MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE ET DE L'ALPHABETISATION

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

Union – Discipline – Travail

MON ECOLE A LA MAISON

SECONDAIRE
2 A
MATHEMATIQUES

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

Durée : 14 heures Code :

COMPETENCE 2	**Traiter une situation relative à la modélisation de phénomènes aléatoires, à l'organisation et aux traitements des données**
THEME 1	**Modélisation de phénomènes aléatoires**
Leçon	**Dénombrement**

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Dans un lycée il y a deux clubs. Un club littéraire et un club santé. A la rentrée, les élèves sont invités à s'inscrire librement dans ces clubs. Après les inscriptions, le chef de la classe de seconde A dont l'effectif est égal à 50 a été informé que dans sa classe, 23 élèves ont adhéré au club littéraire, 26 au club santé, et 15 dans aucun club. Voyant que la somme des inscrits et des non-inscrits dépasse le l'effectif 50 de la classe, le Chef confus, sollicite ses camarades de classe pour l'éclairer.
Ceux-ci décident de faire des calculs pour expliquer ces résultats

B. CONTENU DE LA LEÇON

1- REUNION DE DEUX ENSEMBLES

Définition

On appelle réunion de deux ensembles A et B l'ensemble des éléments qui appartiennent à A ou à B.
On note : A ∪ B et on lit : « A union B ».
$x \in$A∪B signifie que : $x \in A$ *ou* $x \in B$.

Exemple

On donne les ensembles A et B suivants : A = {c ; e ; g ; i ; f} et B = {d ; e ; f ; u ; i ; m ; k}.
La réunion des ensembles A et B est : A ∪B = {c ; e ; g ; i ; f ; d ; u ; m ; k }.

Exercice de fixation

On donne les ensembles E et F suivants : E = {2 ; 3 ; 7 ; 9 ; 12} et F = {1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 9 ; 11}.
Ecris en extension la réunion des ensembles E et F.

Solution

La réunion des ensembles E et F est : E ∪F = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 7 ; 8 ; 9 ; 11 ; 12}.

2- INTERSECTION DE DEUX ENSEMBLES

Définition

On appelle intersection de deux ensembles A et B l'ensemble des éléments qui appartiennent à la fois à A et à B.
On note : $A \cap B$ et on lit : « A inter B ».
$x \in A \cap B$ signifie que : $x \in A$ *et* $x \in B$.

Exemple

On donne les ensembles A et B suivants : A = {c ; e ; g ; i ; f} et B = {d ; e ; f ; u ; i ; m ; k}.
L'intersection des ensembles A et B est : $A \cap B$ = {e ; i ; f}.

Cas particulier :
Si $A \cap B = \emptyset$ alors A et B sont dits disjoints

Exercice de fixation

On donne les ensembles E et F suivants : E = {2 ; 3 ; 7 ; 9 ; 12} et F = {1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 9 ; 11}.
Ecris en extension l'intersection des ensembles E et F.

Solution

L'intersection des ensembles E et F est : E∩F = {2 ; 7 ; 9}.

3- CARDINAL D'UN ENSEMBLE FINI

Définition

Le cardinal d'un ensemble fini est le nombre d'éléments de cet ensemble.
On le note : Card(A) et on lit « cardinal de A ».

Exemple

Soit A = {0 ; 5 ; a ; b ; 9 ; r}. On a : Card(A) = 6

Cas particuliers

Le cardinal de l'ensemble vide est 0 : $\mathrm{Card}(\emptyset) = 0$

Un ensemble dont le cardinal est 1 est appelé singleton

Exercice de fixation

Relis chaque énoncé de la colonne de gauche au nombre correspondant dans la colonne de droite

L'ensemble vide a pour cardinal • • 4
L'ensemble E = { 3 ; 5 ; 7 ; 9} a pour cardinal • • 1
Un singleton a pour cardinal • • 0

Solution

L'ensemble vide a pour cardinal • • 4
L'ensemble E = { 3 ; 5 ; 7 ; 9} a pour cardinal • • 1
Un singleton a pour cardinal • • 0

Propriété

On considère deux ensembles finis A et B.

On a: $\mathrm{Card}(A \cup B) = \mathrm{Card}(A) + \mathrm{Card}(B) - \mathrm{Card}(A \cap B)$.

