



Union – Discipline – Travail



MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE  
ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

## MON ÉCOLE À LA MAISON

SECONDAIRE  
2 A  
MATHÉMATIQUES

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE



**Durée : 12 heures**

**Code :**

COMPÉTENCE 1

Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions

THEME 2

Calculs algébriques

Leçon

**Calculs numériques**

### A-SITUATION D'APPRENTISSAGE

Dans une classe de seconde A2, il y a 60 élèves. 30% de ces élèves sont des garçons et 60% de ces garçons ont moins de 18 ans.

Une fille de la classe affirme que 40% de ces garçons ont plus de 18 ans.

Curieux, les élèves de cette classe cherchent à calculer le pourcentage de garçons de plus de 18 ans afin de se prononcer sur l'affirmation de la fille.

### B- CONTENU DE LA LEÇON

## I- OPERATIONS AVEC LES QUOTIENTS

### 1-Addition de quotients

#### Propriétés

Soit  $a, b, c$  et  $d$  des nombres réels tels que  $b$  et  $d$  soient différents de zéro.

On a :

$$\bullet \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\bullet \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\bullet \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\bullet \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

#### Exercice de fixation

Effectue les calculs suivants :

$$1) \frac{3}{5} - \frac{7}{5}$$

$$2) \frac{3}{7} + \frac{5}{2}$$

$$3) \frac{4}{3} - \frac{5}{4}$$

#### Solution

$$1) \frac{3}{5} - \frac{7}{5} = \frac{3-7}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$2) \frac{3}{7} + \frac{5}{2} = \frac{3 \times 2 + 5 \times 7}{7 \times 2} = \frac{6+35}{14} = \frac{41}{14}$$

$$3) \frac{4}{3} - \frac{5}{4} = \frac{4 \times 4 - 3 \times 5}{3 \times 4} = \frac{16-15}{12} = \frac{1}{12}$$

### 2-Produit de quotients

#### Propriétés

Soit  $a, b, c$  et  $d$  des nombres réels tels que  $b$  et  $d$  soient différents de zéro.

On a :

$$\bullet a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$$

$$\bullet \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

#### Exercice de fixation

Effectue les calculs suivants :

$$1) 3 \times \frac{1}{8}$$

$$2) \frac{4}{3} \times \frac{5}{4}$$

#### Solution

$$1) 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3 \times 1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$2) \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{4 \times 5}{3 \times 4} = \frac{5}{3}$$

### 3- Division de quotients

#### Propriétés

Soit  $a, b, c$  et  $d$  des nombres réels tels que  $b, c$  et  $d$  soient différents de zéro.

On a :

$$\bullet \frac{a}{\frac{c}{d}} = a \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{c}$$

$$\bullet \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

### Exercice de fixation

Effectue les calculs suivants :

$$1) \frac{5}{\frac{8}{3}}$$

$$2) \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{4}}$$

### Solution

$$1) \frac{5}{\frac{8}{3}} = 5 \times \frac{3}{8} = \frac{5 \times 3}{8} = \frac{15}{8}$$

$$2) \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{3 \times 5} = \frac{16}{15}$$

## 4-Puissances

### Définition

$a$  étant un nombre réel et  $n$  un entier naturel non nul,

- On appelle puissance de  $a$  d'exposant  $n$  le nombre réel noté  $a^n$ , tel que :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs égaux à } a}$$

- Pour  $a \neq 0$   
Par convention,  $a^0 = 1$   
Par ailleurs  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

### Exemple

- $4^3 = 4 \times 4 \times 4$
- $2021^0 = 1$
- $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$

### Propriétés

Pour tous nombres réels non nuls  $a$  et  $b$  et pour tous nombres entiers relatifs  $n$  et  $p$ , on a :

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $a^n \times b^n = (ab)^n$
- $(a^n)^p = a^{np}$

