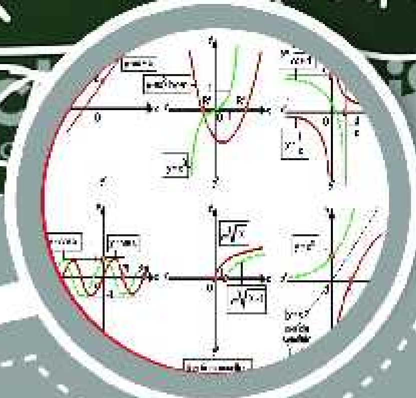
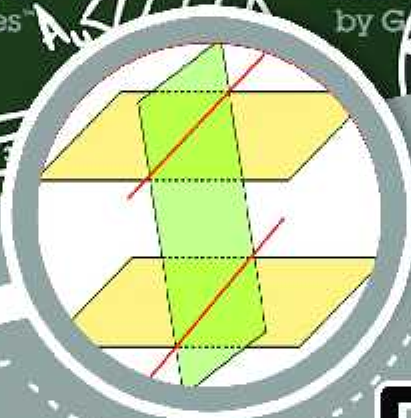
MATHEMATIQUES en 2nde C

100% GRATUIT





EXERCICES

Des exercices de savoir, savoir-faire, et savoir-etre après chaque leçon

COURS

Cours détaillés et illustrés selon l'Aproche Par Compétence (APC)

NOUVEAU PROGRAMME

Cours et exercices selon le nouveau programme en vigueur

Groupe WhatsApp Les grandprofs de Maths

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage est l'œuvre des enseignants du groupe WhatsApp dénommé « Grandprofs de maths(GPM) ». Ce groupe a vu le jour le 12-05-2017. Cette collection est la mise en pratique de l'un de ses objectifs majeurs. Rendu à sa deuxième édition, c'est le fruit de près de trois mois de travail organisé par les administrateurs dans des sous-groupes (13 ateliers).

Destinés exclusivement à l'usage de l'enseignant, les documents de cette collection n'ont pas la prétention de remplacer les livres inscrits au programme par la haute hiérarchie, encore moins le cours de l'enseignant. Il vient juste en appuis à ces documents. Dans le fond et la forme, chaque chapitre de cette collection est conforme au nouveau programme et respecte la structure de l'APC pour les classes de la 6ème en première.

Cette deuxième édition doit son succès à un groupe d'enseignants de mathématiques exerçant dans toutes les régions du Cameroun. Une mention spéciale est à décerner aux administrateurs qui ont travaillé inlassablement pour mener le projet à bon port. Il s'agit de : *M. Guela Kamdem Pierre* , *M. Pouokam Léopold Lucien* , *M. Tachago Wabo Wilfried Anderson* et le fondateur du groupe *M. Ntakendo Emmanuel.* A ce dernier, nous devons toutes les couvertures de cette deuxième édition. Un coup de chapeau est à donner à certains enseignants qui ont fait de la réussite de ce projet, un objectif à atteindre pendant les vacances : ce sont les chefs d'ateliers. Nous avons *M. Siyapdje Henri* (6ème), *M.Joseph Fogang* (5ème), *M.Ngongang Nivel* (4ème), *M.Jidas Tchouan* (3ème), *M. Simplice Dongmo* (2ndeA$_4$), *M. Guela Kamdem Pierre* (2ndeC), *M. Tachago Wabo Wilfried Anderson* (1èreA$_4$), *M.*

Nguefo Takongmo ($1^{\text{ère}}$C), _M. Jidas Tchouan_ ($1^{\text{ère}}$D-TI), _M. Bayiha André Ghislain_ ($T^{le}A_4$), _M. Ouafeu Tokam Guy Paulin_ (T^{le} C) et _M. Nganmeni Konguep Hervé Battiston_ (T^{le} D-TI). Nous ne saurons terminer sans féliciter tous les acteurs principaux, ceux-là qui ont cru en ce projet et y ont consacré leur précieux temps non seulement dans la réalisation d'au moins l'un des 164 chapitres du projet mais aussi pour les critiques constructives qui ont permis d'optimiser la qualité des cours réalisés.

La perfection étant utopique, nous avons l'intime conviction et le ferme espoir que des éventuelles coquilles que pourrait contenir chacun des documents de cette collection rencontreront l'indulgente compréhension des utilisateurs. Pour ainsi dire, nous serons ouverts aux suggestions et critiques constructives.

