2^{nde} C

MATHEMATIQUES

Mini Résumé de Cours

M.TEHUA
What. : (+225) 05 05 46 23 46 13
Email: Tehua.unasafa@gmail.com

Edition FOMESOUTRA

MATHEMATIQUES 2nde C

- Minorant et Majorant

Soit $F = \{2 ; 8 ; -5 ; 13 ; -1 ; 0\}$

- 13 est un majorant de F
- -5 est un minorant de F

- Maximum et Minimum

① soit $F = [-8 ; 15]$

- $-8 \in F$ donc -8 est le minimum de F.
- $15 \in F$ donc 15 est le maximum de F.

NB: Un ensemble borné n'admet pas nécessairement de maximum et de minimum.

② $A =]-\infty ; \frac{3}{2}[$

A est majoré par $\frac{3}{2}$ mais n'admet pas de Maximum Car $\frac{3}{2} \notin A$.

③ $B =]8 ; +\infty[$

B est minoré par 8 mais n'admet pas de Minimum Car $8 \notin B$.

④ $C =]-\pi ; \pi]$

C est minoré et majoré mais n'admet pas de minimum mais admet un maximum Car $-\pi \notin C$ et $\pi \in C$.

- Valeur absolue.

$|-3| = 3$

$|0| = 0$

$|15| = 15$

$|\sqrt{2} + \sqrt{5}| = \sqrt{2} + \sqrt{5}$

$|\sqrt{2} - \sqrt{7}| = \sqrt{7} - \sqrt{2}$

$|a| = |b| \Leftrightarrow a = b$ ou $a = -b$

$|a| \leq r \Leftrightarrow -r \leq a \leq r$ avec $r \in \mathbb{R}_+^*$

- Equation ($|x+a| = b$ avec $b \geq 0$)

$|x+a| = b \Leftrightarrow x + a = b \; ; \; x + a = -b$

$x = b - a \; ; \; x = -b - a$.

$$\boxed{S_{\mathbb{R}} = \{-b-a \; ; \; b-a\}}$$

- Inequation ($|x+a| \leq b$)

$|x+a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq x + a \leq b$

$-b - a \leq x + a - a \leq b - a$

$-b - a \leq x \leq b - a$

$$\boxed{x \in [-b-a \; ; \; b-a]}$$

- Fonctions

$$f : A \longrightarrow B$$
$$x \longmapsto f(x) \Rightarrow x \in A \text{ et } f(x) \in B.$$

- A = ensemble de depart (ses elements sont appelés antécédants)
- B = ensemble d'arrivé (ses elements sont appelés images)

Exemple : soit $f : [-5;5] \longrightarrow \mathbb{R}$
$$x \longmapsto x^2 - 2x$$

1- L'image de 0 est noté $f(0)$.

$$f(0) = 0^2 - 2(0)$$
$$\boxed{f(0) = 0}$$

2- l'antecedant de -1 est noté $f(x) = -1$

$$f(x) = -1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = -1$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$

Donc : 1 est l'antécédent de -1. par f.

Exemple : Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$$x \longrightarrow \frac{4}{x-4}$$

1/ Image de 0.

$$f(0) = \frac{4}{0-4}$$
$$\boxed{f(0) = -1}$$

Image de 8.

$$f(8) = \frac{4}{8-4}$$
$$\boxed{f(8) = 1}$$

2/ Antecedant de 0

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{x-4} = 0$$
$$\Leftrightarrow 4 = 0(x-4)$$
$$\Leftrightarrow 4 = 0 \Rightarrow \text{impossible}$$

0 n'a pas d'antecedant par f.

Antecedant de 2

$$f(x) = 2 \Leftrightarrow \frac{4}{x-4} = 2$$
$$\Leftrightarrow 2x - 8 = 4$$
$$\Leftrightarrow 2x = 12$$
$$\Leftrightarrow x = 6$$

6 est l'antecedant de 2 par f.

- Ensemble de definition

NB : L'Ensemble de definition d'une fonction Polynôme est son ensemble de départ.