### Exercice de fixation

Ecris sous la forme  $a^n$  où  $a$  est un nombre réel non nul et  $n$  un entier relatif :

$$1) 5^6 \times 5^{-8}$$

$$2) \frac{7^{15}}{7^{13}}$$

$$3) 10^7 \times 3^7$$

$$4) \frac{3^2}{4^2}$$

$$5) (5^2)^3$$

### Solution

$$1) 5^6 \times 5^{-8} = 5^{6-8} = 5^{-2}$$

- 2)  $\frac{7^{15}}{7^{13}} = 7^{15-13} = 7^2$
- 3)  $10^7 \times 3^7 = (10 \times 3)^7 = 30^7$
- 4)  $\frac{3^2}{4^2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$
- 5)  $(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6$

## 5 - Calculs avec les radicaux

### Propriétés

Pour tous nombres réels positifs  $a$  et  $b$  et pour tout nombre entier naturel  $n$ , on a :

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- Pour  $b \neq 0$ ,  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$

### Exercice de fixation

Calcule :

1)  $\sqrt{36 \times 81}$

2)  $\sqrt{\frac{16}{49}}$

3)  $\sqrt{2^3}$

### Solution

1)  $\sqrt{36 \times 81} = \sqrt{36} \times \sqrt{81} = 6 \times 9 = 54$

2)  $\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$

3)  $\sqrt{2^3} = (\sqrt{2})^3 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

## II- PROPORTIONNALITÉ

### 1- Définition

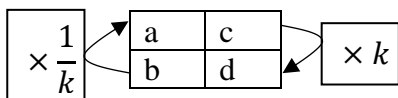
Deux grandeurs  $x$  et  $y$  sont proportionnelles si l'une est le produit de l'autre par un nombre non nul  $k$  donné ; par exemple:  $y = kx$ .

Le nombre  $k$  s'appelle coefficient de proportionnalité.

Exemple : L'argent payé à la caisse d'une boulangerie est proportionnel au nombre de pains demandés par un client.

### 2- Tableau de proportionnalité

Exemple



Ce tableau est un tableau de proportionnalité

### 3- Pourcentage

#### a- Pourcentage d'une quantité

$k\%$  d'une quantité  $a$  est égale à :  $a \times \frac{k}{100}$

### **Exemple**

20% de 40kg est :  $40 \times \frac{20}{100} = 8$  kg.

### **Exercice de fixation**

Détermine 2% de 300g.

### **Solution**

2% de 300g sont  $300 \times \frac{2}{100} = 6$  ; soit 6g.

### **b- Augmentation et réduction de $k\%$**

- Augmenter une quantité  $a$  de  $k\%$  c'est multiplier  $a$  par  $\left(1 + \frac{k}{100}\right)$
- Réduire une quantité  $a$  de  $k\%$  c'est multiplier  $a$  par  $\left(1 - \frac{k}{100}\right)$

### **Exercice de fixation**

- 1) Calcule le prix d'un objet coutant initialement 2000F, après une réduction de 30%.
- 2) Calcule le prix d'un objet coutant initialement 2000F, après une augmentation de 30%.

### **Solution**

- 1) Un objet d'un coût initial de 2000F, après une réduction de 30% coûtera :

$$2000 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 2000 \times \frac{70}{100} = 1400\text{F.}$$

- 2) Un objet d'un coût initial de 2000F, après une augmentation de 30% coûtera :

$$2000 \times \left(1 + \frac{30}{100}\right) = 2000 \times \frac{130}{100} = 2600\text{F.}$$

### **c- Produit de pourcentages**

Pour déterminer  $a\%$  de  $b\%$  d'une quantité, revient à multiplier cette quantité par le produit  $a\% \times b\%$  c'est-à-dire par  $\frac{a \times b}{10000}$ .

### **Exercice de fixation**

Calcule 5% de 2% de 300g.

### **Solution**

5% de 2% de 300g sont :  $\left(300 \times \frac{2 \times 5}{10000}\right) = 3 \times \frac{1}{10} = 0,3$  g.

