MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE ET DE L'ALPHABETISATION

-----------------------------------

MENET - FP

INISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT TECHN
ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

Union – Discipline – Travail

# MON ÉCOLE À LA MAISON

## CÔTE D'IVOIRE

**SECONDAIRE**
**2 A**
**MATHEMATIQUES**

**ÉCOLE NUMÉRIQUE**

## Durée : 4 heures    Code :

**Compétence 1 Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions**

**Thème1 : calculs algébriques**

## LEÇON 8 : SYSTÈME D'ÉQUATIONS LINÉAIRES DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

### A- SITUATION D'APPRENTISSAGE

A l'occasion de leur sortie détente de fin d'année, les élèves de la classe de seconde $A_1$ du lycée municipal Pierre Gadié 1 ont commandé 20 bouteilles de jus de bissap et de passion à un coût de 11050 f.

La commande a été passée par l'un de leur camarade qui est allé en voyage. Compte tenu des goûts différents des uns et des autres, les élèves de la classe voudraient connaitre le nombre de chaque type de jus sachant que la bouteille de jus de bissap coûte 500f et celle de jus de passion 650f. Ils décident donc d'étudier les systèmes d'équations linéaires.

## B- CONTENU DE LA LECON

### I)Résolution graphique d'un système d'équations linéaires

**Exercice d'application**

Résolvons graphiquement le système d'équations suivant (S): $\begin{cases} 2x - 3y - 1 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$

**SOLUTION**

dans le repère (voir figure ci-contre)

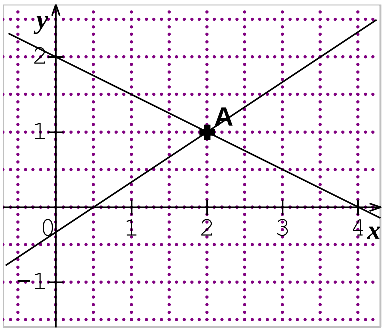
- On construit la droite ($D_1$) d'équation : $2x - 3y - 1 = 0$
- la droite ($D_2$) d'équation : $x + 2y - 4 = 0$

- On repère le point d'intersection des droites ($D_1$) et ($D_2$).

  Ce point est répresenté par le point **A**

  Les coordonnées du point A (2 ; 1) .

conclut que le couple (2 ; 1) est la solution du système (S).




**Remarque**

- **Si les droites ne sont pas secantes alors le système n'a pas de solution.**
- **Si les droites sont confondus alors le système a une infinité de solutions.**

### II) Résolution algébrique d'un système d'équations linéaires

a) **par substitution**

.

**Exercice d'application**

résolvons le système d'équations suivant : $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$

**SOLUTION**

Soient les équations ($E_1$) : $x + 2y = 5$

($E_2$) : $3x + y = 0$

- Dans l'équation ($E_2$) : $3x + y = 0$, exprimons y en fonction de x

  $3x + y = 0 \Leftrightarrow y = -3x$

- En remplaçant y par son expression en fonction de x dans l'équation $(E_1)$

  0n obtient : : $x + 2(-3x) = 5$

  $x - 6x = 5$

**D'où** $-5x = 5$

$x = -1$

Par suite on obtient $y = -3(-1) = 3$

Le couple $(-1; 3)$ est alors solution du système d'équations $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$

**Point méthode**

-Exprimer l'une des inconnues en fonction de l'autre (par exemple y en fonction de x) dans l'une des équations.
-Remplacer, dans l'autre équation, y par son expression en x ;
-Résoudre l'équation d'inconnue x obtenue ;
-Remplacer x par sa valeur (si elle existe) dans l'expression de y, pour obtenir la valeur de y. Le couple solution du système est le couple (x, y).

### b) Résolution par combinaison

**Exercice d'application**

Résolvons le système d'équations suivant : $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

**SOLUTION**

En multipliant les deux membres de l'équation ($E_1$) : $-x + y = 2$ par 2
on obtient $-2x + 2y = 4$
ET le système équivalent suivant $\begin{cases} -2x + 2y = 4 \\ \quad 2x + y = 8 \end{cases}$

En faisant la somme membre à membre des équations du système équivalent obtenu, on obtient : $\begin{cases} -2x + 2y = 4 \\ \quad 2x + y = 8 \end{cases}$

$$2y + y = 4 + 8$$
$$3y = 12$$
$$y = 4$$

En remplaçant $y$ par sa valeur dans l'équation ($E_2$) :$2x + y = 8$,
On a $2x + 4 = 8$,
$$2x = 4$$
$$x = 2$$

Le couple (2 ; 4) est donc solution du système d'équations $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

**Point méthode**

On cherche à obtenir une équation à une seule inconnue. Pour cela :
-Choisir une inconnue à éliminer (par exemple x)
-Multiplier les membres des équations du système de telle sorte qu'en faisant la somme ou la différence membre à membre on puisse éliminer l'inconnue choisie.