Cas particulier

Si $A \cap B = \emptyset$ alors $\mathrm{Card}(A \cup B) = \mathrm{Card}(A) + \mathrm{Card}(B$

Exercice de fixation

A et B sont deux ensembles finis.

Recopie et complète le tableau suivant :

Card(A)	Card(B)	Card(A∩B).	Card($A \cup B$)
15	6	2	---------
37	----------	25	118
--------	48	12	87
30	57	--------	85

Solution

Card(A)	Card(B)	Card(A∩B).	Card($A \cup B$)
15	6	2	**19**
37	**106**	25	118
51	48	12	87
30	59	**0**	75

C. SITUATION COMPLEXE

Dans un lycée il y a deux clubs. Un club littéraire et un club santé. A la rentrée, les élèves sont invités à s'inscrire librement dans ces clubs. Après les inscriptions, le chef de la classe de seconde A dont l'effectif est égal à 50 a été informé que dans sa classe, 23 élèves ont adhéré au club littéraire, 26 au club santé, et 15 dans aucun club. Voyant que la somme des inscrits et des non-inscrits dépasse le l'effectif 50 de la classe, le Chef, confus te sollicite pour l'éclairer.

Justifie que l'effectif de la classe reste 50.

Solution

Pour éclairer le chef de la classe, on va utiliser les connaissances en dénombrement.
Nous allons calculer le cardinal de réunion et intersection d'ensembles.

Désignons par E l'ensemble des élèves de la classe, L l'ensemble des élèves du club littéraire et S l'ensemble des élèves du club de santé, L∩S l'ensemble des élèves qui adhèrent aux deux clubs, L ∪ S, l'ensemble des élèves qui adhèrent au moins à l'un des deux clubs.

Card(E) = 50
Card(L) = 23
Card(S) = 26
$\text{Card}(L \cup S) = 50 - 15 = 35$

1) Déterminons le nombre d'élèves qui adhèrent aux deux clubs
   $\text{Card}(L \cup S) = \text{Card}(L) + \text{Card}(S) - \text{Card}(L\cap S)$
   $\text{Card}(L\cap S) = \text{Card}(L) + \text{Card}(S) - \text{Card}(L \cup S)$
   $\text{Card}(L\cap S) = 23 + 26 - 35 = 14$
   Il y a donc 14 élèves qui adhèrent aux deux clubs.
2) Déterminons le nombre d'élèves qui adhèrent seulement au club littéraire
   $\text{Card}(L) - \text{Card}(L \cap S) = 23 - 14 = 9$
   il y a donc 9 élèves qui adhèrent seulement au club littéraire.
3) Déterminons le nombre d'élèves qui adhèrent seulement au club de santé
   $\text{Card}(S) - \text{Card}(L \cap S) = 26 - 14 = 12$
   il y a donc 12 élèves qui adhèrent seulement au club de santé.
4) Déterminons l'effectif de la classe
   $\text{Card}(E) = 15 + 14 + 9 + 12$
   $\text{Card}(E) = 50$
   L'effectif de la classe est effectivement de 50 élèves.

D. EXERCICES

1. Exercices d'application

Exercice 1

On considère *A* et *B* deux parties d'un ensemble fini E.
Recopie et complète la troisième colonne du tableau ci-dessous par vrai ou faux :

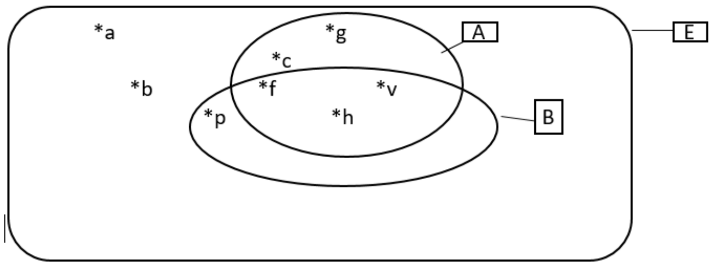
1	Si x appartient à A et n'appartient pas à B, alors x appartient à $A \cup B$.	
2	Si $x \epsilon A$ et $x \epsilon B$, alors $x \epsilon A \cup B$.	
3	$x \epsilon A \cup B$ signifie que x appartient à la fois à A et à B.	
4	$x \epsilon A \cup B$ signifie que x appartient à A seulement, x appartient à B seulement ou x appartient à la fois à A et à B.	