Exemples :

* Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$$x \longmapsto 3x^3 + 15x^2 - 17x + 8$$
$$D_f = \mathbb{R}$$

* Soit $g :]-5;10] \longrightarrow \mathbb{R}$
$$x \longmapsto \frac{1}{4}x^5 - 17x^3 + \sqrt{3}\,x + 1$$
$$D_g =]-5;10]$$

* Fonctions rationnelles

$f(x) = \dfrac{17x^2 - 8}{x - 8}$

$x \in D_f \Leftrightarrow x - 8 \neq 0$

$x \neq 8$

$\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{8\}}$

$h(x) = \dfrac{(x+2)^2}{x^2 - 4}$

$x \in D_h \Leftrightarrow x^2 - 4 \neq 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x+2) \neq 0$

$x \neq 2$ et $x \neq -2$

$\boxed{D_h = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}}$

$g(x) = \dfrac{4}{x^2 - 2x + 1}$

$x \in D_g \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \neq 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 \neq 0$

$x - 1 \neq 0$

$x \neq 1$

$\boxed{D_g = \mathbb{R} \setminus \{1\}}$

* Fonction Logarithme (ln)

$f(x) = \sqrt{\ln x}$

$x \in D_f \Leftrightarrow \ln x \geqslant 0$

$\Leftrightarrow \ln x \geqslant \ln 1$

$\Leftrightarrow e^{\ln x} \geqslant e^{\ln 1}$

$\Leftrightarrow x \geqslant 1$

$\boxed{D_f = [1; +\infty[}$

$g(x) = \dfrac{2}{\ln(x-3)}$

$x \in D_g \Leftrightarrow \ln(x-3) > 0$

$\Leftrightarrow \ln(x-3) > \ln 1$

$\Leftrightarrow x - 3 > 1$

$\Leftrightarrow x > 4$ $(3 < x < 4)$

$\boxed{D_g =]3; 4[}$

$f(x) = \ln \dfrac{1}{x-5} = -\ln(x-5)$

$x \in D_f \Leftrightarrow \dfrac{1}{x-5} > 0$; $x - 5 \neq 0$

$5 < x$

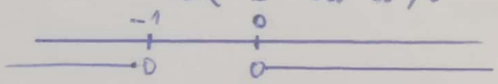
$\boxed{D_f =]5; +\infty[}$

$h(x) = \ln \dfrac{x+1}{x}$

$x \in D_h \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{x} > 0$

$x + 1 < 0$ ou $x > 0$

$x < -1$ ou $x > 0$



$\boxed{D_h =]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[}$

* Fonctions racines Carrées $(\sqrt{f(x)})$: $f(x) \geqslant 0$

$g(x) = \sqrt{x - 5}$

$x \in D_g \Leftrightarrow x - 5 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow x \geqslant 5$

$\boxed{D_g = [5; +\infty[}$

$f(x) = \sqrt{-3x - 2}$

$x \in D_f \Leftrightarrow -3x - 2 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow -3x \geqslant 2$