Tous les enseignants voulant intégrer ce groupe WhatsApp ou désirant prendre part à la $3^{\text{ème}}$ édition qui débutera en Mai 2020 sont priés bien vouloir écrire à l'un des administrateurs ci-dessous : _M. Guela Kamdem Pierre_ (697 473 953 / 678 009 612), _M. Pouokam Léopold Lucien_ (696 090 236/ 651 993 749), _M. Tachago Wabo Wilfried Anderson_ (699 494 671) et _M. Ntakendo Emmanuel (_676 519 464).

Projet Grandprofs de math(GPM)
2èmeédition
Atelier 2ndeC

Table des matières

MODULE 1 : RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS

Chapitre : Calcul dans $\mathbb{R}$

Leçon 1 : Opérations dans $\mathbb{R}$

Objectif pédagogique : Découvrir les propriétés des nombres et les utiliser pour lire ou écrire, interpréter les informations comportant des chiffres. Pour réagit verbalement sur des informations comportant des chiffres.

Motivation : Chaque jour nous sommes appelés à utiliser les nombres pour : Déterminer un nombre entier de carreaux suffisant pour le revêtement total d'une surface. Déterminer les dates de coïncidence de deux marchés périodiques, les dimensions d'un terrain. Situer deux objets en mouvement rectiligne par rapport à un autre fixe. Partager des biens… Lire et interpréter un texte comportant des nombres : recette de cuisine ; prix des articles ; budget d'un État … Informer autrui d'un rabais, d'une hausse, d'une donnée météorologique …**Cette leçon donne des outils pour pouvoir le faire aisément.**

Prérequis :

1. Défini les ensembles suivant tout en donnant cinq nombres appartenant à chacun des ensembles : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$; $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$.
2. Ranger par ordre croissant les ensembles de la question 1.
3. Effectué les opérations suivantes en donnant le résultat sous la forme irréductible(A) et sous la forme $a+b\sqrt{2}$: $A=\frac{6}{5}+\frac{13}{7}\div 3$; $B=\sqrt{200}-23\sqrt{0{,}0036}+\sqrt{121}$.

I. 1. $\mathbb{R}$ et ses sous-ensembles.

Situation problème : Amina, est en classe de CM2, son frère Tamo en 5ème, leur grand sœur Ariane en classe de Première. Un jour leur maman enseignante de mathématiques pose la question suivante : « citer 5 nombres ».

- Amina : 12 ; 0 ; 15 ; $17{,}5$; $\frac{3}{5}$.
- Tamo : -7 ; 1267 ; $-37{,}5$; $\frac{15}{7}$; 36.
- Ariane : $15{,}3434$; $\frac{19}{10}$; $\sqrt{5}$; π ; -17.

Leur maman dit : « **vous avez tous raison sauf mais il faut classer ces nombres**» Aidez les enfants à classer les nombres en groupe d'entier naturel, d'entier relatif, de décimal relatif, de rationnel, irrationnel et réel.

Activité 1 :

On considère la partie décimale du nombre suivant : $x=0{,}108108108$.

1. Quel est sa période ? quelle est la longueur de sa période ? quel est le 12ème chiffre de cette partie, le 100ème chiffre.
2. Justifie que $1000x-x$ est un entier naturel.
3. En déduire la forme fractionnaire irréductible de x.

Activité 2 : ($\sqrt{2}$ est irrationnel)

1. Supposons que $\sqrt{2}$ soit rationnel et l'on peut supposer que la fraction $\frac{p}{q}$ est irréductible. Vérifier alors l'égalité $p^2=2q^2$.

2. Compléter le tableau suivant :

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	21	12	31	51	57	11
p^2															

En déduire que p est pair. On pose $p = 2n$ (n entier).
3. Montrer que : $q^2 = 2n^2$. En déduire que q est pair.
4. Les questions 1) 2) et 3) conduisent à une contradiction. Laquelle ? conclure alors.

Résumé 1 :

D1 : $\mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers naturels, **0 est le plus petit entier naturel, il n'y a pas de nombre plus grand que tous les autres.**

D2 : $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des entiers relatifs, **0 est à la fois positif et négatif**.

