

 **Fomesoutra.com**
ça soutra!

Mathématiques 2NDEC

Rédiger

Par

M. Jean WAÏDAÏ

Professeur de
Mathématiques

SOMMAIRE

Titres	pages
Chapitre 2 vecteurs du plan.....	3
Leçon 1 opération sur les vecteurs.....	3
Leçon 2 Base.....	6
Chapitre 3 Equation et inéquation.....	9
Leçon 1 Equation du premier degré.....	9
Leçon 2 Equation du second degré.....	10
Leçon 3 Inéquation du second degré.....	11
Leçon 4 Systèmes d'équation linéaire.....	11
Leçon 5 Systèmes d'inéquation linéaire.....	12
Chapitre 4 Droites, cercles dans le plan.....	15
Leçon 1 Représentations paramétriques des droites du plan.....	15
Leçon 2 Equations cartésiennes d'un cercle du plan.....	16
Leçon 3 Positions relatives d'un cercle et d'une droite.....	17
Chapitre 5 Angles inscrits et polygones réguliers.....	19
Leçon 1 Angle inscrit dans un cercle.....	19
Leçon 2 Quadrilatère convexe inscrit dans un cercle et polygones réguliers.....	20
Chapitre 6 Produit scalaire de deux vecteurs du plan.....	22
Leçon 1 Présentations du produit scalaire.....	22
Leçon 2 Relations métriques.....	23
Chapitre 7 Angles orientés et trigonométrie.....	25
Leçon 1 Mesure d'un angle orienté sur un cercle trigonométrique dans un plan orienté	25
Leçon 2 Mesure principale d'un angle orienté et point image d'un réel sur un cercle	
Trigonométrie	25
Leçon 3 Cosinus, sinus et tangente d'un angle orienté.....	26
Chapitre 7 Angles orientés et trigonométrie.....	26
Leçon 1 Mesure d'un angle orienté sur un cercle trigonométrique dans un plan orienté..	26
Leçon 2 Mesure principale d'un angle orienté et point image d'un réel sur un cercle	
Trigonométrie.....	27
Leçon 3 Cosinus, sinus et tangente d'un angle orienté.....	29
Chapitre 8 Transformations du plan.....	32
Leçon 1 Symétrie orthogonale, symétrie centrale et translation.....	32

Leçon 2 Homothéties.....	34
Leçon 3 Rotations.....	35
Chapitre 9 Fonctions numériques d'une variable réelle.....	36
Leçon 1 Notion de Fonctions et Applications.....	36
Leçon 2 Etude graphique d'une fonction.....	38
Leçon 2 Variation d'une fonction.....	41

Chapitre 2 VECTEURS DU PLAN**Leçon1 OPERATION SUR LES VECTEURS**Objectifs pédagogiques

- Représenter un vecteur, la somme des vecteurs, le produit d'un réel par un vecteur
- Reconnaître deux vecteurs égaux ;
- Reconnaître une combinaison linéaire de deux vecteurs ;
- Ecrire un vecteur comme combinaison linéaire de plusieurs autres vecteurs sur une configuration usuelle.

Motivation

De nombreuses situations dans la vie de tous les jours font intervenir les vecteurs, par exemple en aviation, en physique, ce cours nous donnera les outils nécessaires pour comprendre ces notions

Situation problème

Un pilote vers le Sud-Est avec son avion roulant à une vitesse constante. Le météorologue lui annonce qu'il y a un vent qui souffle vers le Sud et un autre qui souffle vers l'Est à une vitesse trois fois plus importante que celle du vent qui souffle vers le Sud. Ce pilote pourrait-il arrivé à sa destination prévue ? si oui exprimer le vecteur vitesse de l'avion en fonction des vecteurs vitesse des deux vents.

Prérequis

- Tracer une droite (AB) et représenter le vecteurs $\overrightarrow{AB}$;
- Tracer une autre droite ;
- Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$?

1- Vecteurs et points du planActivité d'apprentissage1

- Marquer deux points A et B et représenter le vecteur $\overrightarrow{AB}$;
- Marque deux point quelconque C et D puis construire les points E et F tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DF}$ et
- Comparer les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{DF}$
- Quelle est la nature du quadrilatère CDEF ? justifier.

Résumé

Soient A et B deux points du plan. A tout point C du plan, on associe l'unique point D du plan tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

On appelle norme d'un vecteur $\vec{u}$ la distance OM où $\overrightarrow{OM}$ est un représentant du vecteur $\vec{u}$. La norme de $\vec{u}$ est notée $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{u}\| = OM$

Soient $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ deux vecteurs différents du vecteur nul.

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si ABDC est un parallélogramme.

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même direction, même sens, et même longueur.

Remarque

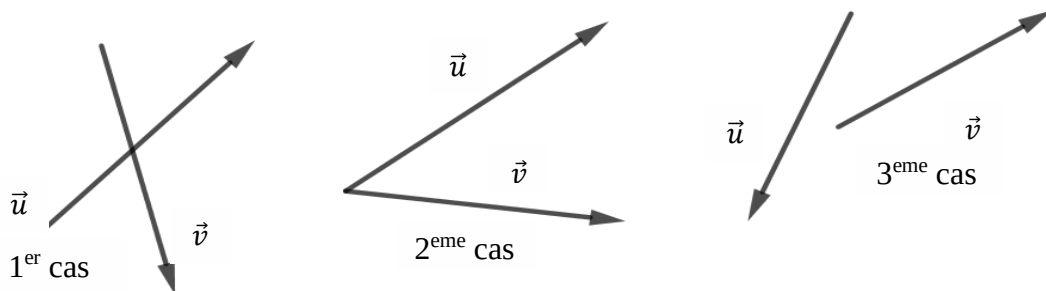
Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan ;

- $\|\vec{u}\|$ équivaut à $\vec{u} = \vec{0}$;
- $\|\vec{u}\| = \|-\vec{u}\|$;
- Deux vecteurs de même norme ne sont pas toujours égaux

2- Calcul vectoriel

Activité d'apprentissage2

- Dans chacun des cas ci-dessous représenter le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$;
- Dans chacun des cas ci-dessous représenter le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$;
- Construire un vecteur $\vec{w} = 3\vec{u}$ et $\vec{w}' = -3\vec{u}$ n'ayant pas le même support que le vecteur $\vec{u}$ dans le 1^{er} cas ;
- Comparer les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{u}$ par leurs caractéristiques et en déduire la comparaison de $\vec{w}$ et $\vec{w}'$ par leurs caractéristiques ;



Résumé2

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan, A un point du plan, il existe un seul point B tel que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et un seul point C $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$. Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ ne dépend pas du choix de la position du point A : on l'appelle somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$; on note $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC}$

Relation de Chasles

Pour tout points A, B et C du plan on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Inégalité triangulaire

Pour tout points A, B et C du plan on a : $AC \leq AB + BC$

Pour tout vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de $\mathcal{V}$ $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

Multiplication d'un vecteur par un réel

Soit $\vec{u}$ vecteur non nul et k un réel non nul.*

Le produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel k, noté $k\vec{u}$ est le vecteur caractérisé par :

- Si $k > 0$
 - Sa direction : $k\vec{u}$ a la même direction que le vecteur $\vec{u}$
 - Son sens : $k\vec{u}$ a le même sens que le vecteur $\vec{u}$

- sa norme : la norme du vecteur $k\vec{u}$ est égale au produit de la norme du vecteur $\vec{u}$ par le réel k : $\|k\vec{u}\| = k \times \|\vec{u}\|$
 - Si $k < 0$
 - Sa direction : $k\vec{u}$ a la même direction que le vecteur $\vec{u}$
 - Son sens : $k\vec{u}$ est de sens opposé au sens du vecteur $\vec{u}$
 - Sa norme : la norme du vecteur $k\vec{u}$ est égale au produit de la norme du vecteur $\vec{u}$ par l'opposé le réel k : $\|k\vec{u}\| = -k \times \|\vec{u}\|$

Remarques

- de manière générale on note $\|k\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$;
- Lorsque $\vec{u} = \vec{0}$ ou $k = 0$, on convient que $k\vec{u} = \vec{0}$

Règles de calcul

Pour tout vecteur $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ de $\mathcal{V}$; pour tous nombre réel α et β :

- $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$. L'addition des vecteurs est commutative.
- $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$. L'addition des vecteurs est associative.
- $(\alpha + \beta) \cdot \vec{u} = \alpha \cdot \vec{u} + \beta \cdot \vec{u}$;
- $\alpha \cdot (\beta \cdot \vec{u}) = (\alpha \times \beta) \cdot \vec{u}$;
- $\alpha \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = \alpha \cdot \vec{u} + \alpha \cdot \vec{v}$;

3- Combinaisons linéaires.

Activité3

- 1- Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et A un point
 - a) Construire deux vecteurs $3\vec{u}$ et $-2\vec{v}$ d'origine A ;
 - b) En déduire la construction du vecteur $\vec{w} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$.
- 2- Considérons les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tel que $3\vec{u} = 2\vec{v}$
 - a) Exprimer le vecteur $\vec{v}$ en fonction du vecteur $\vec{u}$;
 - b) Exprimer $\|\vec{v}\|$ en fonction de $\|\vec{u}\|$ et comparer $\|\vec{v}\|$ et $\|\vec{u}\|$;
 - c) Déterminer un réel α tel que $\vec{u} = \alpha\vec{v}$

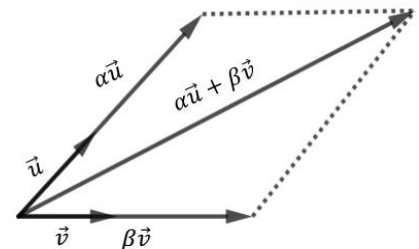
Résumé3

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs

- On appelle combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, tous vecteur de la forme $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ où α et β sont des nombre réels, appelés coefficient de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$ respectivement.
- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dit colinéaires si l'un d'eux est non ou s'ils ont la même direction.

Critères de colinéarité

- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si, l'un d'eux est produit par un réel du second $\vec{u} = k\vec{v}$
- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si, il existe deux réels α et β non tous nul tels que $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v} = \vec{0}$
- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires si et seulement si, pour tout nombre réel α, β , tel que $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v} = \vec{0}$, on a $\alpha = \beta = 0$



Remarque

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires de même sens alors $\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| = \|\vec{u} + \vec{v}\|$

En effet $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires de même sens si et seulement si il existe un réel positif λ tel que $\vec{u} = \lambda \vec{v}$.

Donc $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\lambda \vec{v} + \vec{v}\| = \|(\lambda + 1)\vec{v}\| = (\lambda + 1)\|\vec{v}\|$ car $\lambda + 1 > 0$

D'autre part $\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| = \|\lambda \vec{v}\| + \|\vec{v}\| = |\lambda|\|\vec{v}\| + \|\vec{v}\| = |1 + \lambda|\|\vec{v}\| = (\lambda + 1)\|\vec{v}\|$ car $\lambda + 1 > 0$ d'où le résultat

Exercice

- 1) Développer et réduire les sommes suivantes :

$$\vec{p} = 4\vec{u} - \vec{v} + 6\vec{w} + 3\vec{v} - 3(\vec{u} - 3\vec{v})$$

$$\vec{q} = 2(\vec{u} - 2\vec{v}) - (\vec{w} + 3\vec{u} + 4\vec{v}) - 3(\vec{u} - 4\vec{w})$$

- 2) a) exprimer les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ en fonction du vecteur $\vec{w}$ sachant que : $\begin{cases} \vec{u} + \vec{v} = 2\vec{w} \\ 2\vec{u} - 3\vec{v} = \vec{w} \end{cases}$

b) Que peut-on dire des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$?

c) calculer $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$ sachant que $\|\vec{w}\| = 12$

Leçon2 BASE

Objectifs pédagogiques

- Démontrer qu'un couple de vecteurs est une base du plan.
- Déterminer les coordonnées d'un vecteur dans une base.
- Déterminer la norme d'un vecteur.
- Calculer le déterminant de deux vecteurs relativement à une base.

1- Notion de base du planActivité

- 1) Représente deux vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tel qu'ils ne soit pas colinéaires ;
- 2) Place trois points O, I et J tels que $\vec{u} = \vec{OI}$ et $\vec{v} = \vec{OJ}$;
- 3) Justifie que les points O, I et J ne sont pas alignés ;
- 4) Place un point M tel $\vec{OI} + \vec{OJ} = \vec{OM}$
- 5) Trace la parallèle à (OI) passant par M et coupant (OJ) en F
- 6) Trace la parallèle à (OJ) passant par M et coupant (OI) en E
- 7) Justifie qu'il existe un unique réel x tel que $\vec{OE} = x\vec{OI}$ et un unique réel y tel que $\vec{OF} = y\vec{OJ}$
- 8) En posant $\vec{w} = \vec{OM}$, démontre que $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$

Résumé1

On base de l'ensemble $\mathcal{V}$ de vecteur du plan, tout couple $(\vec{u}, \vec{v})$ de vecteurs du plan non colinéaires de $\mathcal{V}$.

Soit $(\vec{u}, \vec{v})$ une base de $\mathcal{V}$ et $\vec{w}$ un vecteur du plan. Il existe un unique couple des réels (x, y) tel que $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$.

Le couple (x, y) est appelé couple de coordonnées ou composantes du vecteur $\vec{w}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$

On écrit $\vec{w}(x, y)$ ou $\vec{w} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans $(\vec{u}, \vec{v})$

Soit $\vec{w} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{w'} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dans une base $(\vec{u}, \vec{v})$ et λ un réel. On a : $(\vec{w} + \vec{w'}) \begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$ et $\lambda\vec{w} \begin{pmatrix} \lambda x \\ \lambda y \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$.

Exercice

Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan, $(\vec{i}, \vec{j})$ une base du plan.

- a) Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base du plan ;
- b) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$.

1- Base orthonorméActivité

- 1) Place trois points O, I et J tels que les droites (OI) et (OJ) soient orthogonales en O ;
- 2) Représente le vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite (OI) d'origine O et le vecteur directeur $\vec{v}$ de la droite (OJ) d'origine O ;
- 3) Justifie que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux ;
- 4) Démontrer que $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2$

Résumé1

- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ du plan sont dit orthogonaux si leurs support sont des droite perpendiculaires ou l'un deux est au moins nul. On écrit alors $\vec{u} \perp \vec{v}$ ou $\vec{v} \perp \vec{u}$;
- Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan et α, β deux nombres réels.
 - Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\alpha\vec{u} \perp \beta\vec{v}$;
 - $(\vec{u} \perp \vec{v})$ si et seulement si $(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2)$;
- Une base $(\vec{u}, \vec{v})$ est dite orthogonale si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux ; si de plus $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont unitaires : c'est-à-dire $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 1$, la base $(\vec{u}, \vec{v})$ est dite orthonormée ;
- Si $\vec{w} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans une base orthonormée alors $\|\vec{w}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$;
- Soit $(\vec{i}, \vec{j})$ une base du plan, $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan.
On appelle déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ relativement à la base $(\vec{i}, \vec{j})$, le nombre réel $aa' - bb'$; on le note $\det(\vec{u}, \vec{v}) = ab' - ba'$
En effet $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = ab' - ba'$.
- Soit O, I et J trois points du plan et $(\vec{i}, \vec{j})$ une base du plan, tel que $\vec{i} = \vec{OI}, \vec{j} = \vec{OJ}$
 - Le triplet (O, I, J) ou $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est appelé repère du plan
 - Un point M a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ si et seulement si $\vec{OM}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$. on a $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et $\vec{i} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé si $(\vec{i}, \vec{j})$ est une base orthonormée.
- Si A et B sont deux points des coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ respectives dans un repère du plan, le vecteur $\vec{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x' - x \\ y' - y \end{pmatrix}$.