$x \geqslant -\dfrac{2}{3}$

$\boxed{D_f = [-\frac{2}{3}; +\infty[}$

$h(x) = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$

$x \in D_h \Leftrightarrow -x^2 + 3x - 2 \geqslant 0$

$\Delta = 1$

$x_1 = 1$ ou $x_2 = 2$

$1 \leqslant x \leqslant 2$

$\boxed{D_h = [1; 2]}$

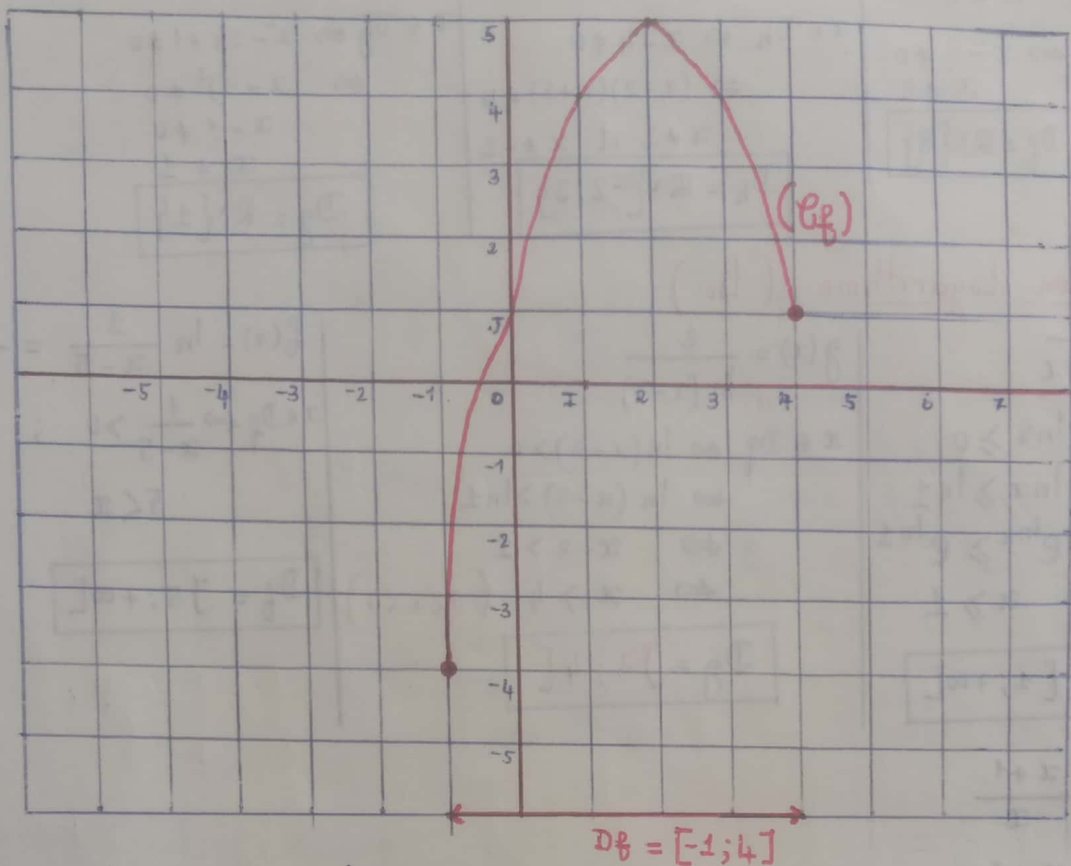
* Valeur Absolue

$f(x) = |1 - 2x| - 3 = 2x - 1 - 3$

$f(x) = 2x - 4$

$\boxed{D_f = \mathbb{R}}$

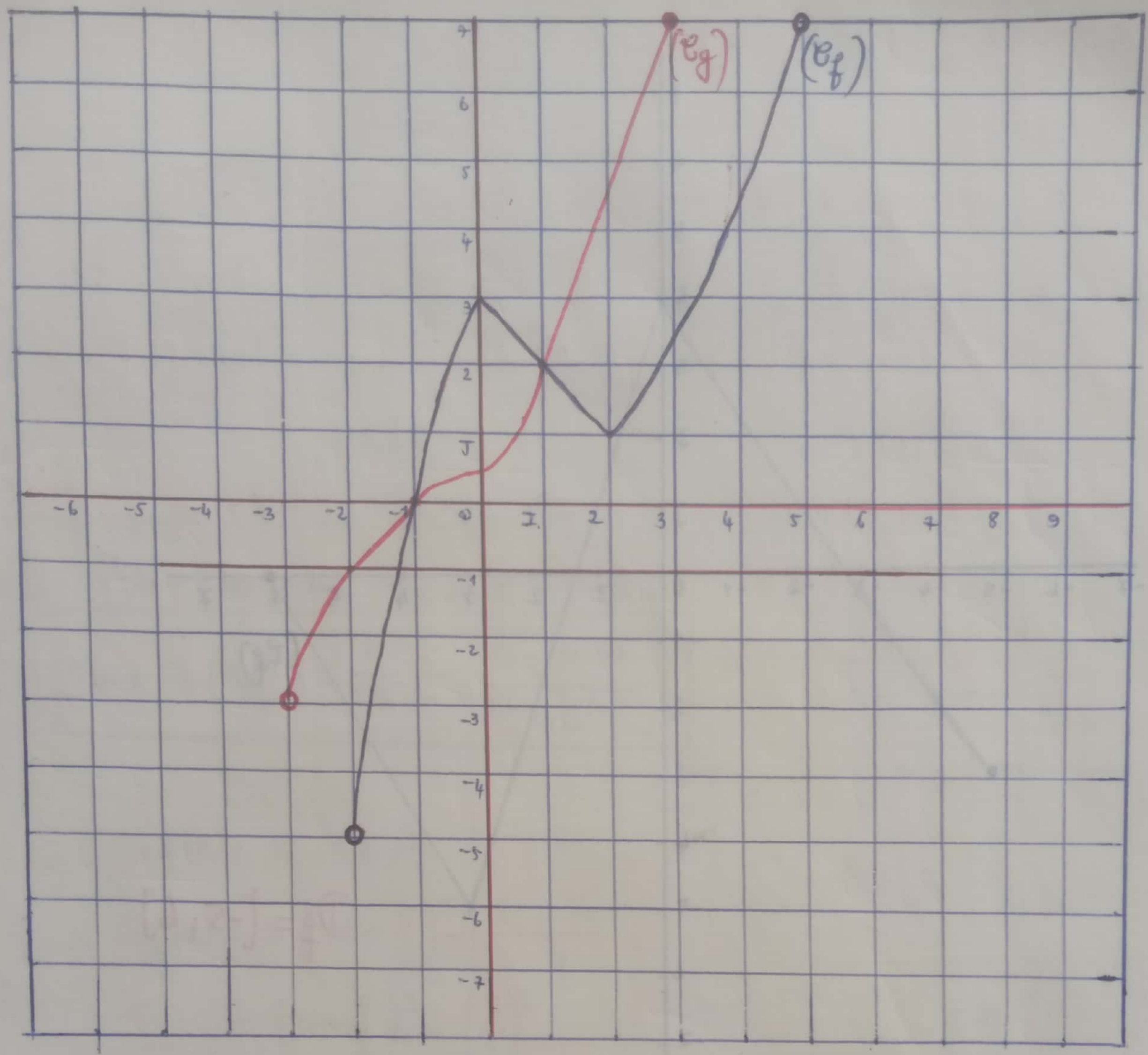
Etude graphique