D3 : $\mathbb{D}$ est l'ensemble des nombres décimaux relatifs. Un nombre décimal se reconnaît par sa partie décimale finie· Un nombre décimal sous forme fractionnaire irréductible : le dénominateur n'est qu'un produit de 2 **et/ou** de 5 (le dénominateur est un produit de puissance de 2 et 5)

Exemple : 0,25 ; 23,457 ; -9,76 ; $\frac{73}{2}$; $\frac{3}{5}$ et $\frac{7}{20}$ sont des nombres décimaux. **Par contre** : $0{,}32323232\ldots$; $\frac{4}{37}$ n'est pas un nombre décimal sous forme fractionnaire. $\frac{17}{30}$ **n'est pas décimal** car $30 = 2 \times 5 \times 3$ n'est pas seulement multiple de 2 et 5. $\sqrt{2}$, π, n'appartiennent pas à l'ensemble $\mathbb{D}$.

D4 : $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres rationnels. Un nombre rationnel se reconnaît par sa **partie décimale infinie** et **périodique** (à partir d'un certain rang éventuellement).

Exemple : $0{,}32323232\ldots$; $0{,}108108108\ldots$; $24{,}324324324\ldots$ Mais $\frac{\sqrt{3}}{2}$; π, ne sont pas des nombres rationnels.

Remarque : On a : $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{D} \subseteq \mathbb{Q}$. Tous les nombres non rationnels sont dit irrationnel et donc appartiennent à un plus grand ensemble : l'ensemble des nombres réels noté $\mathbb{R}$.

I.2. Opérations dans $\mathbb{R}$

Activité 3:

1. Effectuer les opérations suivantes et donner les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{2+\frac{3}{7}+\frac{-12}{9}}{\frac{15}{2}+\frac{7}{13}\times 4} \qquad B = \frac{43}{441} + \left(\frac{2}{3}+\frac{5}{7}\right)^2$$

2. Montrer que $C = \sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}} = \sqrt{7{,}2}$ et $D = \sqrt{\sqrt{13}+1} \times \sqrt{\sqrt{13}-1} = 2\sqrt{3}$.
3. Ecrire sous la forme d'un quotient sans racine au dénominateur les nombre suivant :

$$H = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad I = \frac{2}{1+\sqrt{5}} \qquad J = \frac{1-\sqrt{7}}{2+\sqrt{11}}$$

Résumé 3 :

OPERATIONS AVEC DES PRODUITS	
Signe -	$a \times (-b) = (-a) \times b = -ab$ $(-a) \times (-b) = ab$
Produit nul	Dire qu'un produit est nul signifie qu'au moins l'un de ses facteurs est nul $a \times b = 0$ signifie que $a = 0$ ou $b = 0$
Simplification	Si $ac = bc$ (et $c \neq 0$), alors $a = b$
Produits remarquables	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

OPERATIONS AVEC DES QUOTIENTS	
Signe -	$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ et $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
Simplification	$\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$ (si $k \neq 0$)
égalité	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se traduit par : $ad = bc$
Addition	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ et $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$
Multiplication	$k \times \frac{a}{b} = \frac{ka}{b}$ et $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
Division	$\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$ et $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

OPERATIONS AVEC LES RACINES	
Notation $\sqrt{a}$	Soit a un nombre réel positif. $\sqrt{a}$ est le seul nombre positif **dont le carrée est égal à a.**
Règles de calcul.	• Pour tour réels positifs a et b, on a : $\sqrt{a^2} = a = (\sqrt{a})^2$ et $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$ (n entier, $n \geq 1$) • $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (avec $b \neq 0$) • $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a \text{ si } a \geq 0 \\ -a \text{ si } a \leq 0 \end{cases}$ • $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ • $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$
Equation $x^2 = a$	• Si $a > 0$, deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$ • Si $a = 0$, une solution : 0 ; • Si $a < 0$, aucune solution.

Exercices

EXERCICE 1 :

1- Un père partage 12.000 F entre ses quatre enfants : les trois premiers reçoivent respectivement $\frac{2}{5}, \frac{1}{4}$ et $\frac{1}{6}$ du total. Combien reste-t-il pour le dernier ?

2- Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible, la fraction : $a = \dfrac{\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - 1}{\frac{5}{3} - \frac{11}{8} + \frac{7}{12}}$.

EXERCICE 2 :

1) Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible, si cela est possible, les nombres suivants :

$a = 12{,}23$; $b = 25{,}1212121\ldots\ldots$; $c = 321{,}34252365\ldots\ldots$

2) Montrer, à l'aide du raisonnement par l'absurde, que $\sqrt{3}$ est un nombre irrationnel.

