



Union – Discipline – Travail



MON ÉCOLE À LA MAISON

SECONDAIRE
2 A
MATHÉMATIQUES

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE



Durée : 12 heures

Code :

COMPÉTENCE 1

Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions

THEME 2

Calculs algébriques

Leçon

Calcul littéral

A-SITUATION D'APPRENTISSAGE

Lors de la présentation d'un livre de mathématiques aux élèves, un éditeur leur donne les informations suivantes :

- Le livre a une forme d'un pavé droit ;
- Pour obtenir la longueur en centimètre, il faut prendre 24 fois l'épaisseur du livre et retrancher 4 centimètres ;
- Pour obtenir la largeur en centimètre, il faut prendre 5 fois l'épaisseur du livre et ajouter 2 centimètres ;
- Le livre n'est donc pas volumineux et peut être transporté facilement.

Revenus en classe, les élèves décident de se former sur le calcul littéral afin de calculer le volume du livre en fonction de son épaisseur et vérifier les affirmations de l'éditeur.

B- CONTENU DE LA LEÇON

1- DEVELOPPEMENT ET REDUCTION D'UNE EXPRESSION LITTERALE

1.1 Réduction d'une expression littérale

Définition

Réduire une somme, c'est regrouper les termes de même nature et calculer leur somme algébrique.

Exemple

$$\begin{aligned}2x + 4 + 3y - 6x + 3 &= 2x - 6x + 3y + 4 + 3 \\ &= -4x + 3y + 7\end{aligned}$$

1.2 Développement d'une expression littérale

a- Définition

Développer un produit, c'est l'écrire sans parenthèses sous forme d'une somme algébrique.

Exemple

$$2(a+3) = 2 \times a + 2 \times 3 = 2a + 6$$

b- Propriétés

Soit k, a, b, c et d des nombres réels. On a:

- $k(a + b) = ka + kb$;
- $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Exercice de fixation

Développe les expressions suivantes :

- 1) $-3(2x - 5)$
- 2) $(x - 3)(2x - 5)$

Solution

- 1)
$$\begin{aligned}-3(2x - 5) &= -3 \times 2x - 3 \times (-5) \\ &= -6x + 15\end{aligned}$$
- 2)
$$\begin{aligned}(x - 3)(2x - 5) &= 2x \times x - 5 \times x - 3 \times 2x - 3 \times (-5) \\ &= 2x^2 - 5x - 6x + 15 \\ &= 2x^2 - 11x + 15\end{aligned}$$

c- Développement de produits remarquables

Propriété

a, b et c sont des nombres réels.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Exercice de fixation

Développe les expressions suivantes :

- 1) $(2 + x)^2$
- 2) $(3 - 2x)^2$

$$3) (5x - 7)(5x + 7)$$

Solution

$$1) (2 + x)^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times x + x^2 \\ = 4 + 4x + x^2$$

$$2) (3 - 2x)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times 2x + (2x)^2 \\ = 9 - 12x + 4x^2$$

$$3) (5x - 7)(5x + 7) = (5x)^2 - 7^2 \\ = 25x^2 - 49$$

2. POLYNÔME

Définition

Etant donné un nombre réel a et un entier naturel, l'expression ax^n est appelée monôme en x de coefficient a et de degré n .

On rappelle qu'un polynôme en x est une somme algébrique de plusieurs monômes.

Remarque

- Un monôme est un polynôme.
- 0 est le polynôme nul

Exemple

$P = -6x^5 + x - 17$; $F = 3$, P et F sont des polynômes.

Ordonner un polynôme

Définition

- On dit qu'un polynôme est réduit et ordonné suivant les puissances décroissantes de x , lorsque sa forme donnée est écrite du monôme de plus haut degré au monôme de plus bas degré.
- Le degré d'un polynôme est le degré le plus élevé dans sa forme réduite et ordonnée.

Exemple

$P = 3x^4 - 8x^3 - x^2 + 2x + 7$ est un polynôme ordonné suivant les puissances décroissantes de x et P est un polynôme de degré 4.