$f(-1)=-4$	$f(1)=4$	$f(4)=1$
$f(0)=1$	$f(2)=5$	

- $f(-2)$ n'existe pas car $-2 \notin D_f$.

- L'Image directe de $[1;2]$ est $[4;5]$
- L'Image directe de $[0;3]$ est $[1;4]$
- L'Image directe de $[3;4]$ est $[1;4]$



<u>Exercice 1</u> ; Resoud L'equation $f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x) \Rightarrow x = -1$ et $x = 1$

$\boxed{S = \{-1; 1\}}$

$f(x) = y$

$f(x) = 2$ pour $x = 1$

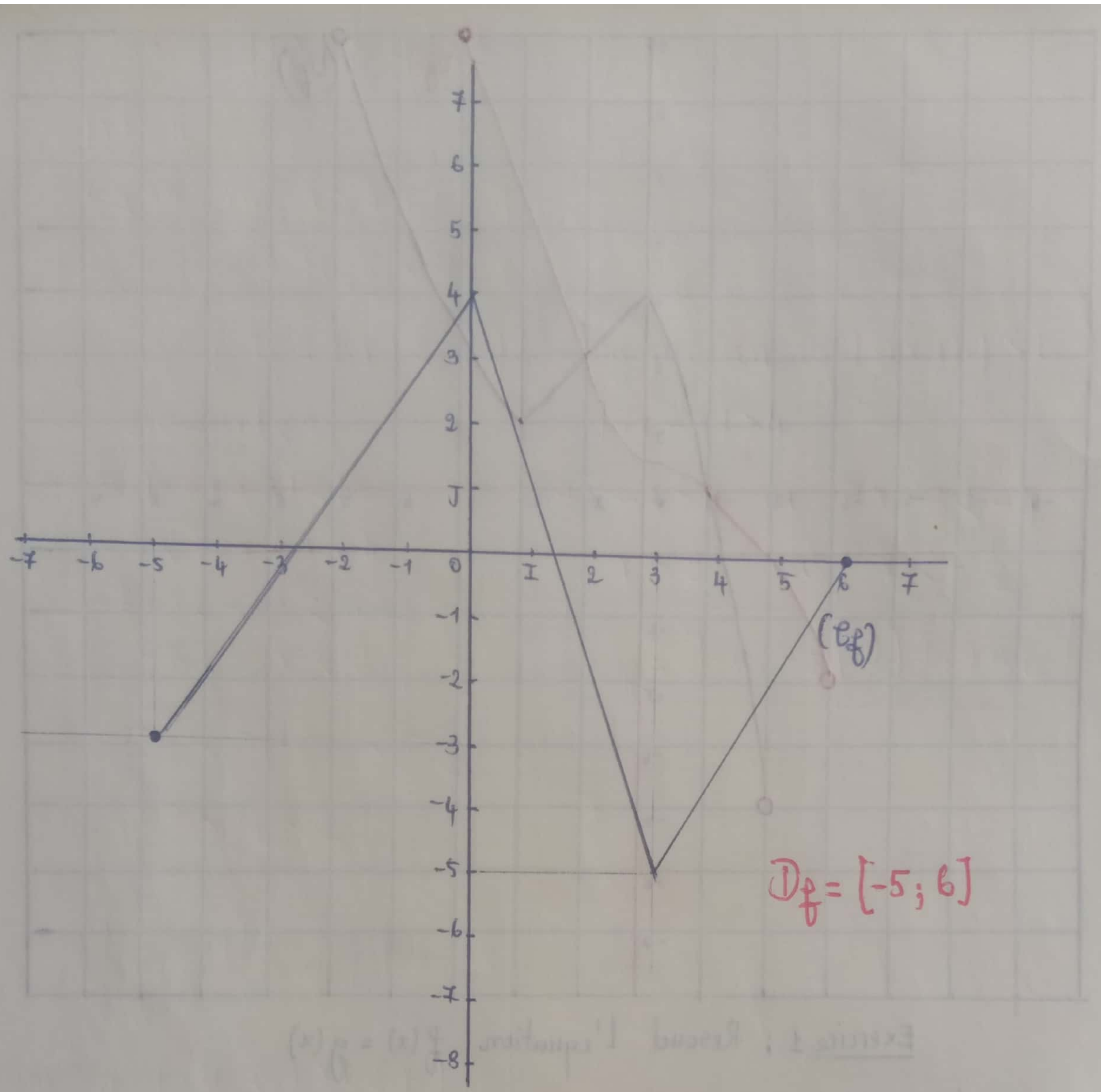
<u>Exercice 2</u> : Resoud l'equation $f(x) = 2$.