Solution

1	Si x appartient à A et n'appartient pas à B, alors x appartient à $A \cup B$.	Vrai
2	Si $x \epsilon A$ et $x \epsilon B$, alors $x \epsilon A \cup B$.	Vrai
3	$x \epsilon A \cup B$ signifie que x appartient à la fois à A et à B.	Faux
4	$x \epsilon A \cup B$ signifie que x appartient à A seulement, x appartient à B seulement ou x appartient à la fois à A et à B.	Vrai

Exercice 2

On donne le schéma ci-dessous :



Pour chacune des lignes ci-dessous, une seule égalité est correcte. Coche-la.

1	$A\cup B=\{c,g,e,h,p\}$ ☐	$A\cup B=\{f,v\}$ ☐	$A\cup B=\{c,g,h,p,f,v\}$ ☐	$A\cup B=\{c,e,h,p,a,b\}$ ☐
2	$A\cap B=\{c,g,e,h,p\}$ ☐	$A\cap B=\{f,v,h\}$ ☐	$A\cap B=\{c,g,h,a,b\}$ ☐	$A\cap B=\{f,v\}$ ☐

<u>Solution</u>

1	$A\cup B=\{c,g,e,h,p\}$ ☐	$A\cup B=\{f,v\}$ ☐	$A\cup B=\{c,g,h,p,f,v\}$ ☒	$A\cup B=\{c,e,h,p,a,b\}$ ☐
2	$A\cap B=\{c,g,e,h,p\}$ ☐	$A\cap B=\{f,v,h\}$ ☒	$A\cap B=\{c,g,h,a,b\}$ ☐	$A\cap B=\{f,v\}$ ☐

2. Exercices de renforcement

Exercice 3

Une entreprise propose 3 modèles de téléphones portables A, B et C.
Chaque modèle se fait en deux versions pour la connexion internet : 3G et 4G.
Chaque téléphone est vendu en trois couleurs : gris, marron et bleu.
A l'aide d'un arbre de choix, détermine le nombre de choix qui s'offrent à un client désirant acheter un téléphone portable.

<u>Solution</u>

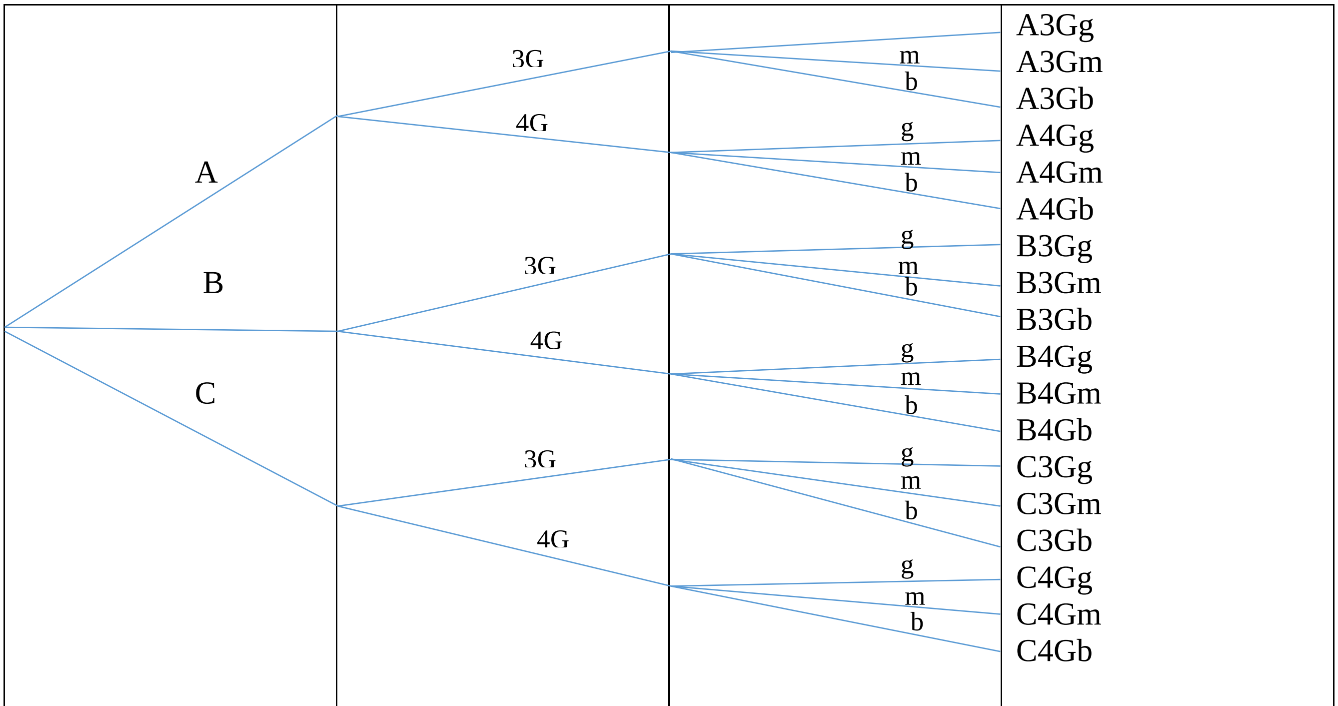
Désignons respectivement par g, m et b les couleurs gris, marron et bleu.
On obtient :