Exercice1

Soit $(\vec{i}, \vec{j})$ une base de l'ensemble $\mathcal{V}$ des vecteurs du plan .

On considère les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} a \\ -3 \end{pmatrix}$ de $\mathcal{V}$; a est un réel donné.

- 1) Calculer et comparer le $\det(\vec{u}, \vec{v})$ et $\det(\vec{v}, \vec{u})$. $(\vec{u}, \vec{v})$ est-il une base du plan ?
- 2) Montrer que $\det(\vec{u}, -2\vec{v}) = -2\det(\vec{u}, \vec{v})$;
- 3) Déterminer a pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ soit colinéaires ;
- 4) Déterminer deux $\vec{u}'$ et $\vec{v}'$ tel que $(\vec{u}', \vec{v})$ et $(\vec{v}, \vec{v}')$ soit colinéaires.

Exercice2

ABC est un triangle.

- 1) M et N deux point tel que $\vec{AM} = -\frac{1}{2}\vec{AB}$ et $\vec{AN} = -\frac{1}{2}\vec{AC}$.

Démontrer que les vecteurs $\vec{MN}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires.

- 2) P et Q sont deux point du plan tel que $\vec{AP} = \frac{2}{5}\vec{AB}$ et $\vec{AQ} = \frac{2}{5}\vec{AC}$.

Démontrer que les droites (PQ) et (BC) sont parallèles.

Chapitre EQUATION ET INEQUATION**LEÇON 1 EQUATION DU SECOND DEGRE**Objectif pédagogiques

- Résoudre des équations se ramenant à : $ax + b = 0$, $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$ et $|ax + b| = c$;
- Résoudre des inéquations se ramenant à : $ax + b \leq 0$, $\frac{ax+b}{cx+d} > 0$ et $|ax + b| < c$;
- Résoudre de problèmes concrets.

Activité d'apprentissage

On se propose de trouver les solutions de l'équation $\frac{2x+3}{x+2} = 0$ et en déduire l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{2x+3}{x+2} \geq 0$

1. a) Détermine la condition d'existence de la fraction rationnelle $\frac{2x+3}{x+2}$;
 b) L'équation $\frac{2x+3}{x+2} = 0$ est-elle toujours équivalente à $2x + 3 = 0$? Sinon trouve une condition pour qu'elle soit.
 c) Résout alors l'équation $2x + 3 = 0$ et en déduit l'ensemble des solutions de l'équation $\frac{2x+3}{x+2} = 0$.
2. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{2x+3}{x+2} \geq 0$ est-il le même que pour l'équation $\frac{2x+3}{x+2} = 0$? Sinon en déduit celui de l'inéquation.
3. Détermine toutes les solutions de l'équation $|2x + 3| = 2$ et en déduit l'ensemble des solutions de l'inéquation $|2x + 3| < 2$

Résumé

- Pour résoudre les équations de la forme $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$ on peut :
 - Déterminer la condition d'existence ;
 - Transformer sous la forme $ax + b = 0$;
 - En déduit les valeurs de l'inconnue qui respectent la condition.
- Pour résoudre une inéquation de la forme $\frac{ax+b}{cx+d} > 0$ on peut :
 - Résoudre l'équations $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$ et,
 - On déduit l'ensemble solution à l'aide d'un tableau appelé tableau de signe comme suit :

$$\text{Si } -\frac{b}{a} < -\frac{d}{c}, \quad a > 0 \text{ et } c > 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{d}{c}$	$+\infty$
$ax + b$	-	+	+	+
$cx + d$	-	-	+	+
$\frac{ax + b}{cx + d}$	+	-	+	+

$$S = \left] -\infty; -\frac{b}{a} \right[\cup \left] -\frac{d}{c}; +\infty \right[$$

$$\text{Si } -\frac{b}{a} > -\frac{d}{c}, \quad a > 0 \text{ et } c < 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{d}{c}$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	-	-	+	+
$cx + d$	+	-	-	-
$\frac{ax + b}{cx + d}$	-	+	-	-

$$S = \left] -\frac{d}{c}; -\frac{b}{a} \right[$$

- Pour résoudre les équations de la forme $|ax + b| = c$ on procède comme suit :
 $|ax + b| = c \Leftrightarrow ax + b = c \text{ ou } ax + b = -c$

$$\Leftrightarrow x = \frac{c-b}{a} \text{ ou } x = \frac{-c-b}{a}; S = \left\{ \frac{c-b}{a}; \frac{-c-b}{a} \right\}$$

- Pour résoudre les inéquations de la forme $|ax + b| > c$, on résout l'équation $|ax + b| = c$ et on déduit l'ensemble des solutions de l'inéquation $|ax + b| > c$

Exercice

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suites

a) $\frac{2x-3}{x-3} = 0;$

b) $|3x - 2| = 5.$

2. En déduire la résolution des inéquations :

a) $\frac{2x-3}{x-3} \geq 0;$

b) $|3x - 2| < 5$

Leçon 2 EQUATION DU SECOND DEGRE

Objectif pédagogiques

- Déterminer la forme canonique d'un trinôme ;
- Factoriser un trinôme lorsque possible ;
- Résoudre les équations se ramenant aux équations du second degré.

Situation problème

Monsieur Hiol a un champ rectangulaire de 1750 m² de superficie. Il a oublié les dimensions de son champ, mais se souvient néanmoins de l'avoir entouré par un enclos de longueur 170 m. aider le à retrouver les dimensions de son champ.

Activité d'apprentissage

Soit $P(x) = 2x^2 + 5x - 3$ et $P(x) = 2x^2 + x + 4$

- 1) Montrer que $P(x) = 2 \left[\left(x - \frac{5}{2} \right)^2 - \frac{49}{16} \right]$;
- 2) Factorise $P(x)$ et en déduit les solutions de l'équation $P(x) = 0$;
- 3) Détermine les réels α et β tels que $Q(x) = 2[(x - \alpha)^2 + \beta]$;
- 4) Peut-on factoriser $Q(x)$? Sinon donne une condition pour que $Q(x)$ soit factorisable ?

Résumé

Soit a, b et c trois nombres réels avec a non nul.

- Une équation du second degré dans $\mathbb{R}$ est toute équation pouvant se mettre sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.
- Le polynôme $ax^2 + bx + c$ peut s'écrire sous la forme $a[(x - \alpha)^2 + \beta]$ appelé forme canonique de ce polynôme ; $\alpha = \frac{b}{2a}$ et $\beta = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$
 - Si $\beta > 0$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$;
 - Si $\beta = 0$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet une seule solution dans $\mathbb{R}$;
 - Si $\beta < 0$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions distinctes dans $\mathbb{R}$.

Exercice d'application

- 1) Soit l'équation (E) : $2x^2 - 5x + 3 = 0$
 - a) Donne la forme canonique de (E) ;
 - b) Factorise (E) ;
 - c) En déduit la résolution de l'équation (E).
- 2) Soit l'équation (E₂) : $3x^2 + 7x + 12 = 0$
 - a) Donne la forme canonique de (E) ;
 - b) Résoudre l'équation (E) si possible.

Leçon 3 INEQUATION DU SECOND DEGRE

Objectif pédagogiques

- Etudier le signe d'un polynôme du second degré ;
- Résoudre les inéquations du second degré ;
- Résoudre de problèmes se ramenant aux inéquation du second degré

Activité d'apprentissage

- 1) Soit le polynôme $P(x) = 6x^2 + 7x - 5$;
 - a) Factorise $P(x)$
 - b) Résoudre l'équation $P(x) = 0$;
 - c) Etudie le signe de $P(x)$ dans un tableau ;
 - d) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $P(x) \leq 0$.
- 2) On considère la fraction rationnelle $Q(x) = \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x - 3}$;
 - a) Etudie le signe de $Q(x)$ dans un tableau de signe ;
 - b) En déduit la résolution de l'inéquation $Q(x) > 0$.

Résumé

- Toute inéquation de la forme $ax^2 + bx + c < 0$ est une inéquation du second degré
- Pour résoudre une inéquation du second degré de la forme $ax^2 + bx + c < 0$, on peut étudier le signe du polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c$ et déduire le signe de l'inéquation.

Leçon 4 SYSTEMES D'EQUATION LINEAIRE

Objectif pédagogiques

- Résoudre un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}^2$ en utilisant la méthode par substitution ou par combinaison linéaire ;
- Vérifier qu'un couple de réels est solution ou pas d'un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}^2$;
- Résoudre des problèmes dont la résolution se ramène à celle de système linéaire d'équations de $\mathbb{R}^2$.

Activité d'apprentissage

TAMGA et son frère ont hérité de leur père de terrains qui couvre une superficie de 12ha chacun. TAMGA a planté de palmier sur une superficie de 4ha et des cacaoyers sur une superficie de 8ha ; son frère par contre a planté de palmier sur une superficie de 5,5ha et des cacaoyers sur une superficie de 6,5ha. La première année de production TAMGA a récolté au total 632quintaux d'huiles de palme et de cacaos, et son frère a récolté au total 608quintaux d'huiles de palme et de cacaos ; Quel est le rendement à l'hectare de chacun des deux plantes en supposant que le rendement à l'hectare de TAMGA est idéalement identique à celui de son frère.

Résumé

- Soit $a, b, c, a', b',$ et c' des nombres réels avec a, b, a' et b' tous non nuls.
- Toute égalité de la forme $ax + by = c$ est appelée équation linéaire à deux inconnues dans $\mathbb{R}^2$;
 - Tout système de la forme $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ est un système d'équations linéaires à deux inconnues x et y dans $\mathbb{R}^2$;
 - Pour résoudre un système d'équations linéaires à deux inconnues on dispose de plusieurs parmi lesquelles la méthode par substitution, la méthode par combinaison linéaire ou par comparaison.

Exemple

Réolvons dans $\mathbb{R}^2$ les système linéaires suivants : $\begin{cases} 4x - 7y = 12 \\ -3x + 4y = 7 \end{cases}, \begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$

Leçon5 SYSTEMES D'INEQUATION LINEAIRE

Objectif pédagogiques

- Vérifier qu'un couple de réels est solution ou pas d'une inéquation ou d'un système d'inéquations linéaires du premier degré dans $\mathbb{R}^2$
- Résoudre des problèmes dont la résolution se ramène à celle de système linéaire d'inéquations de $\mathbb{R}^2$.

Activité d'apprentissage

- 1) Soit l'inéquation (I): $2x - y \leq 4$
 - a) Montrer que le couple (1, 3) est solution de l'inéquation (I) ;
 - b) Construire la droite d'équation $2x - y - 4 = 0$, puis indiquer par une légende la partie du plan constituée des points dont les coordonnées sont des couples solutions de l'inéquation (I) ;
 - c) Les coordonnées des points de la droite sont-elles solutions de l'inéquation (I) ? justifier.
- 2) Soit le système d'inéquation $\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ 3x + y > 5 \end{cases}$;
 - a) Construire les droites d'équations $2x - y = 4$ et $3x + y = 5$;
 - b) Indiquer la partie du plan dont les coordonnées des points sont solutions du système : $\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ 3x + y > 5 \end{cases}$

Résumé

Si a et b sont deux réels tous non nuls, alors $ax + by - c$ a un signe constant dans chacun des demi plans frontière la droite d'équation $ax + by - c = 0$ c'est - à - dire si $M(x_M, y_M) \notin (D) : ax + by - c = 0$ ($c \in \mathbb{R}$), alors $ax_M + by_M - c > 0$ ou $ax_M + by_M - c < 0$.

Méthode

Pour résoudre graphiquement une inéquation dans laquelle $ax + by$ est comparé à un réel c avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$,

- On trace dans un repère du plan la droite (D) : $ax + by - c = 0$;
- On prend les coordonnées (α, β) d'un point choisi dans le demi-plan de frontière (D); (D) exclu ;
- Pour tout point $M(x, y)$ du même demi-plan, $ax + by - c$ a le même signe que $a\alpha + b\beta - c$ le signe que $a\alpha + b\beta - c$;
- Pour tout point $M(x, y)$ de l'autre demi-plan, $ax + by - c$ a le même signe que $a\alpha + b\beta - c$ a le signe opposé à celui de $a\alpha + b\beta - c$.

Exemple

Résoudre le système $\begin{cases} 2x + y + 3 \leq 0 \\ x + 5y - 1 > 0 \end{cases}$

Exercice (programmation linéaire)

Batifi et Djob fabriquent des patins à roues alignées. Leur quota de production les oblige à ne pas fabriquer plus de 24 paires de patins de type1 et pas plus de 30 paires de patins de type2 par semaine.

Une paire de patins de type1 se vend à 8000F, alors qu'une paire de patins de type2 se vend à 10000F. Si le triplet du nombre de paires de patins de type1 ajouté au quadruple du nombre de paires de patins de type2 ne peut excéder 144, combien de paires de chaque sorte Batifi et Djob doivent-ils fabriquer par semaine pour obtenir un revenu maximal ?

