y-1 \\ x=\dfrac{2}{3}y+1 \end{cases}$.
2. Résous l'équation d'inconnue y suivante :

   $2y-1=\dfrac{2}{3}y+1$.
3. Résous le système (S).

8 Résous par substitution chacun des systèmes linéaires suivants :

1) $\begin{cases} 3x-y=0 \\ 2x+3y=5 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} \dfrac{3x-1}{3}=\dfrac{2y-1}{2} \\ x+y=1 \end{cases}$.

9 Résous par la méthode de substitution chacun des systèmes linéaires suivants :

a) $\begin{cases} -3x+y=1 \\ x+2y=3 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x+2y=2 \\ x-y=1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x+\dfrac{1}{2}y=1 \\ x-y=\dfrac{5}{2} \end{cases}$.

10 Résous par substitution chacun des systèmes linéaires suivants :

1) $\begin{cases} 2x+5y=5 \\ x-y=2 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 6x+y=7 \\ -x+y=-1 \end{cases}$;

3) $\begin{cases} x-y=\dfrac{7}{3} \\ -2x+3y=1 \end{cases}$; 4) $\begin{cases} x=\dfrac{1}{2}y \\ \dfrac{11}{4}x+y=\dfrac{9}{8} \end{cases}$.

Résolution d'un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par combinaison

11 On donne le système suivant (S) : $\begin{cases} x-y=-2 \\ x-2y=3 \end{cases}$.

Par soustraction membre à membre des deux équations, laquelle des inconnues, tu peux éliminer.

12 On donne le système (S) suivant : $(x\,;y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

$\begin{cases} 2x+2y=5 \\ x-2y=4 \end{cases}$.

Par addition membre à membre des deux équations, laquelle des inconnues, tu peux éliminer.

13

1. Dans chacun des cas, propose un système équivalent au système d'équations qui te permettra d'éliminer l'inconnue y.

a) $\begin{cases} -x+y=1 \\ x-2y=2 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x+3y=2 \\ x-y=1 \end{cases}$.

2. Dans chacun des cas, propose un système équivalent au système d'équations linéaires donné qui te permettra d'éliminer l'inconnue x.

c) $\begin{cases} 3x-y=2 \\ 2x+3y=5 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2x+\dfrac{1}{2}y=-2 \\ x-y=5 \end{cases}$.

14 Résous chacun des systèmes linéaires suivants par combinaison :

1) $\begin{cases} x-3y=10 \\ 3x+y=2 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}-y=2 \\ x+\dfrac{y}{2}=-1 \end{cases}$; 3) $\begin{cases} 2x+3y-12=0 \\ 6x+5y-30=0 \end{cases}$.

Résolution d'un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par la méthode graphique

15 Représente graphiquement l'ensemble des solutions de l'équation : $(x\,;y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $2x-y+3=0$.

16 Résous graphiquement chacun des systèmes linéaires suivants :

1) $\begin{cases} y=x-1 \\ 2x+y-2=0 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 5x-y-6=0 \\ x+5y-5=0 \end{cases}$.

17 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J).

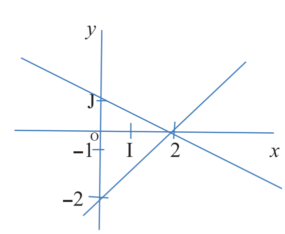
On donne les interprétations graphiques des systèmes d'équations linéaires ci-dessous par les figures A, B et C.

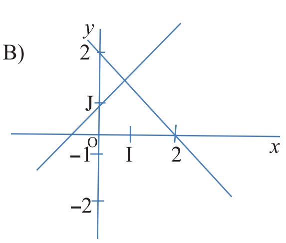
Écris le numéro du système et la lettre correspondant à son interprétation graphique.

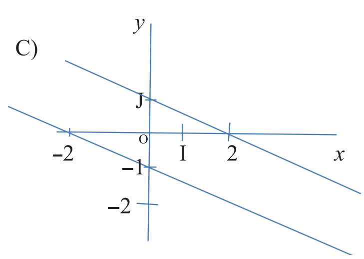
(S_1) $\begin{cases} x+y-2=0 \\ -x+y-1=0 \end{cases}$;

(S_2) $\begin{cases} x+2y-2=0 \\ x+2y+2=0 \end{cases}$;

(S_3) $\begin{cases} x+2y-2=0 \\ x-y-2=0 \end{cases}$.