EXERCICE 3 :

Effectuer les opérations suivantes et donner le résultat sous la forme la plus réduite :

$A = \left(\frac{4}{8} - \frac{11}{24}\right) \times \left(2 - \frac{4}{3}\right)$ $\quad B = \dfrac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}}$ $\quad C = \dfrac{2\sqrt{6} - 5}{3\sqrt{6} - 1}$ $\quad E = \left(\sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$

Classe : Seconde C **Séquence : 1** **Durée : 110min**

MODULE 1 : RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS

Chapitre : Calcul dans $\mathbb{R}$

Leçon 2 : Ordre et valeur absolue

Objectif pédagogique : Découvrir les propriétés des nombres et les utiliser pour lire ou écrire, interpréter les informations comportant des chiffres. Pour réagit verbalement sur des informations comportant des chiffres.

Motivation : Chaque jour nous sommes appelées à utiliser les nombres pour : Déterminer un nombre entier de carreaux suffisant pour le revêtement total d'une surface. Déterminer les dates de coïncidence de deux marchés périodiques, les dimensions d'un terrain. Situer deux objets en mouvement rectiligne par rapport à un autre fixe. Partager des biens… Lire et interpréter un texte comportant des nombres : recette de cuisine ; prix des articles ; budget d'un État … Informer autrui d'un rabais, d'une hausse, d'une donnée météorologique …**Cette leçon donne des outils pour pouvoir le faire aisément.**

Prérequis :

1. Complété par $<; >$: $\frac{1}{2} \dots . \frac{1}{3}$; $\sqrt{13} \dots \dots 2\sqrt{3}$ $3 \dots \dots . \sqrt{7}$ $(\sqrt{5}+\sqrt{2}) \dots \dots . . (1+\sqrt{10})$
2. Déterminer les solutions des inéquations suivantes : $3x+1 \leq 23$; $-3x+4 \geq 5x-17$.

II. 1. Ordre : intervalles et comparaisons.

Situation problème :

Oscar est à l'agence de voyage de Mbalmayo (88km) pour s'y rendre en Yaoundé. Ces amis Alain et innocent doivent se rendre à Douala (237 km) pour les grandes vacances. A la gare de Mvan ils constatent que les tarifs pratiqué par deux agences, pour des véhicules identiques sont les suivants :

Agence A	Agence B
Forfait: 1500F	Forfait: 1200F
plus 440F/Km	Plus 530F/Km

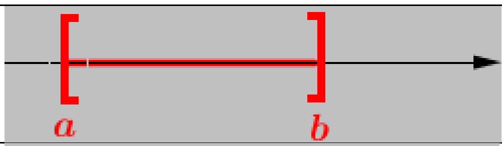
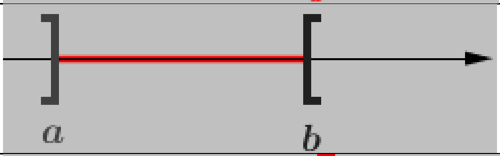
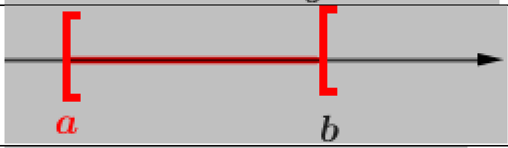
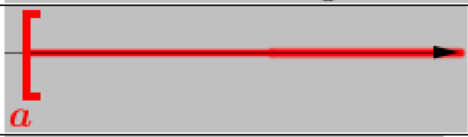
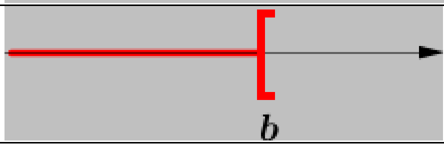
1. Quel agence propose le meilleur service ?
2. Oscar est à 30 km de Yaoundé(Mvan), Alain et son frére sont à 300 km de Douala. Quelle distance separe Oscar et Alain ?

Activité 1 :

1. Ranger par ordre croissant les nombres suivant : $\frac{8}{7}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{8}{6}$; $\frac{8}{5}$ et $\frac{6}{8}$.
2. Donner un encadrement d'amplitude 3 de $A = 12+\sqrt{3}$ on donne : $1{,}7321 \leq \sqrt{3} \leq 1{,}7322$.
3. Traduit les inégalités suivants sous forme d'intervalles : $x \leq 12$; $23 < x$, $\sqrt{5} \geq -x$; $-4 \leq x \leq 1$.
4. Sur une droite graduée placé les points d'abscisses suivantes : $A(-17); B(-3); C(-2{,}45); D(0);\ E(1{,}33); F(6);\ H(28)$. Calculer la distance de A à H ; B à D ; C à F.

Résumé 1 :

Les intervalles correspondent aux parties sans trou de la droite numérique. De façon plus rigoureuse (si $a < b$).