## **III- APPROXIMATION DÉCIMALE**

### **1- Approximation décimale d'ordre $n$ par défaut ou par excès d'un nombre réel**

### **Exemple**

On donne  $\sqrt{2} \approx 1,414213562$ .

L'encadrement de  $\sqrt{2}$  par deux décimaux consécutifs d'ordre 3 est :  $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

L'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de  $\sqrt{2}$  est : 1,414.

L'approximation décimale d'ordre 3 par excès de  $\sqrt{2}$  est : 1,415.

### **Exercice de fixation**

On donne  $\sqrt{15} \approx 3,87298334621$ .

- 1) Trouve l'approximation décimale d'ordre 4 par défaut de  $\sqrt{15}$ .
- 2) Trouve l'approximation décimale d'ordre 4 par excès de  $\sqrt{15}$ .

### **Solution**

L'encadrement de  $\sqrt{15}$  par deux décimaux consécutifs d'ordre 4 est :  $3,8729 < \sqrt{15} < 3,8730$ .

- 1) 3,8729 est l'approximation décimale d'ordre 4 par défaut de  $\sqrt{15}$ .
- 2) 3,8730 est l'approximation décimale d'ordre 4 par excès de  $\sqrt{15}$ .

## **2-Arrondi d'ordre $n$ d'un nombre réel**

### **Exemple**

On donne  $\sqrt{2} \approx 1,414213562$ .

L'arrondi à l'ordre 3 de  $\sqrt{2}$  est 1,414 car le quatrième chiffre après la virgule est plus petit que 5.

L'arrondi à l'ordre 7 de  $\sqrt{2}$  est 1,4142135 car le huitième chiffre après la virgule est plus grand ou égal à 5.

### **Exercice de fixation**

On donne  $\sqrt{15} \approx 3,87298334621$ .

- 1) Trouve l'arrondi d'ordre 3 de  $\sqrt{15}$ .
- 2) Trouve l'arrondi d'ordre 5 de  $\sqrt{15}$ .

### **Solution**

- L'arrondi d'ordre 3 de  $\sqrt{15}$  est 3,873.
- L'arrondi d'ordre 5 de  $\sqrt{15}$  est 3,87298.

## **C-SITUATION COMPLEXE**

Dans la classe seconde  $A_2$  de ton lycée, il y a 60 élèves. 40% de ces élèves sont des garçons et 25% de ces garçons ont moins de 18 ans.

Une fille de ta classe seconde  $A_1$  affirme que 65% des garçons de la seconde  $A_2$  ont plus de 18 ans.

Des élèves ne sont pas de cet avis. A l'aide d'une argumentation basée sur les connaissances mathématiques du niveau, dis si l'affirmation de la fille de ta classe est juste.

### **Réponse**

Pour résoudre cet exercice, nous allons utiliser les propriétés de calculs numériques.

Nous allons appliquer des pourcentages à aux effectifs.

- 1) Déterminons le nombre de garçons de la classe de seconde  $A_2$ .

$$60 \times \frac{40}{100} = 24 \text{ garçons.}$$

2) Déterminons le nombre de garçons qui ont moins de 18 ans.

$$24 \times \frac{25}{100} = 6 \text{ garçons.}$$

3) Déterminons le pourcentage des garçons qui ont plus de 18 ans

$$24 - 6 = 18 \text{ et } 18 \times \frac{100}{24} = 0,75 \text{ soit } 75\% \text{ des garçons ont plus de 18 ans.}$$

75% des garçons ont plus de 18 ans donc l'affirmation de la fille de la seconde A1 n'est pas juste.