A)


B)


C)


18 Résous graphiquement chacun des systèmes linéaires suivants :

a) $\begin{cases} y=3x+1 \\ y=3x-2 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x-2y-3=0 \\ -2x+3y+1=0 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 2x-y-6=0 \\ -x+y-5=0 \end{cases}$.

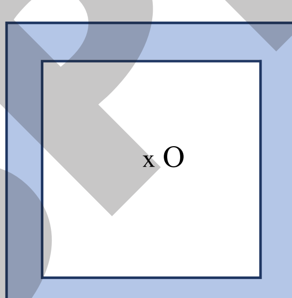
19 Sans faire de résolution graphique, relie chaque système d'équations au nombre de solutions.

(S_1) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+\frac{1}{2}y=\frac{3}{2} \end{cases}$	•		
(S_2) $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ 6x-4y=-1 \end{cases}$	•	•	n'a pas de solution.
(S_3) $\begin{cases} 2x-y-6=0 \\ -x+y-5=0 \end{cases}$	•	•	a une infinité de solutions.
(S_4) $\begin{cases} -2x+2y=4 \\ -x+y=2 \end{cases}$	•	•	a une solution unique
(S_5) $\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x-y=2 \end{cases}$	•		

Traduction d'un problème de vie courante à l'aide d'un système linéaire de deux équations dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

20 Deux carrés de même centre O sont disposés comme ci-dessous. La différence de leur périmètre est égale 40 m. L'aire de la bande coloriée est égale à 500 m^2.

Détermine le côté de chaque carré.



21 Kouakou s'adonne à la culture de cacao et de café depuis 5ans. Son exploitation est estimée à 7,5 *ha*. Si cette année il plante 2 ha de café et 0,5 ha de cacao en plus, les deux types de culture auront la même superficie. Détermine la superficie actuelle de cacao et celle de café.

22 La somme de deux nombres entiers naturels non nuls est 304.Si on divise l'un par l'autre, le quotient est 6 et le reste est 17.

1. Traduis ces informations par un système d'équations à deux inconnues.
2. Trouve ces deux nombres.

23 Dans une classe, il y a 60 élèves. Si on ajoute 12 au nombre de filles, on obtient autant de filles que de garçons.

Détermine le nombre de filles dans cette classe et celui des garçons.

24 Un magasin vend des pantalons jeans et des chemises. Pour 4 jeans et 8 chemises vendus, le gérant réalise une recette de 140 000 francs.

Lors d'une période de solde, le gérant propose une réduction de 30% sur les jeans et de 10% sur les chemises. Pendant la solde, BINATÉ achète 2 pantalons jeans et 5 chemises pour une somme de 66 000 francs.

1. Détermine le prix d'un pantalon jean et celui d'une chemise avant la période de solde.
2. Détermine le prix d'un pantalon jean et celui d'une chemise pendant la période de solde.

Exercices de renforcement /approfondissement

25 On donne l'équation linéaire (E) :

$(x\,;\,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $7x - 5y + 9 = 0$.

Recopie et complète le tableau par des nombres réels pour que le couple $(x\,;\,y)$soit solution de (E).

x	-2	…	$\frac{1}{7}$
y	…	1	…

26 Détermine un couple de nombres réels $(x\,;\,y)$ solution de l'équation linéaire : $3x - 2y + 1 = 0$ dont les composantes sont opposées.

27 Écris une équation linéaire dont $(-1\,;\,2)$ et $(1\,;3)$ sont des solutions.

28 Pour chaque énoncé une seule des réponses proposées est correcte.

Recopie le numéro de l'énoncé et la lettre qui correspond à la réponse correcte.

		Réponses			
N°	Énoncés	A	B	C	D
1	Une solution de l'équation : $\frac{3}{2}x + y + 1 = 0$ est	(−2 ; 0)	(−2 ; 2)	(2 ;−2)	(−4 ;1)
2	Une solution du système : $\begin{cases} x+y-2=0 \\ x-2y+1=0 \end{cases}$ est	(0;1)	(−1;1)	(2;1)	(1;1)
3	Une solution du système : $\begin{cases} 3x+y+1=0 \\ x+3y+3=0 \end{cases}$ est	(3;−10)	(3;−2)	(0;−1)	(−3;0)