Solution

Choix des variables

Désignons par x le nombre des paires de patins de typ1 et par y le nombre de paires de patins de type2

Contraintes

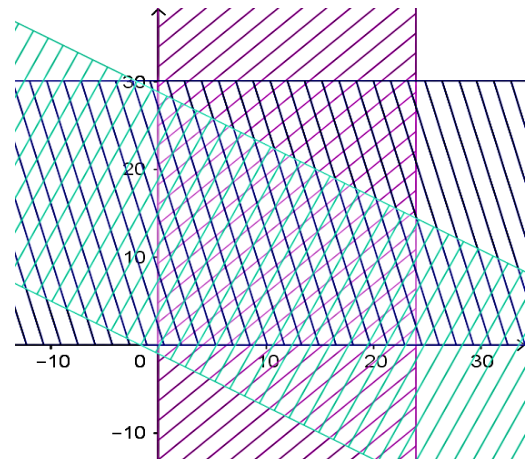
Des données ci-dessus on peut écrire les inéquations suivantes : $x \geq 0$; $y \geq 0$;

$$x \leq 24 ; y \leq 30 ; 3x + 5y \leq 144 ;$$

On obtient le système :
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 24 \\ y \leq 30 \\ 3x + 5y \leq 144 \end{cases}$$

Représentons graphiquement ces données :

Détermination de x et y



De ce graphe on a les points :

$$A\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, B\begin{pmatrix} 24 \\ 0 \end{pmatrix}, C\begin{pmatrix} 24 \\ 14,5 \end{pmatrix} \text{ et } D\begin{pmatrix} 0 \\ 28,8 \end{pmatrix}$$

Désignons par z la recette obtenue après avoir vendu tous patins fabriqués le long d'une semaine on a : $z = 8000x + 10000y$

➤ Méthodes d'optimisation

Déterminons donc la recette maximale on a :

Nombre des paires de patins de type1 (x)	Nombre des paires de patins de type2 (y)	$8000x + 10000y$	Recette (z)
0	0	$8000 \times 0 + 10000 \times 0$	0
24	0	$8000 \times 24 + 10000 \times 0$	192000
24	14,2	$8000 \times 24 + 10000 \times 14,2$	334000
0	28,8	$8000 \times 0 + 10000 \times 28,8$	288000

Conclusion

Le nombre de paires de patins de chaque type est donc : 24 paires de patins de type1 et 14 paires de patins de type2

➤ Méthodes de la droite baladeuse

Etant donné que $z = 8000x + 10000y$, la droite baladeuse (D) a pour équation

(D) : $8000x + 10000y = z$ et elle est parallèle à la droite (D') : $4x + 5y = 0$, z est lorsque (D) passe par le point C(24 ; 14,2) d'où le nombre de paires de patins de chaque type est donc : 24 paires de patins de type1 et 14 paires de patins de type2.

Chapitre 4 DROITES, CERCLES DANS LE PLAN**Leçon 1 REPRESENTATIONS PARAMETRIQUES DES DROITES DU PLAN**Objectif pédagogiques

- Ecrire les équations paramétriques d'une droite ;
- Donner un point et un vecteur non nul d'une droite de représentation paramétrique connue ;
- Déterminer une équation cartésienne d'une droite à partir de l'une de ses représentations paramétriques et réciproquement ;
- Déterminer la position relative de deux droites dont on connaît les représentations paramétriques.

Prérequis

- Calculer le déterminant de deux vecteurs
- Calculer du produit scalaire de deux vecteurs

Motivation

Un cultivateur décide de partager une parcelle de terrain rectangulaire en deux parcelles rectangulaires. Comment doit-il procéder ?

Activité d'apprentissage

$(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère du plan ; $A\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ -5 \end{smallmatrix}\right)$, $M\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$ et $\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ -2 \end{smallmatrix}\right)$ sont respectivement deux point et un vecteur du plan.

- 1) Donne une condition pour que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ soit colinéaires ;
- 2) Soit (D_1) une droite du plan passant par le point A et de vecteur directeur $\vec{u}$; λ un nombre réel non nul, on pose $\overrightarrow{AM} = \lambda \vec{u}$
 - a) Montre que $\begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = -5 - 2\lambda \end{cases}$;
 - b) En éliminant λ dans les deux équations détermine une équation de la droite (D_1) ;
- 3) Soit (D_2) une droite du plan définie par le système $(D_2): \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 6t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, B un point (D_2) et $\vec{v}$ un vecteur directeur de (D_2) .
 - a) Détermine les coordonnées du point B et les coordonnées du vecteur $\vec{v}$;
 - b) Montre que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux ;
 - c) En déduit que les droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires.

Résumé

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- ✓ Soit a, b et c trois nombres réels avec a et b non nul ;
 - Toute droite du plan a pour équation de la forme $ax + by + c = 0$;
 - Les coordonnées d'un vecteur directeur de cette droite sont données par $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$;
 - Les coordonnées d'un vecteur normal de cette droite sont données par $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$;
- ✓ Toute droite (D) du plan passant par un point $A\left(\begin{smallmatrix} x_0 \\ y_0 \end{smallmatrix}\right)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} \alpha \\ \beta \end{smallmatrix}\right)$ est définie par un système de la forme $(D): \begin{cases} x = x_0 + \alpha t \\ y = y_0 + \beta t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ appelé représentation paramétrique de la droite (D) ;

- ✓ Soit (D_1) et (D_2) deux droites du plan des vecteurs directeurs $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$ respectivement ;
- $(D_1) // (D_2)$ si et seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires : $\det(\vec{u}, \vec{v}) = ab' - ba' = 0$;
 - $(D_1) \perp (D_2)$ si et seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux : $\vec{u} \cdot \vec{v} = aa' + bb' = 0$

Exercice

Soit (D) et (D') deux droites du plan définie respectivement par

$$(D) : 3x - 2y - 12 = 0 \text{ et } (D') : \begin{cases} x = -1 + 5\lambda \\ y = -3 + 2\lambda \end{cases}, (\lambda \in \mathbb{R})$$

- 1) Déterminer la représentation paramétrique de la droite (D) ;
- 2) Montrer que les droites (D) et (D') sont sécantes ;
- 3) En déduire leurs points d'intersection.

Leçon 2 EQUATIONS CARTESIENNES D'UN CERCLE DU PLAN

Objectif pédagogiques

- Déterminer une équation cartésienne d'un cercle défini par un de ses diamètres ou par son centre et son rayon dans un repère orthonormé ;
- Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$;
- Déterminer l'ensemble des points M(x; y) du plan tels que : $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Prérequis

- Calculer la distance entre deux points dont on connaît les coordonnées.
- Forme canonique d'un polynôme du second degré.

Motivation

Mr IKSE veut creuser un puisard circulaire près de sa maison. Que doit-il faire pour cette forme circulaire du puisard ?

Activité d'apprentissage

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) On considère le cercle (C) de centre I (2 ; 3) et de rayon $r = 2$ cm, M (x, y) un point du plan.
 - a) Calculer la distance IM^2 en fonction de x et y ;
 - b) Montrer que $IM^2 = r^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$;
 - c) Que représente l'équation $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$?
- 2) Soient A(-1 ; 2) ; B(3 ; 2) deux points du plan, (C) un cercle de diamètre [AB], M(x, y) un point quelconque du cercle (C) et Ω milieu du segment [AB];
 - a) Montrer que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$;
 - b) Montrer que $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2^2$;
 - c) En s'inspirant de 1-b) , en déduire les coordonnées de Ω et la valeur de r.

Résumé

- ✓ Soit (C) un cercle de centre $\Omega\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right)$ et de rayon r. Pour tout point $M\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$ appartenant au cercle (C) on a : $IM^2 = r^2 \Leftrightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$; l'équation $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ est appelée équation cartésienne du cercle (C) sous forme canonique ;
- ✓ Soit A et B deux point du plan, l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ est le cercle de diamètre [AB] ;
- ✓ Soit a, b, c des nombres réels, (Γ) un ensemble des point $M\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$ du plan tel que $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$;
 - Si $a^2 + b^2 - c < 0$, alors (Γ) est un **ensemble vide** ;
 - Si $a^2 + b^2 - c = 0$, alors (Γ) est un **point** ;
 - Si $a^2 + b^2 - c > 0$, alors (Γ) est un **cercle** de centre $\Omega\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right)$ et de rayon $r = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

Exemple

- 1) Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) de centre $\Omega\left(\begin{smallmatrix} -2 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$ et de rayon $r = 3$ cm ;
- 2) Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) de diamètre AB tel que $A\left(\begin{smallmatrix} -2 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$ et $B\left(\begin{smallmatrix} 6 \\ 5 \end{smallmatrix}\right)$;
- 3) Déterminer l'ensemble des points M $\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$ tel que $x^2 + y^2 - 3x + 5y + 8 = 0$.

Leçon 3 POSITIONS RELATIVES D'UN CERCLE ET D'UNE DROITE

Objectif pédagogiques

Déterminer par leurs coordonnées, les éventuels points d'intersection d'un cercle et d'une droite du plan d'équations données ;

Prérequis

- Résoudre une équation du second degré ;
- Résoudre un système d'équation dans $\mathbb{R}^2$;

Motivation

Batifi veut classer les boîtes du lait dans un carton sous forme d'un pavé de tel sorte que les boîtes ne bougent pas dans le carton, que doit-il faire ?

Activité d'apprentissage

Soit $(\mathcal{C})$ un cercle d'équation $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ et (D) une droite d'équation $x - 2y - 2 = 0$;

- 1) Montrer que $\begin{cases} x - 2y - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow 5y^2 - 2y - 3 = 0$;
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $5y^2 - 2y - 3 = 0$;
- 3) En déduire les coordonnées des points d'intersection de la droite (D) et du cercle $(\mathcal{C})$.

Résumé

Soit $(\mathcal{C})$ un cercle du plan et (D) une droite du plan.

- Si $(\mathcal{C})$ et (D) n'ont aucun point en commun, alors ils sont **disjoints** ;
- Si $(\mathcal{C})$ et (D) ont un seul point en commun, alors (D) est **tangente** au cercle $(\mathcal{C})$ en ce point ;
- Si $(\mathcal{C})$ et (D) ont deux points en commun, alors ils sont **sécantes** en ces points.

Exercice

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $(\mathcal{C})$ est un ensemble des points défini par : $x^2 + y^2 - 2x + 4y = -1$;

- 1) Donner la nature et les éléments caractéristiques de $(\mathcal{C})$;
- 2) Montrer que le point $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ appartient à $(\mathcal{C})$;
- 3) Écrire une équation cartésienne de la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en A ;
- 4) Déterminer la position de la droite $(D) : 2x + y - 3 = 0$ par rapport au cercle $(\mathcal{C})$.

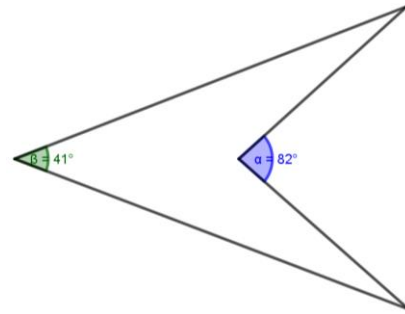
Chapitre 5 ANGLES INSCRITS ET POLYGONES REGULIERS**Leçon 1 ANGLE INSCRIT DANS UN CERCLE**Objectif pédagogiques

- Déterminer la mesure d'un angle inscrit défini par une corde et un point ;
- Reconnaître un angle inscrit défini par une corde et une demi-tangente, puis déterminer sa mesure.

Situation problème

Mr EBOGO est couturier au marché Mokolo à Yaoundé veut confectionner le col (col « v ») d'un vêtement, pour cela il utilise une pièce de tissu de forme triangulaire dont un angle au sommet mesure 41° . Il souhaite couper un morceau sous forme triangulaire suivant la base de l'angle 41° de sorte que l'angle au sommet ayant la même base avec le morceau de tissu initial soit 82° (c'est-à-

dire le double de l'angle initial 41°). Aide Mr EBOGO à réaliser son col.

Prérequis

- 1) Construire un cercle de centre O et de rayon 2cm ;
- 2) Construire un triangle ABC inscrit dans ce cercle ;
- 3) Nommer les angle $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BOC}$ et comparer les mesures ;
- 4) Si $\widehat{BOC} = 64^\circ$ quelle est la mesure de $\widehat{BAC}$?

Activités d'apprentissageActivité1

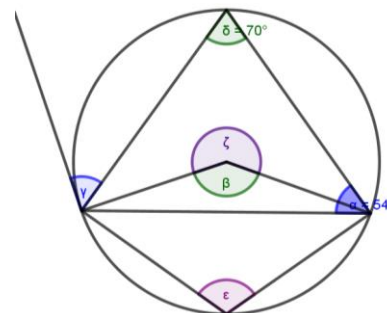
- 1) Construire un cercle de centre O et de rayon 3cm ;
- 2) Marquer les points A, B, C et D sur ce cercle tel que $AB = CD$;
- 3) Marque les points M et N n'appartenant pas ni à $\widehat{AB}$ ni $\widehat{CD}$ tel que $\widehat{AMB} = 32^\circ$;
- 4) Calcule $\widehat{AOB}$ et déduire $\widehat{COD}$;
- 5) Quelle sont les mesures des angles $\widehat{ANB}$, $\widehat{CMD}$, $\widehat{CND}$?
- 6) En déduire que $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ et conclure.

Activité2

Observer la figure ci-contre

$$\widehat{\delta} = 70^\circ, \widehat{\alpha} = 54^\circ$$

- 1) Quel est la mesure de l'angle $\widehat{\gamma}$?
- 2) Calculer $\widehat{\beta}$;
- 3) En déduire $\widehat{\zeta}$ puis $\widehat{\epsilon}$;
- 4) En s'inspirant de 1) et 2) exprimer $\widehat{\epsilon}$ en fonction de $\widehat{\delta}$;
- 5) Conclure.

Résumé

- Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est le double de celle de l'angle inscrit ;

- Dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure ;
- Deux angles inscrits qui interceptent les arcs de même longueur ont la même mesure.

Exercice d'application

- 1) Soit ABC un triangle équilatéral et O son centre de gravité. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$
- 2) Soit PQR un triangle dont $\widehat{PQR} = 50^\circ$ et $\widehat{PRQ} = 75^\circ$; soit I le centre du cercle circonscrit du triangle PQR.
 - a. Déterminer $\widehat{RPQ}$ et en déduire $\widehat{RIQ}$;
 - b. Soit M un point de l'arc $\widehat{RQ}$; calcule $\widehat{RMQ}$

Leçon 2 Quadrilatère convexe inscriptible dans un cercle et polygones réguliers

Objectif pédagogiques

- Reconnaître un quadrilatère croisé ou convexe inscriptible dans un cercle ;
- Justifier qu'un quadrilatère est inscriptible ;
- Construire des polygones réguliers d'au plus 12 côtés.

Situation problème

Le patriote camerounais Ali veut réaliser le drapeau de son pays, mais il a un problème de réaliser l'étoile d'or au cœur du drapeau. Aide Ali à réaliser cette étoile.

Prérequis

- 1) Construire un triangle équilatérale ABC ;
- 2) Construire un cercle circonscrit au triangle ABC ;
- 3) Placer un point D sur le cercle (C) et appartenant à la médiatrice du segment [AC] ;
Que peut-on dire du quadrilatère ABCD ?
- 4) Placer deux autre points E et F sur le cercle (C) et appartenant respectivement à la médiatrice du segment [AB] et du segment [BC]
Quel est la nature de la figure AEBFCD ?

Activités d'apprentissages

Activité1

- 1) Placer deux points A et B tel que $AB = 5\text{cm}$;
- 2) Placer un point O sur la médiatrice de segment [AB] ;
- 3) Placer deux autres points quelconques C et D tel que $OC = OD = OB$;
- 4) Tracer le cercle de centre O et de rayon OA ;
- 5) Que peut-on dire du quadrilatère ABCD ?