$f(x) = 2 \Rightarrow x = -0,5$; $x = 1$; $x = 3$

$\boxed{S = \{-0,5; 1; 3\}}$

<u>Exercice 3</u> : Resoud L'inequation $g(x) \leq 0$

$\boxed{S =]-3; -1]}$



1/ 4 est le ~~min~~ maximum de f sur $[-4;1]$, il est atteint pour $x=0$

2/ -3 est le minimum de f sur $[-4;1]$, il est atteint pour $x=4$

3/ 2 est le maximum de f sur $[1;5]$; il est atteint pour $x=1$

4/ -5 est le minimum de f sur $[1;5]$, il est atteint pour $x=3$

Exercice

- Mq 0 est le minimum de f sur $[1;+\infty[$

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

$x \in D_f \Leftrightarrow x-1 \geqslant 0$

$x \geqslant 1$

$D_f = [1;+\infty[$

D'après D_f ; $x-1 \geqslant 0$; $\sqrt{x-1} \geqslant 0$

$f(x) \geqslant 0$ donc 0 est le minimum.

- Quel est le minimum de la Fonction $f(x) = \sqrt{1-2x} + 3$?

- Forme Canonique

Soit $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$

$$\boxed{p(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]}$$ avec $b^2 - 4ac = \Delta$

discriminant

Exemple

$f(x) = x^2 + 5x + 4$

$f(x) = 1\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25-16}{4}$

$= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$= \left(x + \frac{5}{2} - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\right)$

$\boxed{f(x) = (x+1)(x+4)}$

- Suite : Inequation $\left(|ax+b| \geqslant |cx+K|\right)$

$|2x+3| \geqslant |7x-12| \Leftrightarrow (2x+3)^2 \geqslant (7x-12)^2$

$\Leftrightarrow (2x+3)^2 - (7x-12)^2 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow (-5x+9)(9x-9) \geqslant 0$

* Tableau de signe : $x = \frac{9}{5}$ ou $x = 1$

$\boxed{S_{\mathbb{R}} = \left[1 ; \frac{9}{5}\right]}$

- Inequation ($|ax| \geqslant b$)

$|x| \geqslant 4$

$x \leqslant -4$ ou $x \geqslant 4$

$\boxed{S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -4] \cup [4; +\infty[}$

- Inequation ($|a + bx| < c$)

$2|3 - 2x| < 8$

$|-2x + 3| < 4$

$-4 < -2x + 3 < 4$

$-4 - 3 < -2x < 4 - 3$

$-7 < -2x < 1$

$\frac{-7}{-2} < -2x \times \frac{1}{-2} < -\frac{1}{2}$

$\frac{7}{2} > x > -\frac{1}{2}$

$\boxed{S_{\mathbb{R}} =]-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}[}$

- Inequation ($|ax + b| > c$)