## **D-EXERCICES**

### **1- Exercices d'application**

#### **Exercice 1**

Pour chaque affirmation une seule réponse est juste. Écris le numéro de l'affirmation de la ligne et la lettre de la colonne qui correspond à la réponse juste

N°	AFFIRMATIONS	Réponses		
		a.	b.	c.
1.	$\frac{7}{3} + \frac{5}{3}$ est égale à	3	4	2
2.	$4 - \frac{35}{11}$ est égale à	$\frac{-31}{11}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{6}{11}$
3.	$\frac{2}{7} \times \frac{3}{2}$ est égale à	$\frac{25}{14}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{7}$
4.	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$ est égale à	$\frac{8}{27}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{5}{6}$
5.	$\sqrt{20} \times \sqrt{4}$ est égale à	$8\sqrt{10}$	$10\sqrt{8}$	$4\sqrt{5}$

#### **Solution**

1. - b.

2. - b.
3. - c.
4. - a.
5. - c.

### Exercice 2

On donne le tableau de proportionnalité ci-dessous.

- 1) Détermine le coefficient de proportionnalité  $k$ .
- 2) Complète le tableau.

3	2		10
9		27	

(xk)

### Solution

- 1)  $k = \frac{9}{3} = 3$
- 2)

3	2	<b>9</b>	10
9	<b>6</b>	27	<b>30</b>

(x3)

## 2- Exercices de renforcement

### Exercice 3

Calcule et donne le résultat sous la forme de fraction irréductible :

- a)  $\frac{\frac{200}{35}}{\frac{25}{7}}$  ; b)  $\frac{13}{\frac{39}{46}}$  ; c)  $\frac{12}{2^3}$

### Solution

- a)  $\frac{\frac{200}{35}}{\frac{25}{7}} = \frac{200}{35} \times \frac{7}{25} = \frac{200 \times 7}{35 \times 25} = \frac{1400:175}{875:175} = \frac{8}{5}$
- b)  $\frac{13}{\frac{39}{46}} = 13 \times \frac{46}{39} = \frac{13 \times 46}{39} = \frac{598:13}{39:13} = \frac{46}{3}$
- c)  $\frac{12}{2^3} = \frac{12:4}{8:4} = \frac{3}{2}$

### Exercice 4

Sur un sachet de 275grammes de café coûte 1500F. On peut lire sur ce sachet: 30% arabica et 70% robusta.

- 1) Calcule la masse de chacune des deux variétés.
- 2) A l'occasion d'une promotion, il est mentionné dans le rayon d'exposition du sachet de café 15% de réduction. Calcule le nouveau prix de ce sachet de café.

### Solution

- 1) \* Calculons la masse d'arabica.  
 $275 \times \frac{30}{100} = 82,5$  grammes  
 \* Calculons la masse de robusta  
 $275 \times \frac{70}{100} = 192,5$  grammes

- 2) Calculons le nouveau prix du sachet de café.



$$1500 \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 1500 \times \frac{85}{100} = 1275 \text{ F.}$$

### **3- Exercices d'approfondissement**

#### **Exercice 5**

Une entreprise de 80 employés comporte 15% d'agents de maîtrise et le reste d'ouvriers. 35 employés sont des femmes dont 7 agents de maîtrise.

- 1) Calcule l'effectif des agents de maîtrise.
- 2) Calcule le pourcentage de femmes dans cette entreprise.
- 3) Calcule le pourcentage d'agents de maîtrise parmi les femmes.

#### **Solution**

- 1) Calculons l'effectif des agents de maîtrise.  
 $80 \times \frac{15}{100} = 12$ . Il y a donc 12 agents de maîtrise.
- 2) Calculons le pourcentage de femme dans cette entreprise.  
 $35 \times \frac{100}{80} = 43,75$ . Il y a donc 43,75% de femmes dans cette entreprise.
- 3) Calculons le pourcentage d'agents de maîtrise parmi les femmes  
 $7 \times \frac{100}{35} = 20$ . Il y a donc 20% d'agents de maîtrise parmi les femmes.

### **V. DOCUMENTS**

- 1- 2<sup>e</sup> Littéraire, CIAM
- 2- Les Cahiers de la réussite Mathématiques 2<sup>nde</sup> A, Vallesse Editions
- 3- Maths Nouveaux programmes APC 2<sup>de</sup> A, Collection "Le Repère"