Intervalle	Représentation	Description : ensemble des réels x vérifiant.
Intervalle [a, b] (fermé)		$a \leq x \leq b$
Intervalle]a, b[(ouvert)		$a < x < b$
Intervalle [a, b[		$a \leq x < b$
Intervalle $[a;\ +\infty[$		$a \leq x$
Intervalle $]-\infty; b[$		$x < b$

Remarque :

R1 : L'ensemble des nombres strictement positif est l'intervalle $]0;\ +\infty[$.

R2 : $\mathbb{R}$ est l'intervalle $]-\infty;\ +\infty[$.

R3 : Pour les intervalles $[a\ ;\ b]$; $[a\ ; b[$; $]a\ ;\ b[$; $]a\ ;\ b]$, le centre est $\frac{a+b}{2}$, l'amplitude est $b-a$, le rayon est $\frac{b-a}{2}$.

R4 : $\{a\} = [a; a]$.

R5 : L'intersection et la réunion de deux intervalles.

- L'intersection de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant à la fois aux deux intervalles.
- La réunion de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant à l'un ou l'autre de ces intervalles (les éléments de l'intersection appartiennent aussi à la réunion).

Exemple : Soit $I = [2; 6]$ et $J = [-3; 9]$. Déterminer les intervalles $K = I \cup J$ et $Q = I \cap J$.

COMPARAISON DE DEUX NOMBRES REELS A ET B.	
AVEC LA DIFFERENCE	$A - B < 0$ signifie $A < B$. $A - B > 0$ signifie $A > B$
AVEC UN INTERMEDIAIRE	$A < C < B$ signifie $A < B$
AVEC LEURS CARREES	Si A et B sont négatifs alors $A^2 < B^2$ signifie $A > B$.
	Si A et B sont positifs alors $A^2 < B^2$ signifie $A < B$.

OPERATION SUR UNE INEGALITE	
Sommes et différence	Si $a < b$ alors $a + c < b + c$ ou $a - c < b - c$
Produit et quotients	Si $a < b$ et $c < 0$ alors $ac > bc$ ou $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
	Si $a < b$ et $c > 0$ alors $ac < bc$ ou $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
Avec deux produits	Si $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases}$ alors $a + c \leq b + d$
	a, b, e et d des nombres positifs : Si $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases}$ alors $ac \leq bd$

RANGEMENT ET COMPARAISON de a; a^2 et a^3			
RANGEMENT	$0 \leq a < b$	$a^2 < b^2$ $\sqrt{a} < \sqrt{b}$	Les **carrés** et les **racines carrées** de deux nombres positifs sont rangés dans le **même ordre** que ces deux nombres.
	$0 \leq a < b$	$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$	Les **inverses** de deux nombres strictement positifs sont rangés dans **l'ordre contraire** de ces deux nombres.
COMPARAISON de a; a^2 et a^3	Lorsque : $0 \leq a \leq 1$	$a^3 \leq a^2 \leq a$	Une démonstration se fera par l'enseignant pour mieux comprendre.
	Lorsque : $1 \leq a$	$a \leq a^2 \leq a^3$	

II. 2. Valeur absolue.

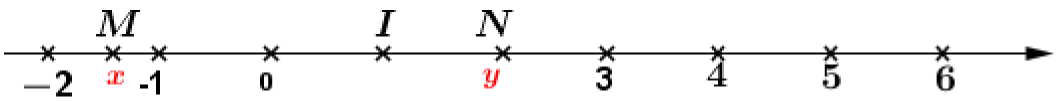
Activité 2:

Soit la droite réelle munie du repère (O, I).

1. Placer les points A, B, C et D d'abscisses respectives : $-7, \sqrt{6}\,; \frac{17}{23}$ *et* $-15{,}6$.
2. Calculer la distance de A à D ; D à A ; et de D à B.

Résumé 2:

On appelle **distance** ou **écart** entre 2 réels x et y, la distance sur la droite numérique entre les points d'abscisses x et y ; on la note $d(x\,;y)$.



$$d(x;y) = MN = |x - y|$$

Propriété de la distance

P1 : $d(x;y) = d(y;x)$.

P2 : $d(0;x) = \begin{cases} x & si\ x\ est\ positif \\ -x & si\ x\ est\ négatif \end{cases}$.