$|7x - 3| > 4$

$7x - 3 > 4$ ou $7x - 3 < -4$

$x > 1$ ou $x < -\frac{1}{7}$

$\boxed{S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -\frac{1}{7}[\cup]1; +\infty[}$

- Inequation ($a < |x| < b$)

1. $2 < |x| < 5$

$2 < |x|$; $|x| < 5$

- $2 < |x|$

$x < -2$ ou $x > 2$

- $|x| < 5$

$-5 < x < 5$

$\Rightarrow$ $x < -2$ ou $2 < x$; $-5 < x < 5$

$-5 < x < -2$ ou $2 < x < 5$

$\boxed{S_{\mathbb{R}} =]-5; -2[\cup]2; 5[}$

2. $1 < |3x - 5| < 3$

$1 < |3x - 5|$; $|3x - 5| < 3$

- $1 < |3x - 5|$

$3x - 5 < -1$ ou $3x - 5 > 1$

$x < \frac{4}{3}$ ou $x > 2$

- $|3x - 5| < 3$

$-3 < 3x - 5 < 3$

$\frac{2}{3} < x < \frac{8}{3}$

$\Rightarrow$ $x < \frac{4}{3}$ ou $x > 2$; $\frac{2}{3} < x < \frac{8}{3}$

$\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}$ ou $2 < x < \frac{8}{3}$

$\boxed{S_{\mathbb{R}} =]\frac{2}{3}; \frac{4}{3}[\cup]2; \frac{8}{3}[}$

③ $1 < x^2+1 \leq 3$

$0 < x^2 \leq 2$

$-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$; $x \neq 0$

$-\sqrt{2} \leq x \leq 0$ ou $0 < x \leq \sqrt{2}$

$\boxed{S_{\mathbb{R}} = [-\sqrt{2} ; 0] \cup]0 ; \sqrt{2}]}$

④ $-3 \leq 2x^2 - 3 < 1$

$0 \leq 2x^2 < 4$

$0 \leq x^2 < 2$

$-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$

$\boxed{S_{\mathbb{R}} =]-\sqrt{2} ; \sqrt{2}[}$

⑤ $|x^2 - 6x - 8| < 8$

$-2 < x < 0$ ou $6 < x < 8$

$\boxed{S_{\mathbb{R}} =]-2 ; 0[\cup]6 ; 8[}$

DROITES D'EQUATIONS

$A\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ repère $(O ; I ; J)$

Donner une equation de la droite (AB)

$\vec{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\y_B - y_A\end{pmatrix}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix}-1-2\\2+3\end{pmatrix}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$

Soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in (AB)$

$\vec{AM}\begin{pmatrix}x_M - x_A\\y_M - y_A\end{pmatrix}$

$\vec{AM}\begin{pmatrix}x_M - 2\\y_M + 3\end{pmatrix} \rightarrow \vec{AM}\begin{pmatrix}x-2\\y+3\end{pmatrix}$

$\vec{AM}$ et $\vec{AB}$ st Colineaire $(\vec{AM} \parallel \vec{AB})$

$\Leftrightarrow \cancel{A}$ $\begin{pmatrix}x_{AB}\\y_{AB}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}x_{\vec{AM}}\\y_{AM}\end{pmatrix} = 0$

$-3(y+3) - 5(x-2) = 0$

$-3y - 9 - 5x + 10 = 0$

$-5x - 3y + 1 = 0$ est l'equat° de la droite (D)

$\Downarrow$

$y = -\frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$

- Droite passant par un point et // à une droite donnée.

Exemple

repère $(O; I; J)$. $A\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$

⇒ Equation de la Droite (D) passant par le point et // à (BC)

$\vec{BC}\begin{pmatrix}3-2\\0+1\end{pmatrix}$ $\vec{BC}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

Soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

$\vec{AM}\begin{pmatrix}x+3\\y-1\end{pmatrix}$

$\vec{BC}$ et $\vec{AM}$ sont Colinéaires.

$\vec{BC}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{AM}\begin{pmatrix}x+3\\y-1\end{pmatrix}$

$1(y-1) - 1(x+3) = 0$

$y - 1 - x - 3 = 0$

$y - x - 4 = 0$ est une equation de la droite (D).

$\Downarrow$

$y = x + 4$

- Droite passant par un point et ⊥ à une droite donnée.