Activité2

- 1) Tracer un segment QA et longueur 6cm et construire sa médiatrice (D) le coupant en O ;
- 2) Construire le cercle de diamètre QA et coupant (D) en deux dont l'un est M ;
- 3) Placer un point I milieu du segment [QO] et un autre point J sur le segment [OA] tel que $IM=IJ$;
- 4) Construire la médiatrice du segment [OJ] et coupant le cercle (c) aux points B et E ;
- 5) Placer deux autres point C et D sur le cercle (C) tel que $AB=BC=CD$;
- 6) Donner la nature de la figure ABCDE ;
- 7) Montrer que $\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{5}$;
- 8) En déduire la construction de tout polygone régulier.

Résumé

- Un polygone régulier est un polygone qui a tous ses côtés de même longueur et tous ses angles de même mesure ;
- Si un polygone est régulier, alors il est inscriptible dans un cercle. Le centre du cercle est appelé *centre du polygone* ;
- Si un polygone est régulier, alors la mesure de chaque angle au centre interceptant un côté du polygone est égale à : $\frac{360^\circ}{n}$ où n est le nombre de côté du polygone.

Exercice d'application

- 1) Construire un Octogone régulier ABCDEFGH ;
- 2) Construire un décagone régulier ABCDEFGHIJ ;
- 3) En déduire deux pentagones réguliers.

Chapitre 6 PRODUIT SCALAIRE DE DEUX VECTEURS DU PLAN**Leçon 1 Présentations du produit scalaire**Objectif pédagogiques

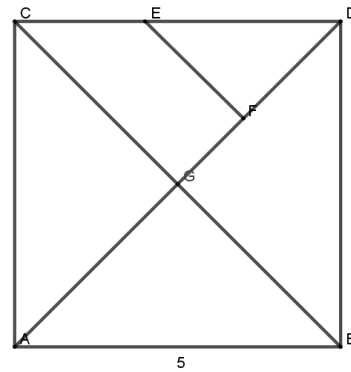
- Calculer le produit scalaire de deux vecteurs à partir de leurs normes et leur angle ou à partir des projetés orthogonaux.
- Calculer la norme d'un vecteur en utilisant le produit scalaire.
- Manipuler les règles de calcul avec le produit scalaire.
- Déterminer l'expression du produit scalaire ou d'une norme dans une base orthonormée.

Situation problèmePrérequis

Observe la figure ci-contre

ABCD est un carré tel que $AB = 5\text{cm}$.

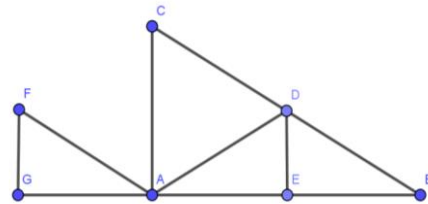
- 1) Quel est la mesure de l'angle $\widehat{DAB}$?
- 2) Calculer AD ;
- 3) On pose $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ et $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$;
 - a. Justifier que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$;
 - b. Calculer $\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \cos(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})})$;
 - c. En déduire l'expression de $\vec{u} \cdot \vec{v}$ en fonction de $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ et $\cos(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})})$
- 4) Donner l'expression de $\vec{u} \cdot \vec{w}$

Activités d'apprentissagesActivité1

ABC est un triangle rectangle en A, $\text{mes}\widehat{AMC} = 30^\circ$ et $AB = 4\text{cm}$

- 1) Calculer BC ;
- 2) Calculer $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$;
- 3) Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = AB \times AE$;
- 4) Placer un point F symétrique de D par rapport à (AC) et G symétrique

de E par rapport à A. Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AF} = -AB \times AG$

Activité2

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de plan et $(\vec{i}, \vec{j})$ une base orthonormée du plan ;

- 1) a) Développer $(\vec{u} - \vec{v})^2$
 b) En déduire que $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} [\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - (\vec{u} - \vec{v})^2]$
- 2) On pose $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$;
 - a) Exprimer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ en fonction de x, y, x' et y' ;
 - b) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{i}$ et $\vec{u} \cdot \vec{j}$.
 - c) Calculer $\vec{u}^2$

Exercice d'application

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de plan tel que $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = \sqrt{3}$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{13}$

- a) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$
- b) Déterminer la mesure principale de l'angle $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$
- c) Calculer $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$, $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (2\vec{u} - \vec{v})$ et $(2\vec{u} - \vec{v})^2$

Leçon 2 Relations métriques

Objectif pédagogiques

- Caractériser un triangle rectangle par des relations métriques ;
- Calculer la mesure d'un angle d'un triangle connaissant les longueurs de ses trois côtés ;
- Calculer la longueur d'une médiane d'un triangle.
- Calculer l'aire d'un triangle ou le rayon de son cercle circonscrit.

Situation problème

Prérequis

Soit ABC un triangle tel que $AB = 5$, $AC = 6$ et $BC = 7$

1. Donner l'expression de $\vec{AC} \cdot \vec{AB}$;
2. Placer un point I milieu [BC] et justifier que $\vec{IC} + \vec{IB} = \vec{0}$;
3. On suppose que le triangle ABC est rectangle en A et H le projeté orthogonal de A sur (BC)
 - a) Justifier que $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \vec{BA} \cdot (\vec{BA} + \vec{AC})$ et en déduire que $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \vec{BA}^2$;
 - b) Donner l'expression du produit scalaire $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ et en déduire que $BA^2 = BH \times BC$

Activités d'apprentissages

Activité1

ABC un triangle tel que $AB = 4$, $AC = 5$ et $BC = 7$

1. a) Développer $(\vec{AC} - \vec{AB})^2$;
 b) En déduire que $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$;
 c) calculer $\cos \hat{A}$ et en déduire $\sin \hat{A}$.
2. Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC) et $\mathcal{A}$ l'aire du triangle ABC
 - a. Exprimer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC ;
 - b. En déduire que $\mathcal{A} = \frac{1}{2} AC \times BC \times \sin \hat{C} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \hat{B}$;
 - c. De a) et b) montrer que $\frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AB \times AC \times BC}{2\mathcal{A}}$
3. Soit (C) un cercle de centre O circonscrit au triangle ABC et le point D symétrique de C par rapport à O ;
 - a. Donner la nature du triangle BCD ;
 - b. Justifier que $\sin \hat{A} = \sin \hat{D}$;
 - c. Montre que $\sin \hat{A} = \frac{BC}{2R}$ et en déduire que $2R = \frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{BC}{\sin \hat{A}}$;
4. De 2.c) et 3.c) en déduire que $\frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AB \times AC \times BC}{2\mathcal{A}} = 2R$.

Activité2

1. Construire un triangle ABC et marquer un point I milieu de [BC] ;
2. a) Développer $(\vec{AI} + \vec{IB}) \cdot (\vec{AI} + \vec{IC})$;
 b) En déduire que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AI^2 - \frac{BC^2}{4}$;
3. a) Montrer que $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AI}$;
 b) Développer $(\vec{AB} + \vec{AC})^2$;
 c) En déduire que $AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$;

Exercice d'application

ABC est un triangle tel que $AB = 5$, $AC = 7$ et $\widehat{A} = 60^\circ$

- 1) Calcule la longueur exacte de BC ;
- 2) Calculer la longueur exacte de chacune des médianes de ce triangle ;
- 3) Calculer $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$;
- 4) En déduire le rayon du cercle circonscrit à ce triangle et l'aire de ce triangle ;

Résumé

- Relations d'Al-Kashi :

ABC est un triangle d'aire $\mathcal{A}$. On note R le rayon de son cercle circonscrit. On a :

- ✓ $\mathcal{A} = \frac{1}{2} AC \times BC \times \sin \widehat{C} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \widehat{A} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \widehat{B}$;
- ✓ $\frac{AB}{\sin \widehat{C}} = \frac{AC}{\sin \widehat{B}} = \frac{BC}{\sin \widehat{A}} = \frac{AB \times AC \times BC}{2\mathcal{A}} = 2R$;
- ✓ $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \widehat{A}$;

- Théorème de la médiane

ABC désigne un triangle et I le pied de la médiane issue de A. On a :

- ✓ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AI^2 - \frac{BC^2}{4}$;
- ✓ $AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$;

Chapitre 7 ANGLES ORIENTES ET TRIGONOMETRIE**Leçon 1 Mesure d'un angle orienté sur un cercle trigonométrique dans un plan orienté**Objectif pédagogiques

- Calculer la longueur d'un arc intercepté par un angle au centre sur un cercle ;
- Déterminer des couples de vecteurs qui forment le même angle orienté ;
- Convertir en radian, la mesure en degré d'un angle non orienté ;
- Déterminer une mesure d'un angle orienté.

Prérequis

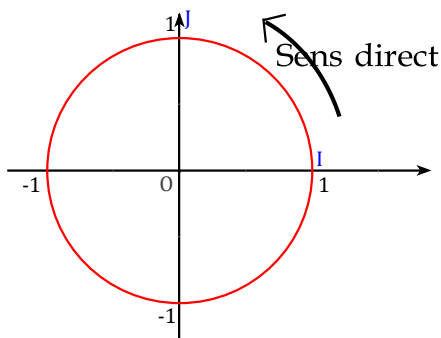
Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) , $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

- 1) Placer les points M et N dans le repère (O, I, J) ;
- 2) Déterminer la mesure de l'angle $(\vec{OI}, \vec{OM})$ et celle de l'angle $(\vec{OI}, \vec{ON})$;
- 3) Justifier que $mes(\vec{OI}, \vec{OM}) \neq mes(\vec{OI}, \vec{ON})$.

Activités d'apprentissages

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) , l'unité graphique 2cm.

- 1) Tracer un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon OI ;
- 2) Justifier qu'il y a deux possibilité de placer un point M sur le cercle $(\mathcal{C})$ tel que $mes(\vec{OI}, \vec{OM}) = 30^\circ$;
- 3) Placer ces points M en désignant par M_1 et M_2 ;
- 4) Donner le sens au angles $(\vec{OI}, \vec{OM}_1)$ et $(\vec{OI}, \vec{OM}_2)$
- 5) a) Peut-on dire que $mes(\vec{OI}, \vec{OM}_1) = mes(\vec{OI}, \vec{OM}_2)$? justifier votre réponse ;
b) En déduire $mes(\vec{OI}, \vec{OM}_2)$ en fonction de $mes(\vec{OI}, \vec{OM}_1)$.
- 6) On pose $180^\circ = \pi$ rad et on dit valeur en radian de 180° ;
a) Donner la valeurs en radian de chacun des angles : 45° , 60° et 90°
b) En déduire la mesure en radians de chacun des angles $(\vec{OI}, \vec{OM}_1)$ et $(\vec{OI}, \vec{OM}_2)$.
- 7) a) Calculer le périmètre du cercle $(\mathcal{C})$;
b) En déduire la longueur de l'arc $\widehat{IM}$.

Résumé

- Le cercle **trigonométrique** est le cercle de centre O et de rayon 1 sur lequel on a choisi un sens de parcours appelé sens direct (qui est le sens inverse des aiguilles d'une montre).

- La valeur en radians de la mesure θ° d'un angle est égale à $\frac{\theta\pi}{180}$
- La longueur d'un arc intercepté par un angle centre de mesure θ en radian sur un cercle de rayon R est égale à $R\theta$;

Exercice 1 ; 3 et 7 page 58

Exercice d'application

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) , l'unité graphique 2cm.

$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de rayon OI

- 1) Donner la mesure en degré des angles $\frac{2\pi}{3}$, $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{2}$
- 2) Placer deux points M et N sur le cercle $(\mathcal{C})$ tel que $(\widehat{\vec{OI}, \vec{OM}}) = \frac{2\pi}{3}$ et $(\widehat{\vec{OI}, \vec{ON}}) = -\frac{\pi}{4}$
- 3) Placer un point P sur le cercle $(\mathcal{C})$ tel que $(\widehat{\vec{ON}, \vec{OP}}) = \frac{\pi}{2}$;
- 4) Déterminer la mesure en radian de l'angle $(\widehat{\vec{OM}, \vec{OP}})$.
- 5) Calculer le périmètre du cercle $(\mathcal{C})$ et en déduire la longueur de l'arc $\widehat{MN}$

Leçon 2 Mesure principale d'un angle orienté et point image d'un réel sur un cercle trigonométrique

Objectif pédagogiques

- Déterminer la Mesure principale d'un angle orienté ;
- Placer sur le cercle trigonométrique le point image d'un réel donné.
- Exprimer par lecture graphique et en utilisant les symétries, les lignes trigonométriques des angles de mesures : $-x$; $\pi \pm x$; $x \pm 2\pi$; $\frac{\pi}{2} \pm x$.

