



## MON ÉCOLE À LA MAISON

SECONDAIRE

2 A

MATHÉMATIQUES

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE



**Durée : 08 heures**

**Code :**

COMPÉTENCE 1 : TRAITER UNE SITUATION RELATIVE AUX CALCULS  
ALGÈBRIQUES ET AUX FONCTIONS

THÈME 1 : CALCULS ALGÈBRIQUES

### LEÇON 4 : ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DANS $\mathbb{R}$

#### A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Lors de la préparation du jeu Crack concurrençant les classes de 2<sup>nd</sup>e A, les élèves de ta classe sont confrontés à la question suivante : « Quelle est la mesure du côté d'un triangle équilatéral dont le périmètre est égal à la mesure du côté augmentée de 30 m ? »

Voulant mettre toutes les chances de leur côté pour réussir à ce jeu, ces élèves décident de s'informer auprès des aînés de première A qui leur demande de faire des recherches sur la résolution des équations et des inéquations dans  $\mathbb{R}$ .

## **B. CONTENU DU COURS**

### **I- EQUATIONS**

#### **1- Equation du type $ax + b = 0$ ( $a \neq 0$ )**

Une équation du type  $ax + b = 0$  a pour solution  $-\frac{b}{a}$  lorsque  $a \neq 0$ .

#### **Exemple**

L'équation  $2x + 3 = 0$  se résout de la façon suivante :

$$2x + 3 = 0 \text{ équivaut à } 2x = -3$$

$$x = \frac{-3}{2}.$$

L'ensemble des solutions dans  $\mathbb{R}$  de l'équation  $2x + 3 = 0$  est noté :  $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{-3}{2} \right\}$

#### **Exercice de fixation**

- Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(E_1) : -3x + 2 = 0$ .
- Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(E_2) : 5x - 3 = 0$ .

#### **Solution**

- $-3x + 2 = 0$  équivaut à  $-3x = -2$

$$x = \frac{-2}{-3}.$$

$$x = \frac{2}{3}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est :  $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$

- $5x - 3 = 0$  équivaut à  $5x = 3$

$$x = \frac{3}{5}.$$

L'ensemble des solutions de l'équation est :  $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{3}{5} \right\}$

#### **2- Equation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$ ( $a \neq 0$ et $c \neq 0$ )**

#### **Propriété**

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels.

$ab = 0$  équivaut à  $a = 0$  ou  $b = 0$

#### **Exercice de fixation**

Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(E_3) : (x - 4)(-2x + 5) = 0$

#### **Solution**

$$(x - 4)(-2x + 5) = 0 \text{ équivaut à } (x - 4) = 0 \text{ ou } (-2x + 5) = 0$$

$$\text{équivaut à } x = 4 \text{ ou } -2x = -5$$

$$\text{équivaut à } x = 4 \text{ ou } x = \frac{5}{2}.$$

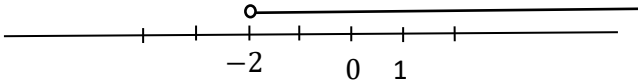
L'ensemble des solutions de l'équation est :  $S_{\mathbb{R}} = \left\{4; \frac{5}{2}\right\}$ .

## II-INEQUATIONS

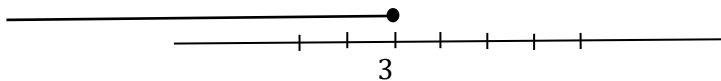
### 1- Quelques notions sur les intervalles

#### 1.1- Représentation d'un intervalle à l'aide d'une droite graduée

#### Exemples

L'intervalle  $] -2 ; \rightarrow [$  est représenté par : 

L'intervalle  $] \leftarrow ; 3]$  est représenté par :



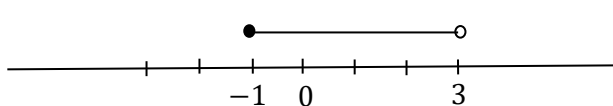
Les intervalles se lisent de la façon suivante :

| Ecriture               | Lecture                                 |
|------------------------|-----------------------------------------|
| $] -2 ; \rightarrow [$ | L'intervalle ouvert d'origine -2        |
| $[3; \rightarrow [$    | L'intervalle fermé d'origine 3          |
| $] \leftarrow ; -1[$   | L'intervalle ouvert d'extrémité -1      |
| $] \leftarrow ; 4]$    | L'intervalle fermé d'extrémité 4        |
| $[-2; 3]$              | L'intervalle fermé en -2 et 3           |
| $] -2; 3]$             | L'intervalle ouvert en -2 et fermé en 3 |