Exemple.

répère $(O; I; J)$ $A\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$

⇒ Equation de la droite (D) passant par le point et ⊥ à (BC)

$\vec{BC}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

Soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

$\vec{AM}\begin{pmatrix}x_M+3\\y_M-1\end{pmatrix} \Rightarrow \vec{AM}\begin{pmatrix}x+3\\y-1\end{pmatrix}$

$\vec{BC}$ et $\vec{AM}$ sont orthogonaux donc :

$1(x+3) + 1(y-1) = 0$

$x + y + 2 = 0$ est une equation de la droite (D)

Calcul de Coefficient directeur

repère $(O;I;J)$ $A\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$.

Coefficient directeur de (AB) et equation de droite.

On sait que

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \longrightarrow a = \frac{3-2}{0-2}$$

$$\boxed{a = -\frac{1}{2}}$$

(AB) a une equation de la forme $y = ax + b$.

$$y = -\frac{1}{2}x + b$$

$A\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix} \in (AB)$ donc $2 = -\frac{1}{2} \times 2 + b$

$$b = 2 + 1 = 3$$

Alors $\boxed{(AB) : y = -\frac{1}{2}x + 3}$

Position relative de deux droites

- **Droites parallèles ou Colineaires** (Elles ont m̂ Coefficients directeur)

$$(D) \parallel (D') \iff a = a'$$

Car $(D) : y = ax + b$
$(D') : y' = a'x + b'$.

- **Droites perpendiculaires ou orthogonaux** (

$$(D) \perp (D') \iff a \times a' = -1$$

Car $(D) : y = ax + b$
$(D') : y' = a'x + b'$

Limites : IRI ORD RDI RID

Dérivée : $\left[(ax+b)^n\right]' = n\,(ax+b)'\,(ax+b)^{n-1}$

TRIGONOMETRIE

Angles remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
$\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	$-1/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/2$	-1
$\tan x$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}/3$	0

x		$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\pi$
$\sin x$		$-1/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/2$	-1	$-\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-1/2$	0
$\cos x$		$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/2$	-1
$\tan x$		$-\sqrt{3}/3$	-1	$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0

Cercle Trigonometrique

* Determination de mesure d' Angle orienté

$x = \frac{43\pi}{7}$

* Première Methode

- $\frac{x}{2\pi} = \frac{43\pi}{7 \times 2\pi} = \frac{43}{14}$

$K = 3{,}07$

or $x = \alpha + 2K\pi \Rightarrow \alpha = x - 2K\pi$

$= \frac{43\pi}{7} - 6\pi$

$$\boxed{\alpha = \frac{\pi}{7} \in]-\pi ; \pi]}$$

* Deuxième Methode

$x = \frac{43\pi}{7}$

:-

- $\frac{43}{7} = 6{,}14 \Rightarrow$ le chiffre pair le plus proche est 6.

- $43 = 7 \times 6 + 1$

$43\pi = (7 \times 6)\pi + \pi$

$\frac{43\pi}{7} = 6\pi + \frac{\pi}{7}$

$\frac{43\pi}{7} = \frac{\pi}{7} + 3 \times 2\pi$ avec $K = 3$

or $x = \alpha + K \cdot 2\pi$

Donc $\boxed{\alpha = \frac{\pi}{7} \in]-\pi ; \pi]}$

NB : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$-1 \leq \cos x \leq 1$

$-1 \leq \sin x \leq 1$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$

Rappel trigo.

I/ Angle Associés

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = -\sin(x)$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin(x)$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = \cos(x)$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \cos(x)$

$\cos(\pi+x) = -\cos(x)$

$\cos(\pi-x) = -\cos(x)$

$\sin(\pi+x) = -\sin(x)$

$\sin(\pi-x) = \sin(x)$

II/ FORMULES D'ADDITION

$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$

$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$

$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$

$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$

III/ FORMULES DE DUPLICATION

$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2\cos^2(x) - 1 = 1 - 2\sin^2(x)$.

$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$.

IV/ Resolution d'equation trigo.

- De type $\cos(a) = \cos(b)$ et $\sin(a) = \sin(b)$

* $\cos(x) = \cos(y) \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -y + 2k\pi \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{Z}$

* $\sin(x) = \sin(y) \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \pi - y + 2k\pi \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{Z}$

- De type $\tan x = C$

Exemple : $(E) : \tan(x) = \sqrt{3}$

* solution particulière

$\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$ est $\sqrt{3}$ donc $\frac{\pi}{3}$ est la solution particulière

* Ensemble des solutions

$(E): \tan(x) = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + K\pi$ avec $K \in \mathbb{Z}$

$$\boxed{S = \left\{ \frac{\pi}{3} + K\pi \ ; \ K \in \mathbb{Z} \right\}}$$

. De type : $\cos(x) + a\sin(x) = b$.