Prérequis

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) , l'unité graphique 2cm. $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de rayon OI

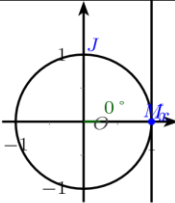
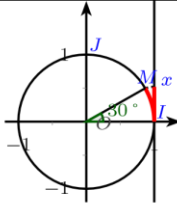
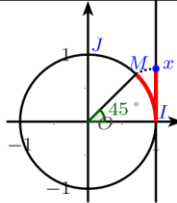
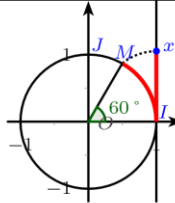
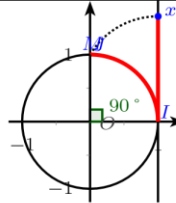
- 1) Donner la mesure en degré des angles orientés de mesure en radians $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{4\pi}{3}$ et $\frac{11\pi}{6}$
- 2) Placer le cercle $(\mathcal{C})$ les points M, N et P tel que $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM}) = \frac{3\pi}{4}$, $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{ON}) = \frac{4\pi}{3}$ et $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OP}) = \frac{11\pi}{6}$
- 3) Déterminer la mesure en radians puis en degré de chacun des angles $(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OM})$ et $(\overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OM})$

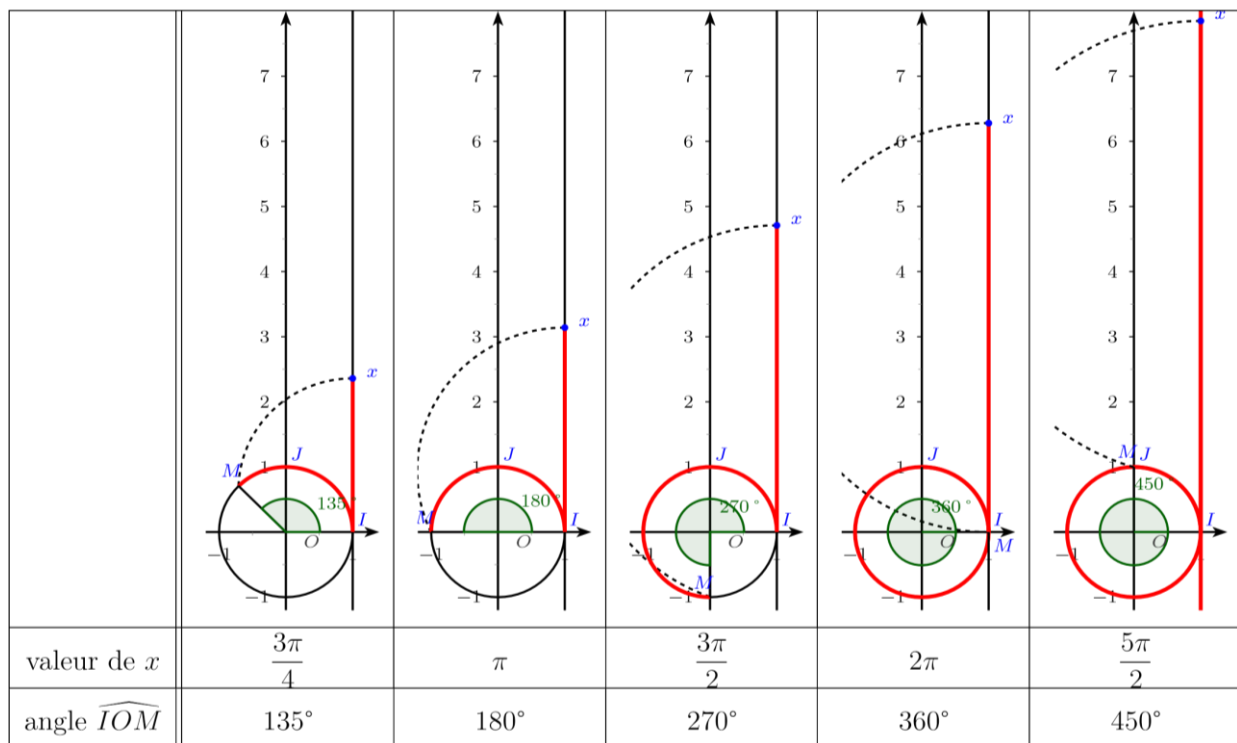
Activités d'apprentissages

L'unité graphique est 3cm. Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J)

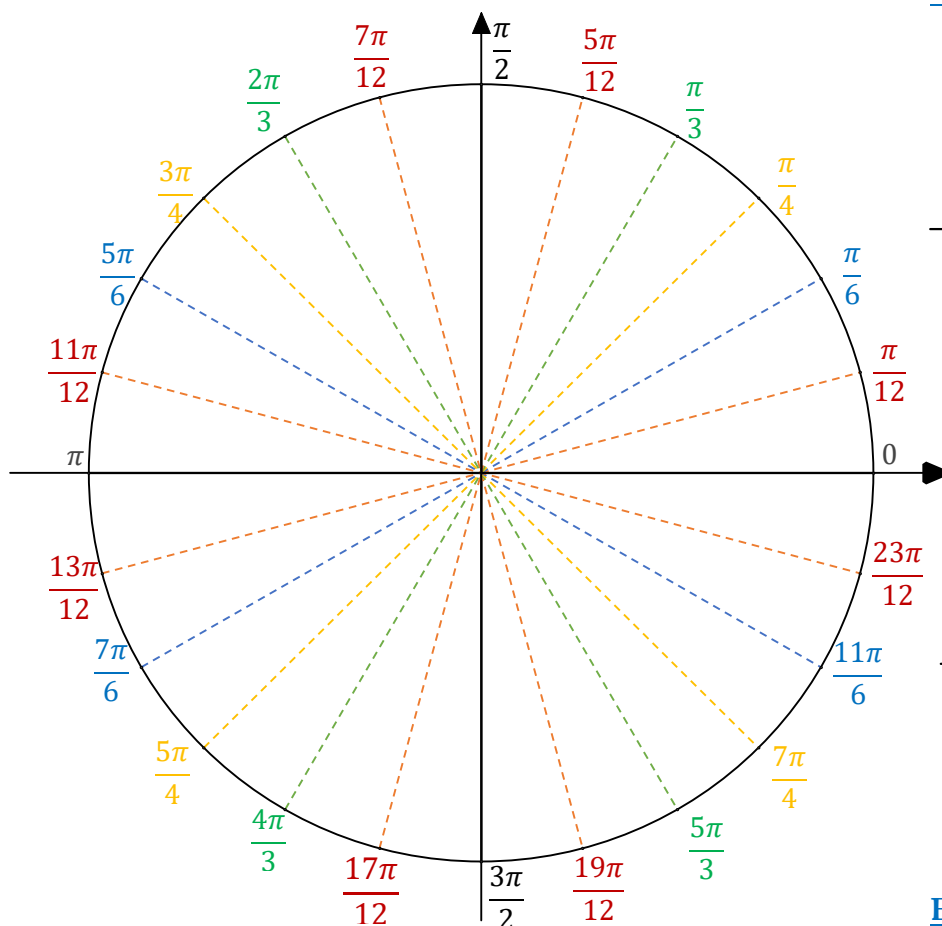
- 1) Construire un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et rayon OI ;
- 2) a) Placer les points M $\left(\frac{\pi}{3}\right)$, N $\left(\frac{7\pi}{3}\right)$, P $\left(-\frac{\pi}{4}\right)$, Q $\left(\frac{7\pi}{4}\right)$ et R $\left(\frac{13\pi}{3}\right)$ sur le cercle $(\mathcal{C})$;
 b) Que peut-on dire de $\frac{\pi}{3}$ pour les angles orientés des mesures $\frac{7\pi}{3}$ et $\frac{13\pi}{3}$ et de $-\frac{\pi}{4}$ pour l'angle orienté de mesure $\frac{7\pi}{3}$;
- 3) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés de mesure $\frac{14\pi}{3}$ et $\frac{19\pi}{4}$.

Résumé

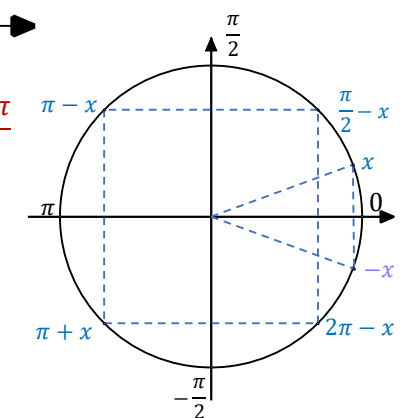
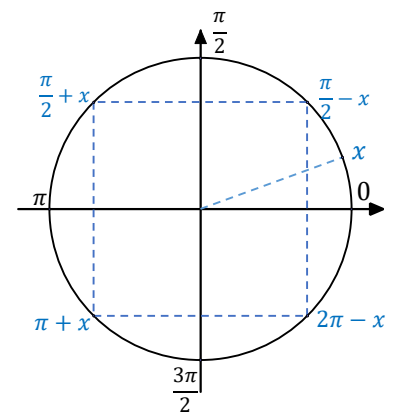
					
valeur de x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
angle $\widehat{IOM}$	0°	30°	45°	60°	90°



Images de quelques points sur un cercle trigonométrique



Exercice d'application



Exercice 8 et 11 page 58

Exercice d'application

- Déterminer pour chaque nombre, la mesure principale de l'angle orienté dont une mesure en radians est : 301π , $\frac{11\pi}{12}$, $-\frac{51\pi}{12}$, $\frac{563\pi}{3}$ et $\frac{2019}{4}$
- Placer les points images des réels 301π , $\frac{11\pi}{12}$, $-\frac{51\pi}{12}$, $\frac{563\pi}{3}$ et $\frac{2019}{4}$ sur un cercle trigonométrique.

Leçon 3 Cosinus, sinus et tangente d'un angle orienté

Objectif pédagogiques

- Repérer sur les axes convenables le cosinus, le sinus et la tangente d'un réel ;
- Déterminer et exploiter les relations liant le cosinus et le sinus ou le cosinus et la tangente d'un réel ;

Prérequis

L'unité graphique est 3cm. Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J)

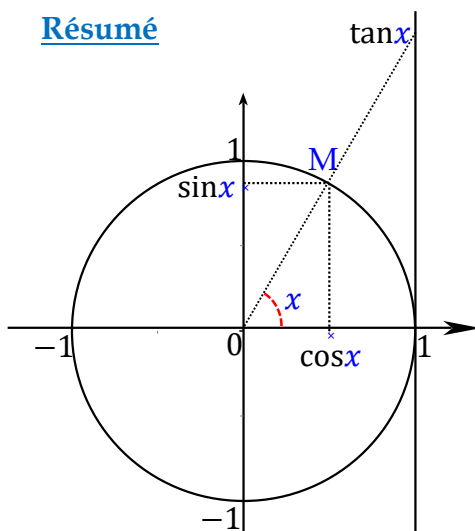
- 1) Tracer un cercle trigonométrique et placer un point $M(\alpha)$ ($\alpha \in]0; \frac{\pi}{2}[$) sur ce cercle ;
- 2) Placer un point H projeté orthogonal de M sur (OI) ;
- 3) Placer un point K projeté orthogonal de M sur (OJ) ;
- 4) Exprimer $\cos(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM})$ en fonction de OH et $\sin(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM})$ en fonction de OK ;
- 5) En déduire l'expression de $\tan(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM})$.

Activités d'apprentissages

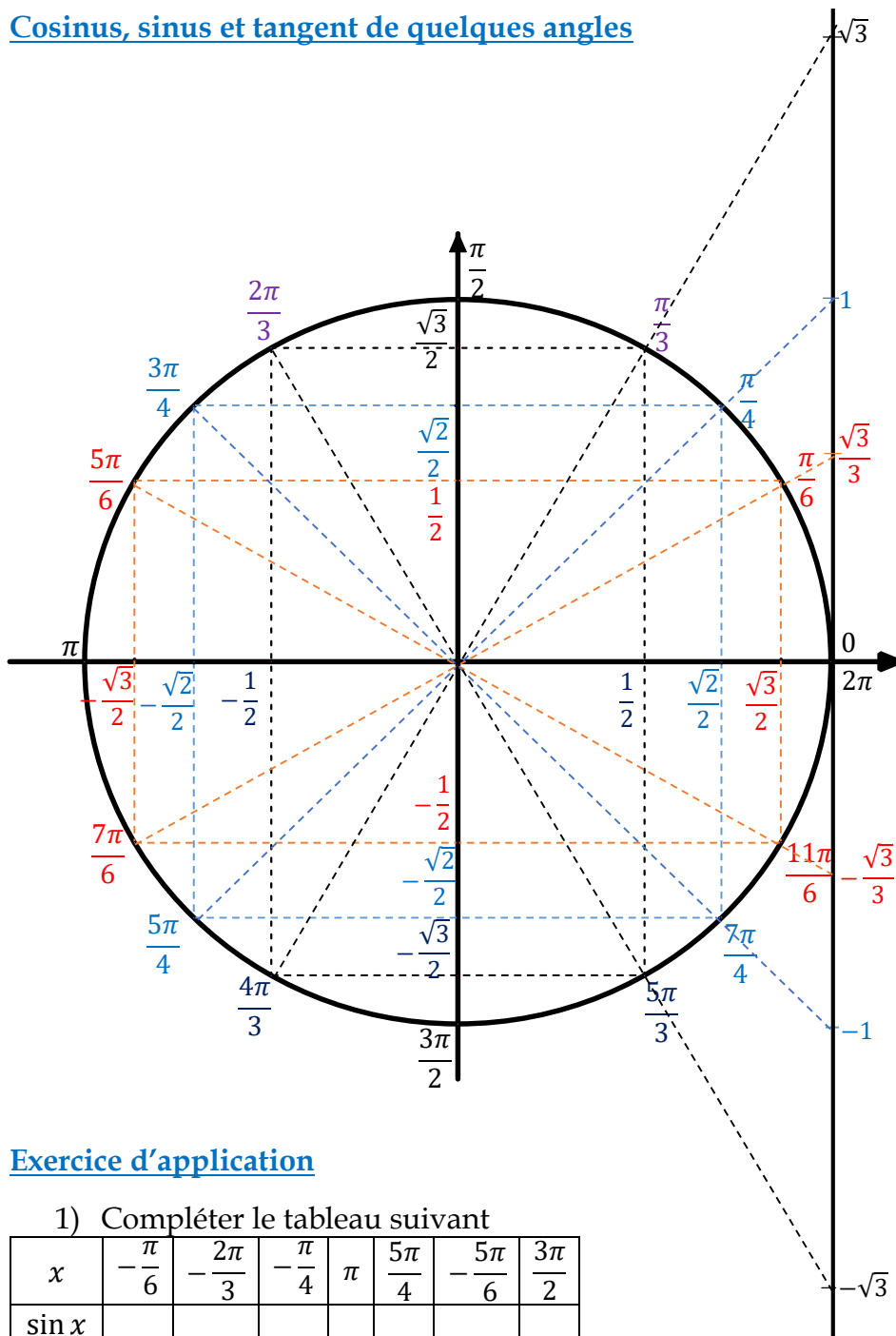
L'unité graphique est 3cm. Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J)

- 1) Placer les points $M(\frac{\pi}{3})$, $N(\frac{\pi}{6})$ et $P(\frac{\pi}{4})$ sur un cercle trigonométrique ;
- 2) Construire le projeté orthogonal H de M sur (OI) et le projeté orthogonal K de N sur (OJ) ;
- 3) a) Vérifier que le point H est le milieu du segment [OI] et montrer que $\cos \frac{\pi}{3} = \cos(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM}) = \frac{1}{2}$;
b) En déduire que $\sin \frac{\pi}{3} = \sin(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 4) a) Vérifier que le point K est le milieu du segment [OJ] et montrer que $\sin \frac{\pi}{6} = \sin(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{ON}) = \frac{1}{2}$;
b) En déduire que $\cos \frac{\pi}{6} = \cos(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{ON}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 5) a) Marquer de points R et S projetés orthogonaux de P sur (OI) et (OJ) respectifs ;
b) Vérifier que ARPS est un carré et en déduire que $\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \cos(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OP}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- 6) On pose $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ ou $(\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2 = 1$;
a) Déterminer les valeurs de $\sin \theta$ sachant que $\cos \theta = -\frac{1}{2}$;
b) En déduire les valeurs de θ en radians et les placer sur le cercle trigonométrique.