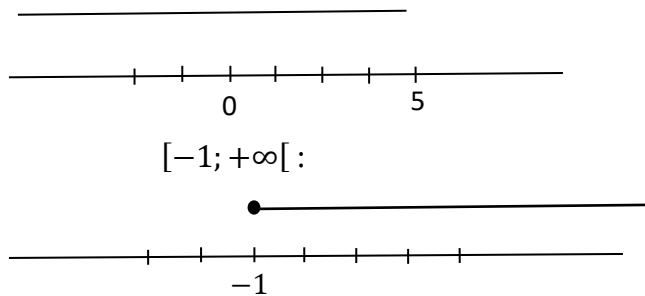
#### Exercice de fixation

Représente les intervalles  $[-1 ; 3 [$ ,  $] -\infty ; 5[$ ,  $] -1; +\infty [$  avec une droite graduée

#### Solution

$[-1 ; 3 [$  : 

$] -\infty ; 5[$  :



## 1.2- Traduction d'un intervalle à l'aide d'inégalités

### Exemple

Soit  $x$  un nombre réel,  $x \in ]-2; +\infty[$  équivaut à  $x > -2$

### Remarque

Cette équivalence permet de traduire une inégalité à l'aide d'intervalles.

### Exercice de fixation

Soit  $x$  un nombre réel ;

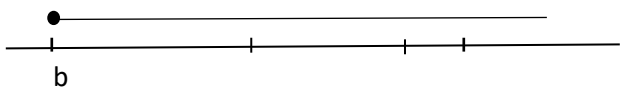
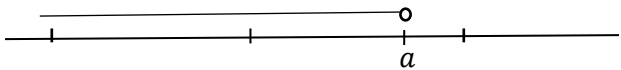
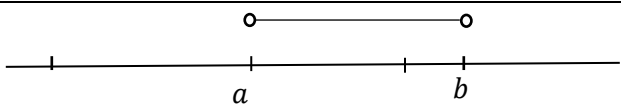
- 1) Traduis à l'aide d'une inégalité l'expression  $x \in ]-\infty; 3]$ .
- 2) Traduis l'inégalité  $x \geq 1$  à l'aide d'un intervalle.
- 3) Traduis à l'aide d'inégalités l'expression  $x \in ]-3; 5]$ .

### Solution

- 1)  $x \in ]-\infty; 3]$  équivaut à  $x \leq 3$  ;
- 2)  $x \geq 1$  équivaut à  $x \in [1; +\infty[$  ;
- 3)  $x \in ]-3; 5]$  équivaut à  $-3 < x \leq 5$ .

Tableau récapitulatif :  $a$  et  $b$  sont des nombres réels

| Traduction par intervalles | Traduction par inégalités | Représentation graphique |
|----------------------------|---------------------------|--------------------------|
| $x \in [a; b]$             | $a \leq x \leq b$         |                          |

|                      |             |                                                                                    |
|----------------------|-------------|------------------------------------------------------------------------------------|
|                      |             |                                                                                    |
| $x \in [b; +\infty[$ | $x \geq b$  |  |
| $x \in ]-\infty; a[$ | $x < a$     |  |
| $x \in ]a; b[$       | $a < x < b$ |  |

### 1.3- Représentation graphique de réunion ou d'intersection d'intervalles

#### Exemples :

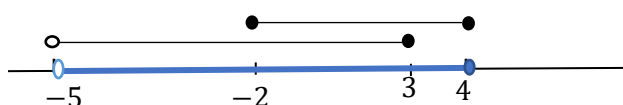
Représente à l'aide d'une droite graduée les ensembles ci-dessous :

a)  $] -5; 3] \cup [-2; 4]$

b)  $] -5; 3] \cap [-2; 4]$

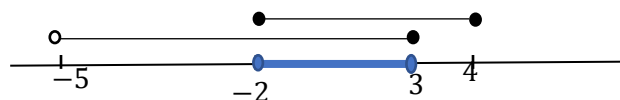
#### Solution

a)