$Q = 7 + 2t + 4t^5$ est un polynôme ordonné suivant les puissances croissantes de t et Q est un polynôme de degré 5.

3. FACTORISATION

3.1 Définition

Factoriser une somme algébrique, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs.

Exemple

$$2a - 2b = 2(a - b)$$

3.2 propriété

k , a et b sont des nombres réels. On a :

$$ka + kb = k(a + b) ;$$

$$ka - kb = k(a - b)$$

Exercice de fixation

Factorise chacune des expressions suivantes :

- $8a - 8b$
- $xy + xz$
- $2(x + 1) + x(x + 1)$

corrigé

- $8a - 8b = 8(a - b)$
- $xy + xz = x(y + z)$
- $2(x + 1) + x(x + 1) = (x + 1)(2 + x)$

3.3 : Utilisation des produits remarquables

Propriétés

a, b et c sont des nombres réels.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 ;$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 ;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

Exercice de fixation

Factorise les expressions suivantes :

- 1) $1 + 2x + x^2$
- 2) $4x^2 - 12x + 9$
- 3) $x^2 - 4$

Solution

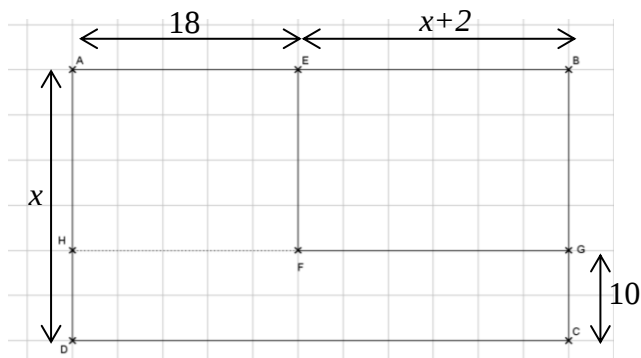
$$\begin{aligned} 1) \quad 1 + 2x + x^2 &= 1^2 + 2 \times 1 \times x + x^2 \\ 1 + 2x + x^2 &= (1 + x)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 4x^2 - 12x + 9 &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 \\ 4x^2 - 12x + 9 &= (2x - 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad x^2 - 4 &= x^2 - 2^2 \\ x^2 - 4 &= (x - 2)(x + 2) \end{aligned}$$

C. SITUATION COMPLEXE

Un planteur décide de céder une partie de sa parcelle représentée sur la figure ci-dessous par le rectangle ABCD à son fils pour un investissement dans le domaine agricole. La partie cédée est le rectangle EBG.



Le fils s'intéresse à la superficie de la parcelle cédée pour solliciter un prêt auprès d'une structure financière. Des élèves ayant découvert la figure estiment que l'aire de la parcelle cédée est $x^2 - 8x - 20$.

En tant qu'élève en classe de 2ndA, aide le fils du planteur à vérifier si cette affirmation est juste.

Corrigé

Déterminons les dimensions de la parcelle cédée : la longueur est $x + 2$ et

la Largeur $x - 10$

Calculons l'aire de la parcelle : $(x + 2)(x - 10)$

Développons l'expression obtenue : $(x + 2)(x - 10) = x^2 - 10x + 2x - 20$
 $= x^2 - 8x - 20$

L'aire de la parcelle cédée est $x^2 - 8x - 20$. L'information est donc juste .

D. EXERCICES

1- Exercices d'application

Exercice 1

Pour chaque affirmation, une seule réponse est juste.

Ecris le numéro de l'affirmation et la lettre de la colonne qui correspond à la réponse juste.