Résumé



- Soit x un nombre réel et M son image sur le cercle trigonométrique.
l'abscisse du point M est appelé **cosinus** du nombre réel x
l'ordonnée du point M est appelé **sinus** du nombre réel x .
- Pour tout réel x ,
 $-1 \leq \cos(x) \leq 1, -1 \leq \sin(x) \leq 1, \cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- Pour tout réel $x \neq \pm \frac{\pi}{2}$,
 $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

Cosinus, sinus et tangent de quelques anglesExercice d'application

1) Compléter le tableau suivant

x	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin x$							
$\cos x$							
$\tan x$							

Exercice 14 ; 15 ; 18 ; 21-26 et 29 page 59

Chapitre 8 TRANSFORMATIONS DU PLAN**Leçon 1 Symétrie orthogonale, symétrie centrale et translation**Prérequis

ABC est un triangle, O un point quelconque et (D) une droite passant par O;

1. Construire les points A', B' et C' symétriques des points A, B et C respectifs par rapport à O ;
2. Construire les points A'', B'' et C'' symétriques des points A', B' et C' respectifs par rapport à (D);
3. Compléter les tableaux ci-dessous

S_0 	(AB)	[AB]	(ABC)	$\widehat{ABC}$	$S_{(D)}$ 	(A'B')	[A'B']	(A'B'C')	$\widehat{A'B'C'}$

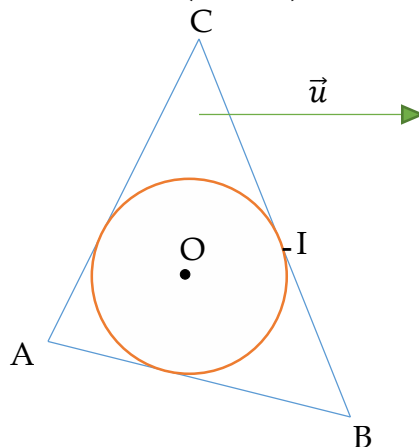
Activités d'apprentissagesActivité1

ABC est un triangle tel que $AB = 5\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$ et $\text{mes}(\widehat{AB}, \widehat{AC}) = \frac{\pi}{3}$; I milieu du segment [AB] et (C) est un cercle de centre Ω circonscrit au triangle ABC.

1. Faire la figure et construire le point O symétrique de I par rapport à la droite (BC);
2. a) Construire les points A' et B' symétriques des points A et B par rapport à O et en déduire la nature du quadrilatère ABA'B';
b) Justifier que les points A' et B' appartiennent au cercle (C') symétrique de (C) par rapport à O ;
3. Construire la droite (T) tangente à (C) et à (C') et marque un point E sur (T) tel que B', A' et E soient alignés;
4. a) Construire le point D symétriques des points B' par rapport à (T) ;
b) Justifier que le triangle B'DE est un triangle isocèle ;
5. a) Construire le point F symétriques des points E par rapport à (B'D) ;
b) Justifier que F, I et le milieu de [AC] sont alignés
6. On pose $O\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right)$, $M\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$ $M'\left(\begin{smallmatrix} x' \\ y' \end{smallmatrix}\right)$ dans un repère orthonormé (O, I, J) tel que M' est symétrique de M par rapport à O.
Exprimer alors x' et y' en fonction de a, b, x et y .

Activité2

Sur la figure ci-contre (C) est un cercle de centre O et de rayon 1,5cm inscrit dans un triangle ABC ; $\vec{u}$ un vecteur du plan ; $\text{mes}(\widehat{AB}, \widehat{AC}) = \frac{5\pi}{12}$.



1. Construire les points A' , B' , C' , I' et O' images respectives des points A , B , C , I et O par la translation du vecteur $\vec{u}$;
2. Construire le cercle $(\mathcal{C}')$ de centre O' passant par I' ; quel est son rayon ?
3. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Objet initial	ABC	$(\mathcal{C}')$	(BC) tangent à $(\mathcal{C}')$ en I	$(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$
Image par la translation de vecteur $\vec{u}$ et nature				

4. Donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{A'B'}; \overrightarrow{A'C'})$;
5. Que représente le cercle $(\mathcal{C}')$ pour le triangle $A'B'C'$?
6. On pose $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $M' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dans un repère orthonormé (O, I, J) tel que M' est l'image de M par la translation du vecteur $\vec{u}$.
 - a) Donner un représentant du vecteur $\overrightarrow{MM'}$;
 - b) Exprimer alors x' et y' en fonction de x et y .

Résumé

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . Soit $O \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ un point fixé et $\vec{u} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ un vecteur du plan $\mathcal{V}$, $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $M' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux points et $(\mathcal{D})$ une droite d'un plan $\mathcal{P}$.

- L'application de $\mathcal{P}$ dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que O est le milieu du segment $[MM']$ est appelée **symétrie centrale de centre O** et notée S_O .

On a : $M' = S_O(M)$ équivaut à $\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM}$ équivaut à $\begin{cases} x' = -x + 2a \\ y' = -y + 2b \end{cases}$

Ce système est appelé **expression analytique de la symétrie centrale de centre A**

- L'application du plan $\mathcal{P}$ dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que $(\mathcal{D})$ est la médiatrice du segment $[MM']$ est la **symétrie orthogonale** par rapport à $(\mathcal{D})$ et notée $S_{(\mathcal{D})}$

On a : $M' = S_{(\mathcal{D})}(M)$ équivaut à $(\mathcal{D})$ est la médiatrice du segment $[MM']$;

Si $M \in (\mathcal{D})$, $S_{(\mathcal{D})}(M) = M$ et si $S_{(\mathcal{D})}(M) = M$ alors $M \in (\mathcal{D})$.

- Si $(\mathcal{D}) = (OI)$, alors $M' = S_{(OI)}(M)$ équivaut à $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$;
- Si $(\mathcal{D}) = (OJ)$, alors $M' = S_{(OJ)}(M)$ équivaut à $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$;
- Si $(\mathcal{D}) = (\Delta)$ où $(\Delta): y = x$, alors $M' = S_{(\Delta)}(M)$ équivaut à $\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$;

Les trois systèmes sont appelés **expression analytique de la symétrie orthogonale d'axe $(\mathcal{D})$**

- La **translation du vecteur $\vec{u}$** est l'application du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

On note $t_{\vec{u}}$. On a : $M' = t_{\vec{u}}(M)$ équivaut à $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ équivaut à $\begin{cases} x' = x + \alpha \\ y' = y + \beta \end{cases}$;

- Les symétries et les translations conservent la nature géométrique des configurations planes : les longueurs. Elles conservent aussi l'alignement des points, les milieux des segments, le parallélisme des droites et le contact entre deux configurations planes.

Fiche de travaux dirigés

Exercice1

L'unité de longueur est le centimètre ;

Soit le triangle ABC tel que $AB = 8, AC = 5$ et $\widehat{(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})} = \frac{\pi}{3} \text{radian}$. Soit I le milieu du segment [BC], J le milieu du segment [AC] et g le centre de gravité du triangle ABC.

1. Réaliser la figure ;
2. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre A et de rayon 4 .
 - a. construire l'image $(\mathcal{C}')$ de $(\mathcal{C})$ par $S_{(BC)}$;
 - b. Préciser son centre ;
3. Construire l'image EFH du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{BJ}$;
4. Construire l'image EFH du triangle ABC par la symétrie centrale de centre G.

Exercice2

Dans un repère orthonormé (O, I, J) du plan, on considère la droite (Δ) d'équation $y = -2x$ et les points $A(1; -2), B(-2; 3)$ et $C(1; -4)$.

1. Construire les points A', B' et C' images des point A, B et C par la symétrie orthogonale d'axe (Δ) et en déduire les coordonnées du point A ;
2. Soit $M(x; y)$ un point d'image $M'(x'; y')$ par la symétrie $S_{(\Delta)}$. on désigne par I le milieu de $[MM']$.
 - a. Exprimer les coordonnées de I en fonction de x, x', y et y' ;
 - b. Déterminer une relation (1) reliant x, y, x', y' sachant que $I \in (\Delta)$;
 - c. Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{v}$ de (Δ) et du vecteur $\overrightarrow{MM'}$ en fonction de x, x', y et y' ; En déduire une relation (2) reliant x, x', y et y' sachant que $\overrightarrow{MM'}$ est orthogonal à $\vec{v}$;
 - d. En utilisant les relation (1) et (2) exprimer x' et y' en fonction x et y ;
3. Calculer les coordonnées des points B et C.

Exercice3

Sur la figure ci-dessous (D) et (Δ) sont deux droites sécantes en un point A et $\vec{u}$ un vecteur du plan ;

1. Reproduire la figure et construire les images (D') et (Δ') , de (D) et (Δ) par $t_{\vec{u}}$;
2. Démontrer que (D') et (Δ') sont sécantes en un point O et montrer que O est l'image de A par $t_{\vec{u}}$;
3. Compléter : se deux droites sont sécantes en point A, alors leurs images par une translation $t_{\vec{u}}$ sont. ...en....image de....par....
4. Vérifie que la propriété énoncée ci-dessus reste vraie si on remplace translation par symétrie centrale ou orthogonale.

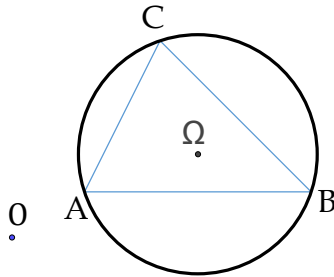
Leçon 2 Homothéties

Prérequis

- ABCD est un parallélogramme tel que $AB = 3\text{cm}$, $AC = 2\text{cm}$ et $(\widehat{AB}, \widehat{AC}) = \frac{\pi}{3}$
1. Construire les points A_1 , B_1 et C_1 images des points A, B et C par rapport à D ;
 2. Construire les points A' , B' et C' images des points A_1 , B_1 et C_1 par la translation des vecteurs $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CD}$ respectifs ;
 3. Donner la nature du quadrilatère $A'B'C'D$ et en déduire que $\overrightarrow{DA'} = 2\overrightarrow{AD}$.

Activité d'apprentissage

Sur la figure ci-dessous ABC est un triangle, $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre Ω ;

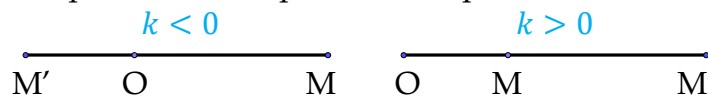


1. a) Construire les points A' , B' , C' et Ω' images du point O par rapport aux points A, B, C et Ω respectifs ;
b) En déduire la construction du cercle $(\mathcal{C}')$ circonscrit au triangle $A'B'C'$;
2. Justifier que $\overrightarrow{OA'} = 2\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB'} = 2\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC'} = 2\overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{O'\Omega'} = 2\overrightarrow{O\Omega}$;
3. En déduire que :
a) $\overrightarrow{A'B'} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A'C'} = 2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{B'C'} = 2\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{A'\Omega'} = 2\overrightarrow{A\Omega}$; $\text{mes}(\widehat{AB}, \widehat{AC}) = \text{mes}(\widehat{A'B'}, \widehat{A'C'})$;
b) $(AB) \parallel (A'B')$, $(AC) \parallel (A'C')$ et $(BC) \parallel (B'C')$; $(\mathcal{C}')$ est un cercle de rayon $2A\Omega$;
4. En déduire la nature et les éléments caractéristique de la transformation du plan qui transforme ABC en $A'B'C'$ et $(\mathcal{C})$ en $(\mathcal{C}')$;

Résumé

Soit O un point du plan k un nombre réel non nul.

- On appelle **homothétie de centre O et de rapport k** l'application du plan dans lui-même que à tout point **M** du plan associe le point **M'** tel que $\overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{OM'}$. On note $h_{(O,k)}$.



- ✓ Le centre O d'une homothétie est son unique point invariant ;
 - ✓ Si $M' = h_{(O,k)}(M)$ alors les points O, M et M' sont alignés ;
 - ✓ Si A' et B' sont les images de A et de B par une même homothétie de rapport k, alors $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$
- Par une homothétie de rapport k
- L'image d'une droite est une droite qui lui est parallèle ;
 - L'image d'un segment $[AB]$ est un segment $[A'B']$ tel que $A'B' = kAB$;
 - L'image d'un cercle de rayon r est un cercle de $|k| \times r$;
 - L'image d'une figure d'aire $\mathcal{A}$ est une figure de même nature et d'aire $|k| \times \mathcal{A}$;
- Les homothéties **conservent l'alignement des points, le milieu d'un segment, les angles orientés, le parallélisme et l'orthogonalité des droites** ;
- Le plan est muni d'un repère (o, i, j) ; soit $\Omega \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $M' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ trois points du plan, k un nombre réel non nul ; $M' = h_{(\Omega,k)}(M)$ se et seulement si $\begin{cases} x' = kx + (1-k)a \\ y' = ky + (1-k)b \end{cases}$

Leçon 3 Rotations

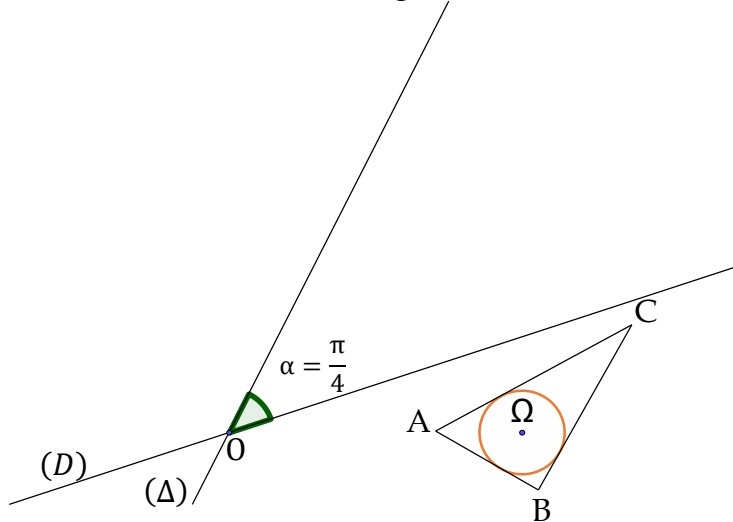
Prérequis

O est un point du plan, AB est un segment de longueur 3cm ;

1. Construire deux points A' et B tel que $\text{mes}(\widehat{OA, OA'}) = \text{mes}(\widehat{OB, OB'}) = \frac{\pi}{6}$;
2. Vérifier que $\text{mes}(\widehat{AB, A'B'}) = \frac{\pi}{6}$ et en déduire que $AB=A'B'$

Activité d'apprentissage

Sur la figure ci-dessous ABC est un triangle, (C) est un cercle de centre Ω ;



1. a) Construire les points A_1, B_1, C_1 et Ω_1 images des points A, B, C et Ω respectives par rapport à la droite (D) ;
 b) Construire les points A', B', C' et Ω' images des points A_1, B_1, C_1 et Ω_1 respectives par rapport à la droite (Delta) ;
 c) construire le triangle A'B'C' et son cercle inscrit (C') ;
2. a) Vérifier que $\text{mes}(\widehat{OA, OA'}) = \text{mes}(\widehat{OB, OB'}) = \text{mes}(\widehat{OC, OC'})$; $OA = OA', OB = OB'$;
 b) En déduire que $\text{mes}(\widehat{AB, AC}) = \text{mes}(\widehat{A'B', A'C'})$ et $AB = A'B', AC = A'B', BC = B'C'$;
3. En déduire la nature et les éléments caractéristique de la transformation du plan qui transforme ABC en A'B'C' et (C) en (C') ;

Résumé

➤ Soit O un point du plan et α un nombre réel appartenant à l'intervalle $]-\pi; \pi]$.