$] -5; 3] \cup [-2; 4]$  est représenté en bleu sur la droite graduée

b)



$] -5; 3] \cap [-2; 4]$  est représenté en bleu sur la droite sur la droite graduée

## 2- Résolution d'inéquation

### 2.1- Signe de $ax + b$ ( $a \neq 0$ )

Le signe de  $ax + b$  ( $a \neq 0$ ) est donné dans le tableau suivant :

|          |                                   |                |                                |
|----------|-----------------------------------|----------------|--------------------------------|
| $x$      | $-\infty$                         | $-\frac{b}{a}$ | $+\infty$                      |
| $ax + b$ | <i>signe de <math>(-a)</math></i> | 0              | <i>signe de <math>a</math></i> |

**Exemple 1 :** *signe de  $2x + 3$*

On a le tableau :

|          |           |                |           |
|----------|-----------|----------------|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | $-\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
| $2x + 3$ | $-$       | 0              | $+$       |

On déduit du tableau que :

$2x + 3 < 0$  pour  $x \in ]-\infty; -\frac{3}{2}[$  et  $2x + 3 > 0$  pour  $x \in ]-\frac{3}{2}; +\infty[$ .

**Exemple 2 :** *signe de  $-3x + 1$*

On a le tableau :

|           |           |               |           |
|-----------|-----------|---------------|-----------|
| $x$       | $-\infty$ | $\frac{1}{3}$ | $+\infty$ |
| $-3x + 1$ | $+$       | 0             | $-$       |

On déduit du tableau que :

$-3x + 1 > 0$  pour  $x \in ]-\infty; \frac{1}{3}[$  et  $-3x + 1 < 0$  pour  $x \in ]\frac{1}{3}; +\infty[$ .

**Exercice de fixation**

Etudie le signe de  $-2x - 3$ .

**Solution**

Etablissons le tableau de signe de  $-2x - 3$   $\rightarrow$

|     |           |                |           |
|-----|-----------|----------------|-----------|
| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
|     |           |                |           |

|           |   |   |   |
|-----------|---|---|---|
| $-2x - 3$ | + | 0 | - |
|-----------|---|---|---|

$-2x - 3 > 0$  pour  $x \in ]-\infty ; -\frac{3}{2}[$  et  $-2x - 3 < 0$  pour  $x \in ]-\frac{3}{2} ; +\infty[$ .

## 2.2- Inéquation du type $ax + b \geq 0$ ; $ax + b > 0$ ; $ax + b < 0$ ; et $ax + b \leq 0$ . ( $a \neq 0$ )

### Exemple

Résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'inéquation :  $2x + 3 \geq 0$

Etablissons le tableau de signe de  $2x + 3$

|          |           |                |           |
|----------|-----------|----------------|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | $-\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
| $2x + 3$ | +         | 0              | -         |

$2x + 3 \geq 0$  pour  $x \in [ -\frac{3}{2} ; +\infty [$ .

L'inéquation  $2x + 3 \geq 0$  a pour solution :  $S_{\mathbb{R}} = [ -\frac{3}{2} ; +\infty [$ .

### Exercice de fixation

Résous dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $(I_1)$  :  $-7x - 14 < 0$ .

### Solution

Etablissons le tableau de signe de  $-7x - 14$

|            |           |    |           |
|------------|-----------|----|-----------|
| $x$        | $-\infty$ | -2 | $+\infty$ |
| $-7x - 14$ | +         | 0  | -         |

$-7x - 14 < 0$  pour  $x \in ]-2 ; +\infty [$ .

L'inéquation  $-7x - 14 < 0$  a pour solution  $S_{\mathbb{R}} = ]-2 ; +\infty [$ .

## 2.3- Inéquation du type $(ax + b)(cx + d) \geq 0$ ; $(ax + b)(cx + d) > 0$ ; $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ et $(ax + b)(cx + d) < 0$ ( $a \neq 0$ et $c \neq 0$ )

### Exemple

Résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'inéquation :  $(x + 1)(-x + 2) \leq 0$

Etablissons le tableau de signes de  $(x + 1)(-x + 2)$

|                   |           |      |     |     |           |
|-------------------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$               | $-\infty$ | $-1$ |     | $2$ | $+\infty$ |
| $x + 1$           | $-$       | $0$  | $+$ |     | $+$       |
| $-x + 2$          | $+$       |      | $+$ | $0$ | $-$       |
| $(x + 1)(-x + 2)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$       |

$(x + 1)(-x + 2) \leq 0$  pour  $x \in ]-\infty; -1] \cup [2; +\infty[$ .