- 3 branches pour le choix du modèle ;
- 3x2 branches pour le choix du modèle et de version pour la connexion internet ;
- 3x2x3 branches pour le choix du modèle, de version pour la connexion internet et de la couleur du téléphone.

Il y donc 18 choix distincts

Choix du modèle	Choix de la version internet	Choix de la couleur	Choix du téléphone

g



3	3x2	3x2x3	18

Exercice 4

On lance deux dés équilibrés, l'un jaune et l'autre bleu, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
On s'intéresse à la somme des nombres des chiffres qui apparaissent sur la face supérieure de chaque dé. On désigne par E l'ensemble des résultats possibles.
Détermine, à l'aide d'un tableau :

1) L'ensemble E.
2) le cardinal de l'ensemble E.

Solution

Dé jaune / Dé bleu	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

1) E={2 ;3 ;4 ;5 ;6 ;7 ;8 ;9 ;10 ;11 ;12}
2) Card(E) = 11

3. **Exercice d'approfondissement**

Exercice 5

On considère les ensembles A, B et C tels que :
A={2 ;4 ;6 ;8 ;10 ;14 ;16 ;18 ;20} ; B={3 ;6 ;9 ;12 ;15 ;18} ; C={5 ;10 ;15 ;20} et D ={2 ;6 ;8 ;16}.

Soit les ensembles $I_1 = (A \cap B) \cap C$; $I_2 = A \cap (B \cap C)$; $J_1 = (A \cup B) \cup C$; $J_2 = A \cup (B \cup C)$

1) a) Détermine les ensembles I_1et I_2.
   b) Compare ces ensembles.

2) a) Détermine les ensembles J_1et J_2.
   b) Compare ces ensembles.

3) D étant une partie de A, on désigne par $\overline{D}$ le complémentaire de D dans A, c'est-à-dire l'ensemble des éléments qui appartiennent à A et qui n'appartiennent pas à D.
   Détermine l'ensemble $\overline{D}$.

Solution

1) a) * $A \cap B = \{6 ; 18\}$
   $I_1 = (A \cap B) \cap C = \emptyset$
   * $B \cap C = \{15\}$
   $I_2 = A \cap (B \cap C) = \emptyset$
   b) $I_1 = I_2$.

2) a) * $A \cup B = \{2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 20\}$
   $J_1 = (A \cup B) \cup C = \{2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 20\}$
   * $B \cup C = \{3 ; 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 12 ; 15 ; 18 ; 20\}$
   $J_2 = A \cup (B \cup C) = \{2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 20\}$
   b) $J_1 = J_2$.

3) $\overline{D} = \{4 ; 10 ; 14 ; 18 ; 20\}$.

V. DOCUMENTS

1- 2e Littéraire, CIAM
2- Les Cahiers de la réussite Mathématiques 2nde A, Vallesse Editions
3- Maths Nouveaux programmes APC 2de A, Collection ''Le Repère''