On appelle **rotation de centre O et d'angle α** l'application du plan dans lui-même qui à tout point M du plan associe un point M' tel que :

- Si $M = O$ alors $M' = O$;
- Si $M \neq O$ alors $OM' = OM$ et $\text{mes}(\widehat{OM, OM'}) = \alpha$; on note $R(O, \alpha)$;

✓ Le seul point invariant par une rotation d'angle non nul est le centre de cette rotation.

➤ Si A et B sont deux points quelconque d'images A' et B' par une rotation r d'angle α , alors $AB=A'B'$ et $\text{mes}(\widehat{AB, A'B'}) = \alpha$;

➤ Toute rotation transforme :

- ✓ Une droite en une droite, une demi droite en une demi droite ;
- ✓ Un segment en un segment de même longueur ;
- ✓ Un cercle en un cercle de même rayon ;

➤ Les rotations conservent le milieu d'un segment, les angles orientés, le parallélisme et l'orthogonalité des droites ;

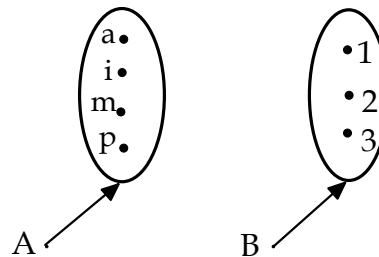
Exercices 1 ; 2 ; 5 ; 8 ; 13 ; 14 ; 17 page 113-114

Chapitre 9 FONCTIONS NUMÉRIQUES D'UNE VARIABLE RÉELLE**Leçon 1 Notion de Fonctions et Applications**Prérequis

Batify a quatre livres comme suit : un livre d'Anglais (a), un livre d'informatique (i), un livre de Mathématiques (m) et un livre de Physique (p) ; Et une étagère à trois rangés numérotées 1, 2 et 3 dans laquelle il peut ranger ses livres selon son choix.

On désigne par $A = \{a, i, m, p\}$ l'ensemble des quatre livres et $B = \{1, 2, 3\}$ l'ensemble des trois rangés de l'étagère ;

- 1) a) Batify est-il obligé de ranger tous ses livres dans l'étagère ?
b) s'il décide de ranger trois livres seulement, donne une façon qu'il peut le faire ;
- 2) Reproduire le schéma ci-dessous puis indiquer à l'aide des flèches de ranger ses livres dans l'étagère ;



- 3) Y-a-t-il d'autre façon en dehors de celle que vous venez d'indiquer ? Faire les schémas correspondants.

Activité d'apprentissage

Pour organiser une soirée de gala, un groupe d'élève de la classe de second C, doivent louer des appareils de sonorisation où ils devront choisir l'une des deux options suivantes :

Option A : payer une caution de 10000F et en suite payer 1300F par heure.

Option B : payer 2300F par heure ;

On désigne par x le nombre d'heure qu'ils vont faire.

- 1) a) Exprimer le prix $p(x)$ à payer en fonction de x pour chacune des deux options;
b) Calcule le prix $p(x)$ pour le nombre x des heures suivantes : $5h$, $9h$ et $13h$;
- 2) Donner l'ensemble dans lequel x prend ses valeurs ;
- 3) Ce groupe d'élève ont payés 24300F, quel est le nombre d'heure qu'ils ont fait ?
- 4) Pour combien ces deux options sont égales ?

Résumé

- Soient A et B deux ensemble non vides ;
 - On appelle **fonction de A vers B**, toute correspondance qui à chaque élément de A associe **un** ou **aucun élément de B** ;
 - On appelle **application de A vers B**, toute correspondance qui à chaque élément de A associe **un et un seul élément de B** ;
 - Toute **application de A vers B** est une **fonction de A vers B** ;
- Si f est une fonction de A vers B qui à x associe $f(x)$, on écrit :
 - A est l'ensemble de **départ** et B l'ensemble **d'arrivée** de f ;
 - x est la **variable** et $f(x)$ est **l'image** de x par f ;
 - Si $y = f(x)$ alors x est un **antécédent** de y par f ;
- On appelle **ensemble de définition** d'une fonction f de A vers B, l'ensemble des éléments de qui ont une image par f on le note D_f ;

- Si l'ensemble d'arrivée d'une fonction f est une partie de $\mathbb{R}$, on dit que f est une **fonction numérique** ;
- Si l'ensemble de départ d'une fonction numérique f est une partie de $\mathbb{R}$, on dit f est une **fonction numérique de la variable réelle**.

Exemples :

- Soient f et g deux fonctions définies sur un ensemble non vide A . on dit que f et g sont égales sur A lorsque pour tout élément de A $f(x) = g(x)$.

Exercice

On considère la fonction $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

1. a) Déterminer la condition d'existence d'une valeur numérique de $f(x)$;
b) En déduire l'ensemble de définition de f ;
2. Déterminer les images par f des réels : 2 ; 3 ; -1 et $\frac{1}{2}$;
3. Déterminer les antécédents par f des réels 1 et 4 ;

Exercices 1 ; 9 page 169

Leçon 2 Etude graphique d'une fonction

Prérequis

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J) .

On considère la fonction $f(x) : [-3; 3] \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto x^2 - 3$.

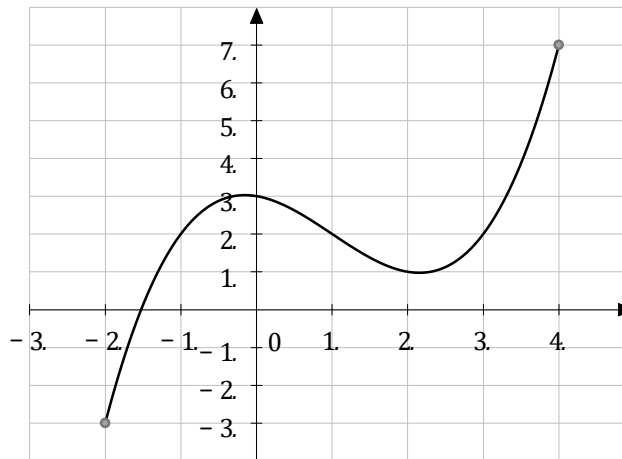
- 1) Quel est l'ensemble de définition de f ?
- 2) Compléter le tableau ci-dessous

Valeurs de x	-3	-2	-1	0	1	2	3
Images de x par f ($f(x)$)							

- 3) En utilisant les données du tableau ci-dessus placer tous les points de coordonnées $(x, f(x))$ dans le repère (O, I, J) et tracer la courbe passant par tous ces points ;
- 4) Que peut-on dire de cette courbe ?

Activité d'apprentissage

Observe la courbe de la fonction f ci-dessous



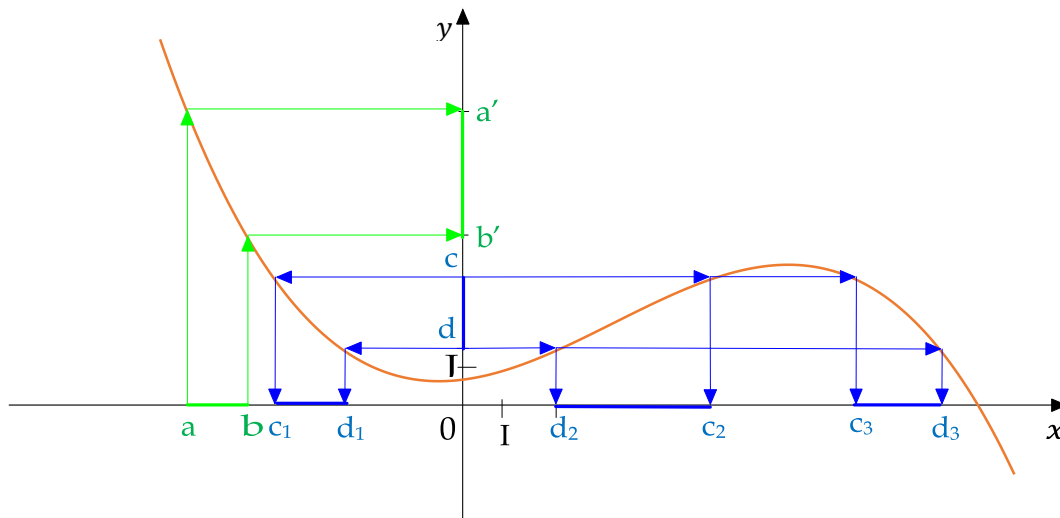
- 1) Quel est l'ensemble de définition de D_f de f ?
- 2) Trouver l'image par f des réels suivants : -2 ; 0 ; 2 et 4 ;
- 3) Trouve tous les antécédents des réels 2 et 4 par f ;
- 4) Peut-on trouver l'image de l'intervalle $[-2; -1]$? si oui déterminer ;
- 5) Déterminer l'antécédent de l'intervalle $]2; 4]$

Résumé

Le plan est muni d'un repère.

- Soit f une fonction numérique d'une variable réelle, D son ensemble de définition ;
 - On appelle **représentation graphique de f** ou encore **courbe représentative de f** noté $(\mathcal{C}_f)$ ou $(\mathcal{C})$, l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$ où x est un élément de D_f ;
 - Pour tout point $M(x; y)$ du plan, M appartient à $(\mathcal{C}_f)$ si et seulement si $y = f(x)$;
- Soit la fonction $f : A \rightarrow B$
 $x \mapsto f(x)$ E une partie de A et F une partie de B ;
 - Pour tout x élément de A , si x admet une image par f alors cette image est unique ;
 - Pour tout y élément de B , si y admet d'antécédent par f , alors il peut avoir un ou plusieurs ;
 - On appelle image direct de E par f , l'ensemble des images de tous les éléments de E par f ; on note $f(E)$ exemple sur la courbe ci-dessous l'i

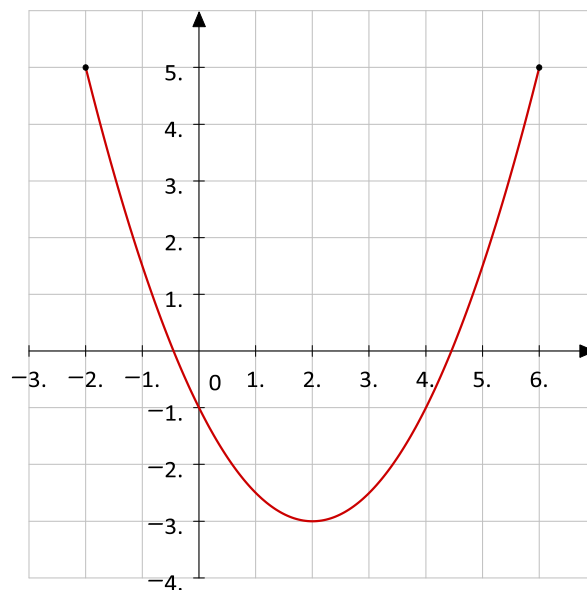
- On appelle image réciproque de F par f , l'ensemble des antécédents de tous les éléments de F par f ; on note $f^{-1}(F)$;
- Sur la figure ci-dessous
 - ✓ L'image de l'intervalle $[a; b]$ est l'intervalle $[a'; b']$;
 - ✓ L'antécédent de l'intervalle $[c; d]$ est la réunion d'intervalles $[c_1; d_1] \cup [c_2; d_2] \cup [c_3; d_3]$



Exercice

Sur la figure ci-dessous, est représenté la courbe d'une fonction numérique f .

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de D_f de f ;
- 2) a) Déterminer l'image directe des réels -1 ; 2 et 6 par f ;
b) Déterminer l'image directe des intervalles $[-2; 0]$ et $]3; 5[$ par f ;
- 3) a) Déterminer l'image réciproques des réels -1 ; 0 et 3 par f ;
b) Déterminer l'image réciproques des intervalles $[-3; -1]$ et $]3; 5[$ par f ;



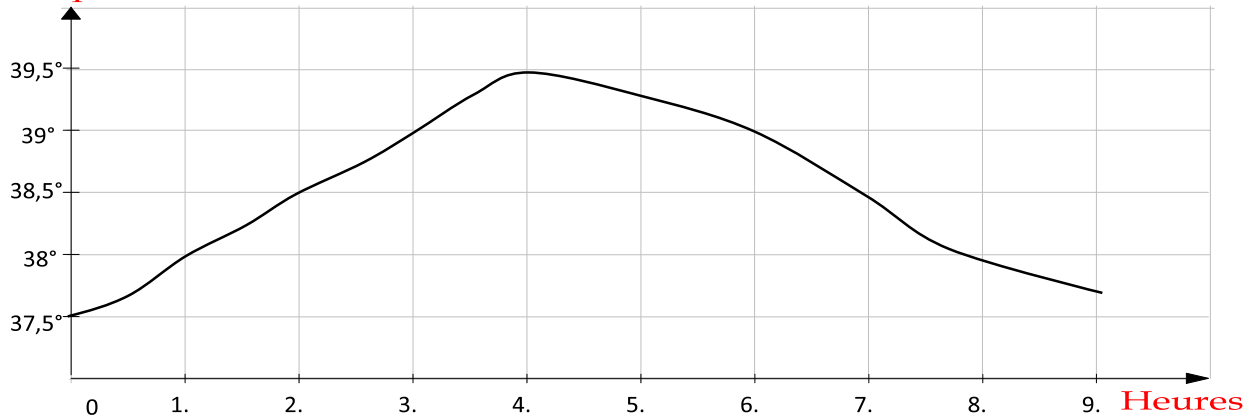
[Exercices 10 ; 14 et 15 page 169-170](#)

Leçon 3 Variation d'une fonction

Prérequis

La courbe ci-dessous donne l'évolution de la température corporelle d'un enfant qui fait de la fièvre en fonction de l'heure durant les 9 premières heures de la journée.