.

## C- SITUATION COMPLEXE

A l'occasion de leur sortie détente de fin d'année, les élèves de la classe de seconde $A_1$ du lycée municipal Pierre Gadié 1 ont commandé 20 bouteilles de jus de bissap et de passion à un coût de 11050f CFA.
La commande a été passé par l'un de leur camarade qui est allé en voyage. Compte tenu des goûts différents des uns et des autres, les élèves de la classe voudraient connaitre le nombre de chaque type de jus sachant que la bouteille de jus de bissap coute 500f et celle de jus de passion 650f.
Julie dit à sa voisine Miriam qu'il y aura plus de bouteilles de jus de bissap que de passion ; Miriam n'est pas du même avis qu'elle il s'en suit une discussion .
En te servant de tes connaissances mathématiques dit qui de Julie et de Miriam a raison.

**SOLUTION:**

- ce problème porte sur Les systèmes d'équations linéaires dans IR× ℝ

Pour résoudre ce problème nous allons utiliser :

- Les systèmes d'équations linéaires dans IR× ℝ
- Déterminer un système de deux équations dans IR× ℝ
- Résoudre ce système par la méthode de combinaison ou de substitution
- Dire qui de Julie et de Miriam a raison

Choix des inconnues

Soit x le nombre de bouteilles de jus de bissap et y le nombre de bouteilles de passion

Mise en équation

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 500x + 650y = 11050 \end{cases}$$

Résolution du système

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 500x + 650y = 11050 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ 10x + 13y = 221 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10x - 10y = -200 \\ 10x + 13y = 221 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -10x - 10y = -200 \\ 10x + 13y = 221 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = 7 \end{cases}$$

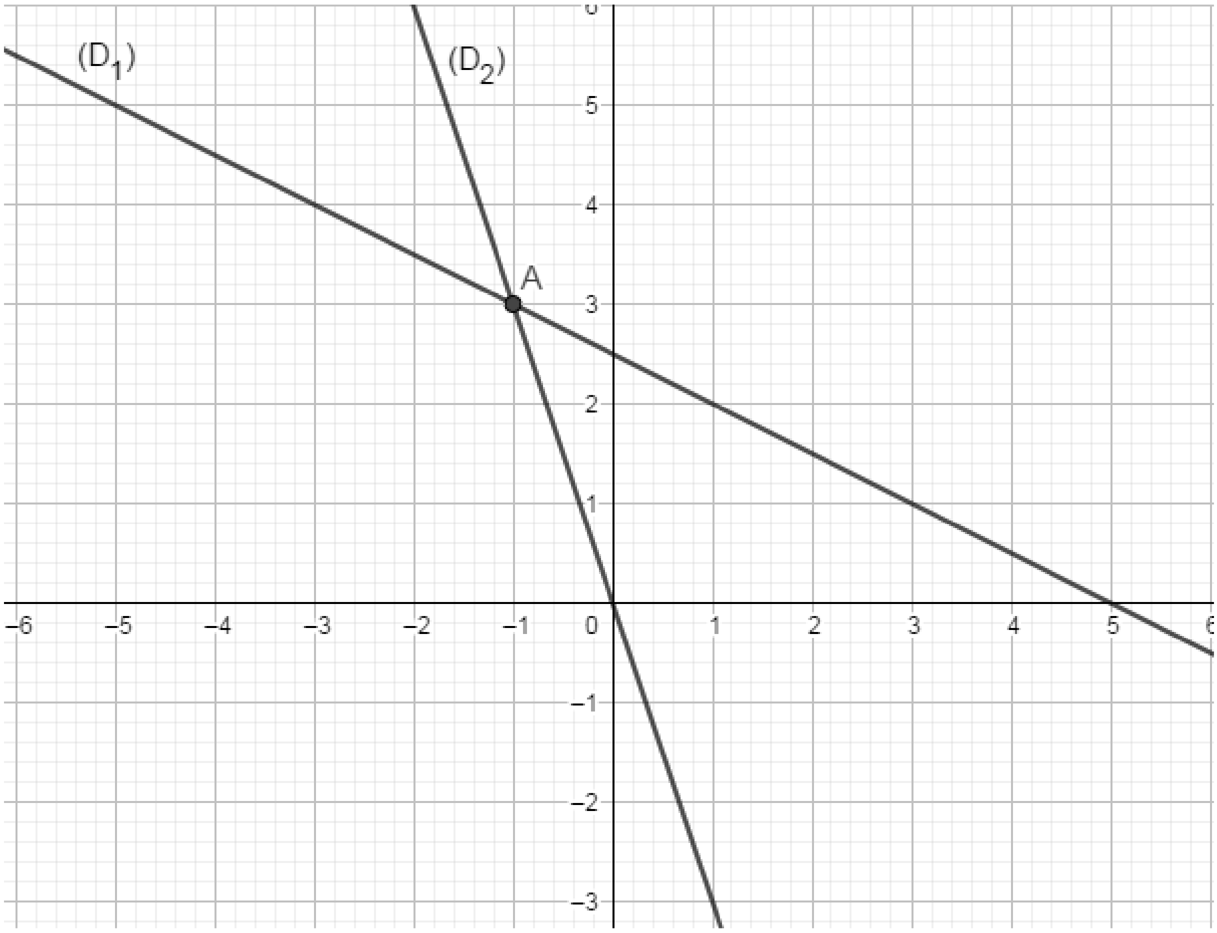
Il y a au total 13 bouteilles de bissap et 7 bouteilles de passion donc Julie a raison