29 Associe chaque système d'équations à son couple de solution.

$(S_1)\ \begin{cases} x+y=7 \\ -x+y=1 \end{cases}$ •	• a) (1 ; −2)
$(S_2)\ \begin{cases} 6x+y=7 \\ -x+y=0 \end{cases}$ •	• b) (0 ; 2)
$(S_3)\ \begin{cases} 3x+y=1 \\ -x+y=-3 \end{cases}$ •	• c) (−1 ; 2)
$(S_4)\ \begin{cases} -2x+y=4 \\ x-y=-3 \end{cases}$ •	• d) (3 ; 4)
$(S_5)\ \begin{cases} -x+3y=6 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$ •	• e) (1 ; 1)

30 Résous chacun des systèmes linéaires suivants par la méthode de ton choix.

1) $\begin{cases} x-3y=10 \\ 3x+y=2 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} \frac{x}{2}-y=2 \\ x+\frac{y}{2}=-1 \end{cases}$; 3) $\begin{cases} 2x+3y-12=0 \\ 6x+5y-30=0 \end{cases}$.

31

1. Justifie que la différence des carrés de deux nombres enti… mme de ces …
2. Déte… naturels cons… ale à 11.

Situations complexes

32 Un robinet remplit une citerne d'eau en 30 min et un autre remplit la même citerne en 40 min. KAMBOU élève dans une classe de 2e A observe le remplissage de la citerne par les deux robinets simultanément. Chaque robinet coule pendant 15 minutes et il manque 10 litres pour que la citerne soit remplie.

KAMBOU cherche à déterminer la capacité de cette citerne en utilisant ses connaissances mathématiques.

En argumentant, aide le.

33 Les élèves d'une classe de seconde A décident d'offrir un cadeau à l'un de leurs amis de classe le jour de son anniversaire.

Le trésorier de la classe fait les observations suivantes :

- Si chacun cotise 250 francs, alors il manquera 2000 francs pour acheter le cadeau.
- Mais, si chacun verse 325 francs, alors il y aura 1000 francs de trop.

Le chef de classe souhaite connaitre la somme que chaque élève doit cotiser afin d'offrir le cadeau à leur ami.

Sollicité, réponds à la préoccupation du chef de cette classe.

34 Une coopérative scolaire élève et vend deux types de poulets : des pondeuses et des coquelets. Pour sa première production, la vente de 380 poulets a rapporté la somme de 1 215 000F.

Une pondeuse a été vendue à 3500F et un coquelet à 3000F.

Pour pouvoir augmenter sa production, la coopérative souhaite connaitre le type de poulets le plus vendu. Tu es sollicité, afin d'aider cette coopérative à orienter sa production.

Propose une solution.

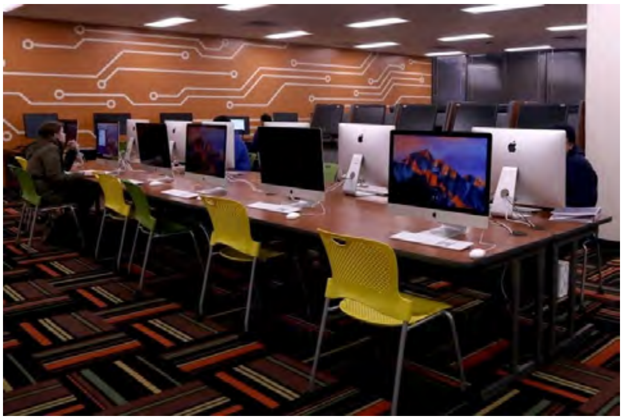
35 JÉRÔME est un gérant de cyber café dans la ville de Daloa. Il propose des tarifs en fonction de ses clients :

- les jeunes paient 200 francs pour une heure de navigation.
- les adultes paient 300 francs pour une heure de navigation.

Pour la première heure de navigation de la journée tous les 25 ordinateurs du cyber sont occupés et il totalise une recette de 6000 francs.

Cependant, JÉRÔME ignore le nombre de jeunes et d'adultes présents dans le cyber pour cette première heure alors qu'il a besoin de ce nombre pour justifier sa recette de la journée auprès de son patron. Il te demande de l'aider.

Réponds à sa préoccupation.



Achevé d'imprimer sous les presses de : JD Éditions
Pour le compte de JD Éditions.
Tél. : 25 23 00 17 50
Mise en page : JD Éditions
2e trimestre 2022
Dépôt légal N° 18744 du 15 juin 2022

Mon livre de
MATHÉMATIQUES

Découvrez nos manuels
de la même collection

COVID-19 / MESURES DE PREVENTIONS


Lavez-vous les mains fréquemment


Respectez la distanciation physique


Portez un masque


Toussez ou éternuez dans votre coude


Ouvrez les fenêtres


Faites-vous vacciner

ISBN : 978-2-493344-44-1