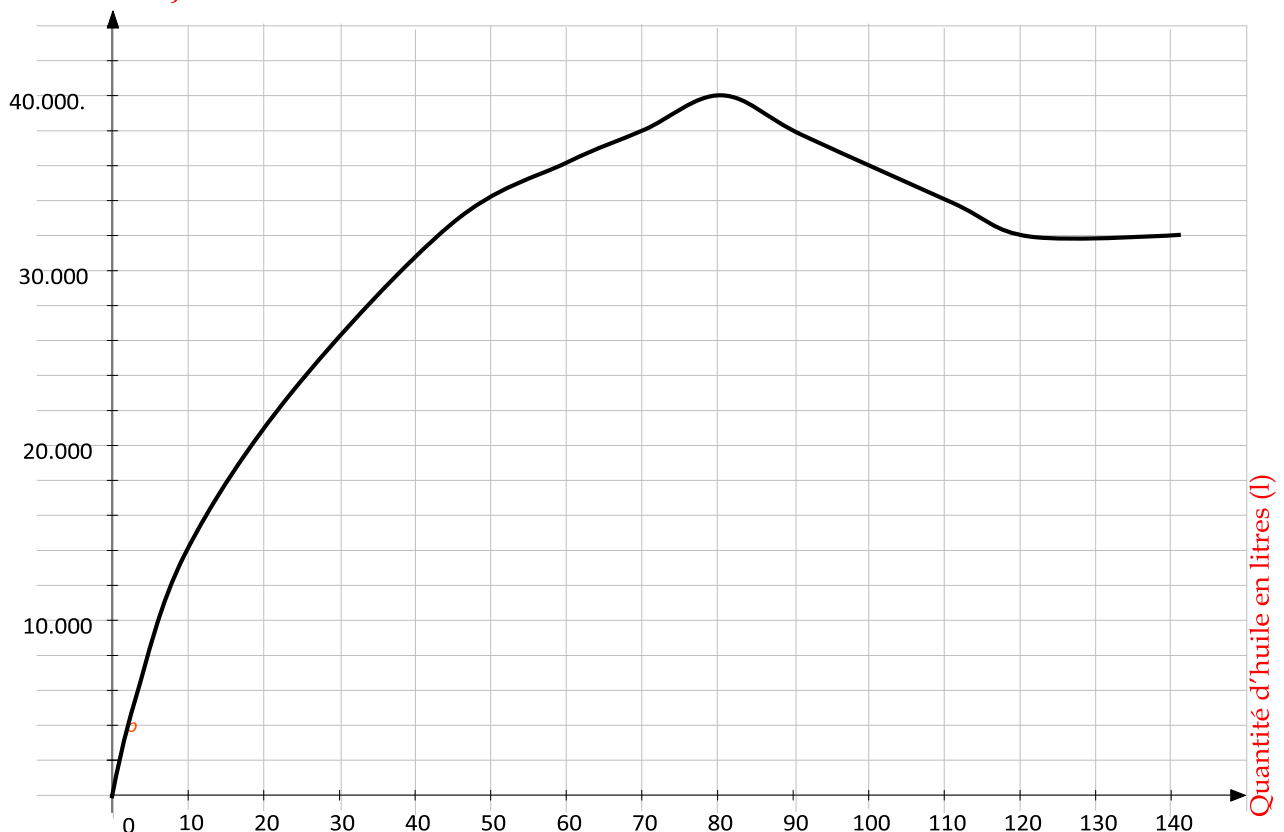
Températures



- 1) Quelle était la température de l'enfant à 1h ?
- 2) A quelle heure l'enfant chauffait plus ? quelle était sa température à cette heure ?
- 3) Comment évolue la température de l'enfant entre 0h et 4h ?
- 4) Que peut-on dire de la température de l'enfant à 9h par rapport à sa température à 4h ? quelle était sa valeur à 9h ?
- 5) Comment évolue donc la température de cet enfant entre 4h et 9h ?

Activité d'apprentissage

Recette journalière en FCFA



La courbe ci-dessus représente la recette journalière d'une commerçante de vente d'huile de palme.

- 1) Quelle est sa recette journalière maximale ? précisez la quantité d'huile vendu pour cette recette.
- 2) Comment varie la recette journalière de cette commerçante lorsque la quantité d'huile augmente :
 - a) Entre 0 et 80 litres ;
 - b) Entre 80 et 120 litres ;
 - c) Entre 120 et 140 litres.
- 3) Recopier et compléter le tableau ci-dessous de la gauche vers la droite à l'aide des flèches orientés dans le même sens de variation que la courbe de la recette journalière de cette commerçante.
- 4) On admet que la courbe ci-dessus est celle d'une fonction f définie par $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto f(x)$
 - a) Quel est l'ensemble de définition D_f de f ?
 - b) Déterminer graphiquement $f(10)$ et $f(70)$, et calculer $\frac{f(70)-f(10)}{70-10}$;
 - c) Déterminer graphiquement $f(90)$ et $f(110)$, et calculer $\frac{f(110)-f(90)}{110-90}$;
 - d) Déterminer graphiquement $f(120)$ et $f(140)$, et calculer $\frac{f(140)-f(120)}{140-120}$;
 - e) Que constatez-vous des résultats des questions 4 a) 4 b) et 4 c) ?
- 5) Recopier et compléter le tableau ci-dessous en joignant les nombres de la deuxième ligne, de la gauche vers la droite par des flèches orienter dans le même sens de variation que le coût de la recette journalière dans chaque intervalle.

x	0	80	120	140
$f(x)$	40000			
			32000	32000

Résumé

Soit f une fonction numérique d'une variable réelle définie sur un ensemble D , I un intervalle de D . soit a et b deux éléments de D tel que a et b sont dans I .

- Si pour tout x élément de D on a $f(x) \leq f(a)$, on dit que $f(a)$ est le maximum de f sur D ;
- Si pour tout x élément de D on a $f(b) \geq f(x)$, on dit que $f(b)$ est le minimum de f sur D ;
- f est croissante ou strictement croissante sur I si et seulement si :

- La courbe de f est ascendante sur I ;
- Pour tout a et b de I , $b - a$ et $f(b) - f(a)$ sont de même signe ;
- Le taux d'accroissement est positif :

$$\text{pour tout } a \text{ et } b \text{ de } I \text{ tel que } b > a, \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \geq 0 \text{ ou } \left(\frac{f(b)-f(a)}{b-a} > 0 \right);$$

- f est décroissante strictement décroissante sur I si et seulement si :

- La courbe de f est descendante sur I ;
- Pour tout a et b de I , $b - a$ et $f(b) - f(a)$ sont de signe contraire;
- Le taux d'accroissement est négatif :

$$\text{pour tout } a \text{ et } b \text{ de } I \text{ tel que } b > a, \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \leq 0 \text{ ou } \left(\frac{f(b)-f(a)}{b-a} < 0 \right);$$

x	a	b
$f(x)$	a'	b'

x	a	b
$f(x)$	a'	b'

➤ f est constante sur I si :

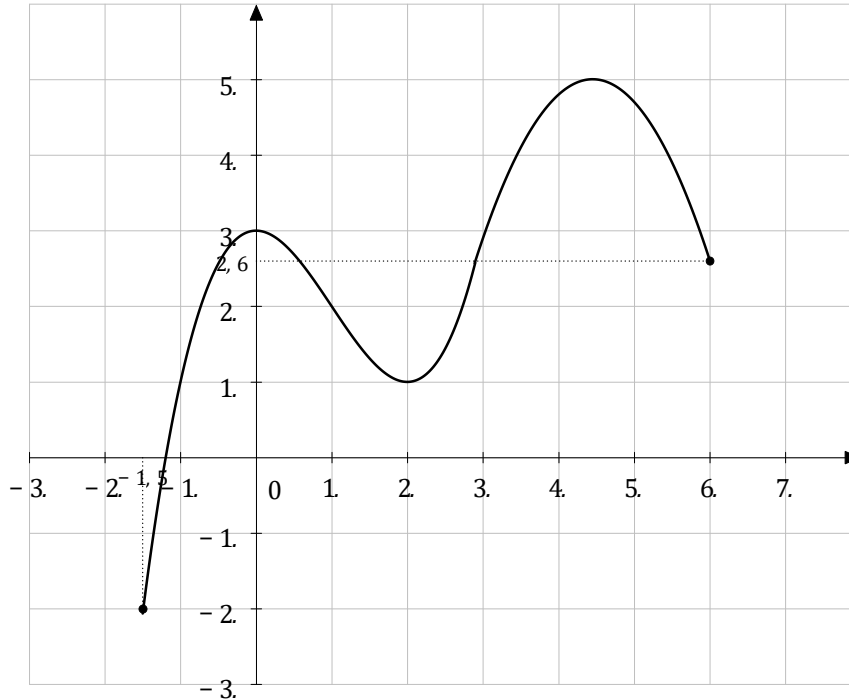
- pour tout a et b de I , $f(b) = f(a)$;
- Le taux d'accroissement est nul : pour tout a et b de I , $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = 0$;

x	a	b
$f(x)$	$a' \longrightarrow b'$	

➤ f est monotone sur I si f est soit croissante sur I soit f décroissante sur I ;

Exercice d'application

Observe la figure ci-dessous



1. Donner l'ensemble de définition D de f ;
2. Déterminer graphiquement les réels x tels que : $f(x) = 1$ et $f(x) = 3$;
3. Déterminer graphiquement l'ensemble des réels x tels que : $f(x) \geq 1$ et $f(x) < 3$;
4. Donner le tableau de signe de la fonction f ;
5. Suivant les valeurs de x , dresser le tableau de variations de la fonction f ;
6. Préciser les intervalles où f est croissante ou décroissante ;
7. Déterminer le maximum de f sur D , ainsi que la valeur où il est atteint ;
8. Déterminer le minimum de f sur D , ainsi que la valeur où il est atteint ;

[Exercices 15 ; 20 ; 22 ; 23 page 170-171](#)

Leçon 4 Etude des fonctions élémentaires

Prérequis

Soit f une fonction numérique de la variable réelle définie par $f: [-3,3] \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto ax^2$

- 1) Quel est l'ensemble de définition de f ?
- 2) Recopie et complète le tableau suivant

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

- 3) Dresser les tableaux de variation de f pour $a = 2$ et pour $a = -2$;
- 4) Tracer la courbe de f pour chacun des tableaux de variation;

Activités d'apprentissages

Activité1

Soit f une fonction numérique de la variable réelle définie par $f: [-3,3] \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto ax^3$

- 1) Recopie et complète le tableau suivant

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

- 2) Dresser les tableaux de variation de f pour $a = 2$ et pour $a = -2$;
- 3) Tracer la courbe de f pour chacun des tableaux de variation;

Activité2

Soit f une fonction numérique de la variable réelle définie par $f: [-3,3] \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{a}{x}$

- 1) Peut-on calculer $f(0)$? justifier ; en déduire l'ensemble de définition de f ;
- 2) Recopie et complète le tableau suivant

x	-3	-2	-1	1	2	3
$f(x)$						

- 3) Dresser les tableaux de variation de f pour $a = 1$ et pour $a = -1$;
- 4) Tracer la courbe de f pour chacun des tableaux de variation;

Activité3

Soit f une fonction numérique de la variable réelle définie par $f: [-3,3] \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \sqrt{ax}$

- 1) Donner l'ensemble de définition de f pour $a > 0$ et pour $a < 0$;
- 2) a) Recopie et complète le tableau suivant $a = 3$

x	0	1	2	3
$f(x)$				

En déduire le tableau de variation de f ;

- b) Recopie et complète le tableau suivant $a = -3$

x	-3	-2	-1	0
$f(x)$				

En déduire le tableau de variation de f ;

- 3) Tracer la courbe de f pour chacun des tableaux de variation;

Résumé

Chapitre

10

ORGANISATION ET GESTION DES DONNEES

STATISTIQUE

Leçon

1

TABLEAUX DES EFFECTIFS ET
FREQUENCES CUMULES.

Prérequis

Activité d'apprentissage

Une enquête est menée sur le nombre d'enfants des familles d'un village a donné le résultat suivant :

Modalités (Nombre d'enfants)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectifs (Nombre de familles)	10	15	40	20	12	10	9	6	3	1
Effectifs cumulés croissants										
Effectifs cumulés décroissants										
Fréquence en pourcentage (%)										
Fréquence cumulées croissantes										
Fréquence cumulées décroissantes										

- 1) Combien de famille où on retrouve au plus quatre enfants ? ;
- 2) Combien de famille où on retrouve au moins 6 enfants ?
- 3) Quel est le pourcentage des familles où on retrouve moins de 3 enfants ?

RESUME

Le mode d'une série statistique est la modalité qui a l'effectif le plus élevé.

Exemple : pour la série statistique ci-dessus le mode est :

- On peut avoir plusieurs modes dans une série statistique.
- Si les modalités d'une série statistique sont des nombres le caractère est di **quantitatif**

Exercices
4 page 65
1 page 67

Prérequis

Activité d'apprentissage

Pour toutes les questions on suppose qu'un élève égale à une concession ?

- 1) Combien des filles habitent chez-vous ?
- 2) Quel est le nombre des concessions qui ont moins de 3 filles ?
- 3) Quel est le nombre des concessions qui ont plus ou égale à 3 filles ?
- 4) Complète le reste de tableau
- 5) Quel est nombre moyen des filles par concession ?

Nombre des filles dans une concession	0	1	2	3	4	Total
Nombre des concessions						
Nombre des concessions × Nombre des filles						

NB : les réponses aux questions 1,4 seront résumées dans le tableau ci-dessus

RESUME

Dans une série statistique à caractère quantitatif la moyenne de la série est donnée par :

$$\bar{x} = \frac{\text{somme des produit des modalités par son effectif}}{\text{Effectif total}}$$

Exemple La moyenne de la série statistique précédente est :

$$\bar{x} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Exercices
1 ; 2 page 65
2 page 69

Leçon 1

REGROUPEMENT EN CLASSE DE MEME AMPLITUDE

Prérequis

Activité d'apprentissage

- 1) Quel âge as-tu ?
- 2) Complète la troisième ligne de tableau

Classes (intervalle des âges) x_i	[14; 15[	[15; 16[	[16; 17[	[17; 18[	Total
Effectifs (nombre d'élèves) n_i					
Centres des classes (ou intervalles) c_i	14,5				
- 3) Quelle est l'intervalle où les âges des élèves se trouvent plus ?
- 4) Calcule l'âge moyen des élèves.
- 5) Quel est le pourcentage des élèves dont leurs âges sont compris entre 14 et 15 ans
- 6) Complète donc la quatrième ligne de tableau.

RESUME

Si les données d'une série statistique sont regroupées sous forme des intervalles $[a; b[$, ces intervalles sont appelés classes

- L'amplitude d'une classe est le nombre $b - a$.
- Le centre d'une classe est le nombre $\frac{a+b}{2}$.
- La classe modale est la classe qui a le plus grand effectif.
- La moyenne se calcule avec les centres des classes suivant la formule : $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \times c_i}{N}$

Exe
2 ; 3 p

EXEMPLES

Représentons la série par un diagramme circulaire et par un diagramme à bande

Classes x_i	[14; 15[	[15; 16[	[16; 17[	[17; 18[	Total
Effectifs n_i					
Mesure d'angle					

- Diagramme circulaire
- Diagramme à bande