Exemple : $(E): \cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{2}$

* Transformation de (E) :

on sait que $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

$(E) \Leftrightarrow \cos x + \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin x = \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \cos x + \dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)} \cdot \sin(x) = \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos x + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin x = \sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}$ car $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$

* Ensemble des solutions

$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + 2K\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + 2K\pi \end{cases} \quad \text{avec } K \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + 2K\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + 2K\pi \end{cases}$$

$$\boxed{S = \left\{ \frac{7\pi}{12} + 2K\pi \ ; \ \frac{\pi}{12} + 2K\pi \ ; \ K \in \mathbb{Z} \right\}}$$

Chap 1 : $\boxed{\text{ENSEMBLE DES NOMBRES REELS}}$

L'ensemble des nbres reels est noté $\mathbb{R}$.

R_+ : ensemble des nbres reels positifs

R_- : ensemble des nbres reels negatifs

R^* ; ensemble des nbres reels non nuls.

Rq: $\frac{a}{b}$ existe ssi $b \neq 0$.

Propriétés

$\forall a; b; c$ et $d \in \mathbb{R}$ / $b \neq 0$ et $d \neq 0$ on a:

- $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}$
- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = cd$.

Puissance ($a, b \in \mathbb{R}$; $m; n \in \mathbb{Z}$)

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n\text{- Fois}}$$

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^n \times b^n = (ab)^n$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
- $(-a)^n = \begin{cases} -a^n & \text{si n'est pas pair.} \\ a^n & \text{si } n \text{ est pair.} \end{cases}$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ si $a \neq 0$
- $a^0 = 1$

Racines Carrées

soit "a" un nombre reel positif ; $\sqrt{a}$ du nbre "a" est le nombre dont le carré est égal à "a".

$$\sqrt{a}^2 = a \quad \text{avec} \quad a \geqslant 0.$$

Exemple : $\sqrt{4} = 2$
$\sqrt{16} = 4$
$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{144} = 12$

Propriété.

$\forall\ a, b \in \mathbb{N}$. on a :

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
- $\sqrt{a} + \sqrt{a} = 2\sqrt{a}$
- $(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$
- $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a} \times \sqrt{b}}{b}$ avec $b \neq 0$.

Rq : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Operation dans $\mathbb{R}$. $(a, b, c \in \mathbb{R})$

- si $a \leqslant b \Rightarrow a + c \leqslant b + c$
- si $a \leqslant b \Rightarrow \begin{cases} ac \leqslant bc & \text{si } c \geqslant 0 \\ ac \geqslant bc & \text{si } c \leqslant 0 \end{cases}$
- si $a \leqslant b$ et $c \leqslant d$ alors $a + c \leqslant b + d$
- si $a \leqslant b$ et $c \leqslant d$ alors $\begin{cases} ac \leqslant bd & \text{si } a; b; c; d \geqslant 0 \\ ac \geqslant bd & \text{si non} \end{cases}$
- si $a \leqslant b$ et $b \leqslant c$ alors $a = c$
- si $a \leqslant b$ et $b \leqslant a$ alors $a = b$.

- si a et b sont positifs : $a \leq b \Leftrightarrow a^2 \leq b^2$
- si a et b sont positifs $a \leq b \Leftrightarrow \sqrt{a} \leq \sqrt{b}$.
- si a et b sont strictements positifs.

$$a \leq b \Leftrightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$$

Comparaison (Methode).

Pour Comparer deux nbres reels, on peut proceder comme suite :

- Comparer leur carré et leur racine carrée s'ils sont positifs
- Comparer leur inverse.
- les placer dans des Intervalles disjoints.
- les rendre au m̂ denominateur.

Partie Entiere

On appel partie entière d'un nbre réel x l'entier n tq : $n < x < n+1$ on note $E(x) = n$.

Exple :

$E(6,35) = 6$ car $6 < 6,35 < 7$

$E(14,15) = 14$ car $14 < 14,15 < 15$

$E(-\pi) = -4$ car $-4 < -\pi < -3$

$E(-6,75) = -7$ car $-7 < -6,75 < -6$