L'inéquation  $(x + 1)(-x + 2) \leq 0$  a pour solution  $]-\infty; -1] \cup [2; +\infty[$ .

### Exercice de fixation

Résous dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $(I_2) : (x - 3)(2x + 1) > 0$ .

### Solution

Résolvons dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $(I_2)$ .

Etablissons le tableau de signe de  $(x - 3)(2x + 1)$ .

|                   |           |                |     |     |           |
|-------------------|-----------|----------------|-----|-----|-----------|
| $x$               | $-\infty$ | $-\frac{1}{2}$ |     | $3$ | $+\infty$ |
| $x - 3$           | $-$       |                | $-$ | $0$ | $+$       |
| $2x + 1$          | $-$       | $0$            | $+$ |     | $+$       |
| $(x - 3)(2x + 1)$ | $+$       | $0$            | $-$ | $0$ | $+$       |

$(x - 3)(2x + 1) > 0$  pour  $x \in ]-\infty; -\frac{1}{2}[ \cup ]3; +\infty[$ .

L'inéquation  $(I_2)$  a pour solution  $]-\infty; -\frac{1}{2}[ \cup ]3; +\infty[$ .

## C. SITUATION COMPLEXE

Lors de la préparation du jeu Crack concurrençant les classes de 2<sup>nde</sup> A, les élèves de ta classe sont confrontés à la question suivante : « Quelle est la mesure du côté d'un triangle équilatéral dont le périmètre est égal à la mesure du côté augmentée de 30 m ? ».

Voulant mettre toutes les chances de votre côté, tu t'impliques dans la résolution du problème.

A l'aide de tes connaissances mathématiques, détermine la mesure du côté de ce triangle équilatéral.

### Solution

Pour déterminer la mesure du côté de ce triangle équilatéral, je vais utiliser des notions d'équations dans  $\mathbb{R}$ .

Pour cela, je vais :

- Exprimer à l'aide d'une inconnue, le périmètre du triangle équilatéral ;



- Traduire par une équation l'expression : « le périmètre est égal à la mesure du côté augmentée de 30 » ;
  - Résoudre l'équation ;
  - Déduire la longueur du côté du triangle.
- Exprimons à l'aide d'une inconnue, le périmètre du triangle équilatéral  
Notons  $y$  la mesure du côté du triangle équilatéral. Le périmètre du triangle équilatéral est donc  $3y$ .
  - Traduisons par une équation l'expression : « le périmètre est égal à la mesure du côté augmentée de 30 »  
La mesure du côté augmentée de 30 se traduit par la somme :  $y + 30$ , donc l'expression : « le périmètre est égal à la mesure du côté augmentée de 30 » se traduit par l'équation :  $3y = y + 30$
  - Réolvons l'équation  $3y = y + 30$   
 $3y = y + 30$  équivaut à  $3y - y - 30 = 0$   
 $3y = y + 30$  équivaut à  $2y - 30 = 0$   
l'équation  $2y - 30 = 0$  a pour solution  $y = 15$ .
  - Déduisons la longueur du côté du triangle  
La valeur de  $y$  trouvée est positive, donc la mesure du côté de ce triangle équilatéral est : 15 m

## D. EXERCICES DE RENFORCEMENT

### Exercice 1

Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $-3x + 2 = 0$ .

#### Réponse

Réolvons dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $-3x + 2 = 0$ .

$$-3x + 2 = 0 \text{ équivaut à } -3x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-3}.$$

$$x = \frac{2}{3}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est :  $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$

### Exercice 2

Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $4x - 5 = 5x - 7$ .

#### Réponse

Réolvons dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $4x - 5 = 5x - 7$ .

$$(E) : 4x - 5 = 5x - 7 \text{ équivaut à } 4x - 5 - 5x + 7 = 0$$

$$4x - 5 = 5x - 7 \text{ équivaut à } -x + 2 = 0$$

l'équation  $-x + 2 = 0$  a pour solution  $x = 2$ .