N°	AFFIRMATIONS	Réponses		
		a	b	c
1.	$9(7x - 2) =$	$16x - 11$	$63x - 18$	$63x + 18$
2.	$(a + b)(a - b) =$	$2a - 2b$	$a^2 - 2ab - b^2$	$a^2 - b^2$
3.	$(x + 2)^2 =$	$x^2 + 4$	$2x + 4$	$x^2 + 4x + 4$
4.	$(2x - 4)^2 =$	$4x^2 - 16x + 16$	$4x^2 - 16$	$4x - 8$
5.	$7x + 4y - 12x + 11y =$	$10xy$	$-5x + 15y$	$19x + 15y$

Solution

- 1.-b
- 2.-c
- 3.-c
- 4.-a
- 5.-b

Exercice 2

On donne le polynôme suivant : $E = 3x - 5x^4 - 3x^2 + 6$.

- 1) Ordonne le polynôme E suivant les puissances décroissantes de x .
- 2) Ordonne le polynôme E suivant les puissances croissantes de x .

Solution

1) $E = -5x^4 - 3x^2 + 3x + 6$

2) $E = 6 + 3x - 3x^2 - 5x^4$

2- Exercices de renforcement

Exercice 3

Factorise les expressions suivantes :

- 1) $E = (x + 2)^2 - (x - 3)^2$
- 2) $F = x^2 - 1 + (x + 1)(x + 4)$
- 3) $G = 5x(2x + 3) - 4x^2 - 12x - 9$

Solution

1) $E = (x + 2)^2 - (x - 3)^2$
 $= (x + 2 - x + 3)(x + 2 + x - 3)$
 $E = 5(2x - 1)$

2) $F = x^2 - 1 + (x + 1)(x + 4)$
 $= (x - 1)(x + 1) + (x + 1)(x + 4)$
 $= (x + 1)(x - 1 + x + 4)$
 $F = (x + 1)(2x + 3)$

3) $G = 5x(2x + 3) - 4x^2 - 12x - 9$
 $= 5x(2x + 3) - ((2x)^2 + 2 \times 4 \times 3x + 3^2)$
 $= 5x(2x + 3) - (2x + 3)^2$
 $= (2x + 3)(5x - 2x - 3)$
 $= (2x + 3)(3x - 3)$
 $G = 3(2x + 3)(x - 1)$

Exercice 4

Développe et réduis les expressions suivantes :

- 1) $E = (x + 2)^2 - (x + 1)(x - 3)$
- 2) $F = (x - 5)^2 + 2(3x + 1)(x + 4)$
- 3) $G = (3x + 4)^2 - 4x^2 - 8x - 15$

Solution

1) $E = (x + 2)^2 - (x + 1)(x - 3)$
 $= x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 3x + x - 3)$
 $= x^2 + 4x + 4 - x^2 + 2x + 3$
 $E = 2x^2 + 6x + 7$

2) $F = (x - 5)^2 + 2(3x + 1)(x + 4)$
 $= x^2 - 10x + 25 + 2(3x^2 + 12x + x + 4)$
 $= x^2 - 10x + 25 + 6x^2 + 26x + 8$

$$F = 7x^2 + 16x + 33$$

$$\begin{aligned} 3) \quad G &= (3x + 4)^2 - 4x^2 - 8x - 15 \\ &= 9x^2 + 24x + 16 - 4x^2 - 8x - 15 \\ G &= 5x^2 + 16x + 1 \end{aligned}$$

3- Exercice d'approfondissement

Exercice 5

On enlève $\frac{1}{3}$ du contenu d'un sac de riz, puis $\frac{1}{4}$ du reste.

Justifie que le sac contient finalement la moitié de son contenu initial.

Solution

Soit x le contenu initial du sac de riz. On a :

$$\begin{aligned} x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\left(x - \frac{1}{3}x\right) &= \frac{2}{3}x - \frac{1}{4} \times \frac{2}{3}x \\ &= \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x \\ x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\left(x - \frac{1}{3}x\right) &= \frac{4x - 2x}{6} \\ &= \frac{2x}{6} \\ &= \frac{1}{3}x \end{aligned}$$

Donc le sac contient finalement la moitié de son contenu initial.

V. DOCUMENTS

1- 2^e Littéraire, CIAM

2- Les Cahiers de la réussite Mathématiques 2nde A, Vallesse Editions

3- Maths Nouveaux programmes APC 2^{de} A, Collection "Le Repère"