## D- EXERCICES

### EXERCICES DE FIXATIONS

#### Exercice 1

Résous graphiquement le système d'équations suivant $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$




**SOLUTION**

dans le repère (voir figure ci-dessous)

On construit la droite $(D_1)$ d'équation $x + 2y - 5 = 0$

la droite (D$_2$) d'équation $3x + y = 0$)

On repère le point d'intersection des droites (D$_1$) et (D$_2$).

Le couple de coordonnées de ce point est (-1 ; 3)

On conclut que le couple (-1 ; 3) est la solution du système (S).

## Exercice 2

Résous par substitution le système d'équations suivant $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

**SOLUTION**

Dans l'équation (E1) : $-x + y = 2$, $Y = 2 + x$.

En remplaçant y par son expression en fonction de x dans l'équation (E2) : $2x + y = 8$, on obtient :

$$2x + 2 + x = 8$$
$$3x + 2 = 8$$
$$3x = 6$$
$$x = 2$$

Donc $y = 2 + 2$,

$$y = 4$$

Le couple (2 ; 4) est alors solution du système d'équations $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

## Exercice 3

Résous par combinaison le système d'équations suivant $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

**SOLUTION**

En multipliant les deux membres de l'équation (E$_2$) : $2X + Y = 4$ par $-2$ , on obtient le système équivalent suivant : $\begin{cases} 3X + 2Y = 5 \\ -4X - 2Y = -8 \end{cases}$

En faisant la somme membre à membre des équations du système équivalent obtenu, on obtient :

$$-X = -3$$
$$X = 3$$

En remplaçant $X$ par sa valeur dans l'équation (E$_1$) : $3X + 2Y = 5$,

0n a : $3\times3 + 2Y = 5$

$$9+2Y = 5$$
$$2Y = -4$$
$$Y = -2$$

Le couple (3 ; -2) est donc solution du système d'équations $\begin{cases} 3X + 2Y = 5 \\ 2X + Y = 4 \end{cases}$

## EXERCICES DE RENFORCEMENT/D'APPROFONDISSEMENT

## EXERCICE 1

Jean possède dans sa caisse une somme de 750f CFA constituée seulement de pièces de 25f CFA et de 50f CFA. Le nombre de pièces de 25f CFA est le triple du nombre de pièces de 50f CFA.
Trouve le nombre de chaque type de pièces

# Solution

Choix des inconnues

Soit x le nombre de pièces de 25 f CFA et y le nombre de pièces de 50f CFA.

Mise en équation

$$\begin{cases} 25x + 50y = 750 \\ x = 3y \end{cases}$$

Résolution du système

En remplaçant $x$ par son expression en fonction de $y$ dans l'équation (E1) : $25x + 50y = 750$, on obtient : $75y + 50y = 750$

$$125y = 750$$

$$y = 6$$

En remplaçant $y$ par sa valeur dans l'équation (E2) : $x = 3y$, on a :

$x = 3\text{x}6$

$x = 18$

Jean a donc dans sa caisse 18 pièces de 25 f CFA et 6 pièces de 50 f CFA.

## EXERCICE 2

Le fermier KOHOU élève des pintades et des moutons. On dénombre dans sa ferme 200 têtes et 580 pattes.

Détermine le nombre de pintades et moutons de KOHOU.

# Solution

**Choix des inconnues**

Soit $x$ le nombre de pintades et $y$ le nombre de moutons.

**Mise en équation**

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 2x + 4y = 580 \end{cases}$$

**Résolution du système**

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 2x + 4y = 580 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -400 \\ 2x + 4y = 580 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 200 \\ 2y = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 110 \\ y = 90 \end{cases}$$

Il y a 110 pintades et 90 moutons dans la ferme de KOHOU.