Donc  $S_{\mathbb{R}} = \{2\}$ .

### Exercice 3

Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $(-3x + 2)(-5x - 8) = 0$ .

#### Réponse

Réolvons dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $(-3x + 2)(-5x - 8) = 0$ .

$(-3x + 2)(-5x - 8) = 0$  équivaut à  $(-3x + 2) = 0$  ou  $(-5x - 8) = 0$

$$-3x = -2 \quad \text{ou} \quad -5x = 8$$

$$x = \frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-8}{5}.$$

L'ensemble des solutions de l'équation est :  $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{-8}{5}; \frac{2}{3} \right\}$ .

### Exercice 4

Résous dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $(I_1)$  :  $\frac{1}{3}x - 2 \geq 0$ .

Représente les solutions sur une droite graduée

#### Reponse

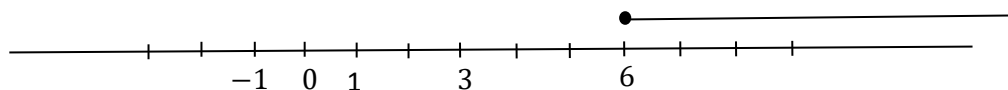
Réolvons dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $(I_1)$  :  $\frac{1}{3}x - 2 \geq 0$ .

Etablissons le tableau de signe de  $\frac{1}{3}x - 2$ .

|                    |           |   |           |
|--------------------|-----------|---|-----------|
| $x$                | $-\infty$ | 6 | $+\infty$ |
| $\frac{1}{3}x - 2$ | -         | 0 | +         |

$$\frac{1}{3}x - 2 \geq 0 \quad \text{pour} \quad x \in [6; +\infty[.$$

Alors l'inéquation  $(I_1)$  : a pour solution  $S_{\mathbb{R}} = [6; +\infty[$



### Exercice 5

Résous dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $(I_2)$  :  $2x + 3 \geq 3x - 2$ .

Représente les solutions sur une droite graduée

#### Réponse

Réolvons dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $(I_2)$  :  $2x + 3 \geq 3x - 2$ .

$(I_2)$  :  $2x + 3 \geq 3x - 2$  équivaut à  $2x + 3 - 3x + 2 \geq 0$

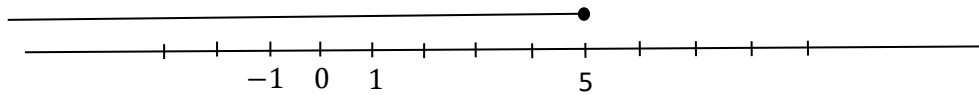
$$2x + 3 \geq 3x - 2 \quad \text{équivaut à} \quad -x + 5 \geq 0$$

Etablissons le tableau de signe de  $-x + 5$ .

|          |           |   |           |
|----------|-----------|---|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | 5 | $+\infty$ |
| $-x + 5$ | +         | 0 | -         |

$-x + 5 \geq 0$  pour  $x \in ]-\infty; 5]$ .

Donc, l'inéquation :  $(I_2)$  : a pour solution  $S_{\mathbb{R}} = ]-\infty; 5]$ .



### Exercice 6

Résous dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $(I_3) : (-x + 2)(-3x - 4) < 0$

Représente les solutions sur une droite graduée

### Réponse

Réolvons dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $(I_3) : (-x + 2)(-3x - 4) < 0$ .

Etablissons le tableau de signe de  $(-x + 2)(-3x - 4)$ .

|                     |           |                |   |   |           |
|---------------------|-----------|----------------|---|---|-----------|
| $x$                 | $-\infty$ | $-\frac{4}{3}$ |   | 2 | $+\infty$ |
| $-x + 2$            | +         |                | + | 0 | -         |
| $-3x - 4$           | +         | 0              | - |   | -         |
| $(-x + 2)(-3x - 4)$ | +         | 0              | - | 0 | +         |

$(-x + 2)(-3x - 4) < 0$  pour  $x \in ]-\frac{4}{3}; 2[$ .

L'inéquation  $(I_3)$  a pour solution  $S_{\mathbb{R}} = ]-\frac{4}{3}; 2[$ .