P3 : $d(x;y) \leq d(x;z) + d(z;y)$ (inégalité triangulaire)

PROPRIETES DE LA VALEUR ABSOLUE.	
$\lvert x \rvert = \begin{cases} x & si\ x\ est\ positif \\ -x & si\ x\ est\ négatif \end{cases}$.	**Exemple** : Pour calculer $\lvert 5\sqrt{3} - 2\sqrt{19} \rvert$ il faut d'abord déterminer le signe de $5\sqrt{3} - 2\sqrt{19}$. On a $(5\sqrt{3})^2 = 75$ et $(2\sqrt{19})^2 = 76$ ainsi $2\sqrt{19} \geq 5\sqrt{3}$. **Conclusion** : $\lvert 5\sqrt{3} - 2\sqrt{19} \rvert = 2\sqrt{19} - 5\sqrt{3}$
$\lvert x \rvert = 0$ signifie que $x = 0$	**Exemple** : $\lvert -6 + 7x \rvert = 0$ signifie que $-6 + 7x = 0$
$\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$	**Exemple** : Déterminer la valeur exacte de $\sqrt{29 - 12\sqrt{5}}$. On a : $(3 - 2\sqrt{5})^2 = 29 - 12\sqrt{5}$. Donc $\sqrt{29 - 12\sqrt{5}} = \lvert 3 - 2\sqrt{5} \rvert$
$\lvert y \rvert = \lvert x \rvert$ signifie $x = y$ ou $x = -y$	**Exemple** : $\lvert 2x + 1 \rvert = \lvert 3x - 5 \rvert$ signifie que $2x + 1 = 3x - 5$ ou $2x + 1 = -3x + 5$
$\lvert x \rvert = \lvert -x \rvert$	**Exemple** : pour $x = -\sqrt{13}$; $\lvert -\sqrt{13} \rvert = \sqrt{13}$ et $\lvert -(-\sqrt{13}) \rvert = \sqrt{13}$
$\lvert xy \rvert = \lvert x \rvert \lvert y \rvert$ et $\left\lvert \frac{x}{y} \right\rvert = \frac{\lvert x \rvert}{\lvert y \rvert}$ $(y \neq 0)$.	**Exemple** : $\lvert 2x(x^2 - 2x + 6) \rvert = \lvert 2x \rvert \lvert x^2 - 2x + 6 \rvert$
$\lvert x + y \rvert \leq \lvert x \rvert + \lvert y \rvert$	**Exemple** : avec $x = -3$ et $y = 5$ on a : $\lvert x + y \rvert = 2$; $\lvert x \rvert + \lvert y \rvert = 8$

MODULE 1 : RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS

Chapitre : Calcul dans $\mathbb{R}$

Leçon 3 : Puissances, Calculs approchées, Ecriture scientifique.

Objectif pédagogique : Découvrir les propriétés des nombres et les utiliser pour lire ou écrire, interpréter les informations comportant des chiffres. Pour réagit verbalement sur des informations comportant des chiffres.

Motivation : Chaque jour nous sommes appelées à utiliser les nombres pour : Déterminer un nombre entier de carreaux suffisant pour le revêtement total d'une surface. Déterminer les dates de coïncidence de deux marchés périodiques, les dimensions d'un terrain. Situer deux objets en mouvement rectiligne par rapport à un autre fixe. Partager des biens… Lire et interpréter un texte comportant des nombres : recette de cuisine ; prix des articles ; budget d'un État … Informer autrui d'un rabais, d'une hausse, d'une donnée météorologique …**Cette leçon donne des outils pour pouvoir le faire aisément.**

III. 1. PUISSANCES.

Activité :

1. Montrer que le nombre suivant est un entier naturel : $A = \frac{(0,2)^3 \times 10^4}{2^3 \times 81} \times \frac{12^5}{8^2 \times 15}$.
2. Simplifier les écritures suivantes : $B = \frac{64 \times 28^{-3}}{0,49}$, $C = \frac{(-2)^7(-6)^5(-3)^{10}}{(18)^4(-12)^3}$ et $D = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{-9}{2}\right)^3$

Résumé :

OPERATIONS AVEC DES PUISSANCES	
Notation a^n	a est un entier relatif et n un entier naturel. $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n facteurs}$ (n facteurs égaux à a). $a^0 = 1$ et $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ $(a \neq 0)$.
Règles de calcul	Pour tout réels non nuls a et b et pour tous entiers relatifs m et n. On a : • $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n facteurs}$ • $a^m \times a^n = a^{m+n}$; • $(a^m)^n = a^{m \times n}$; • $(a \times b)^n = a^n \times b^n$; • $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ • $(a+b)^n \neq a^n + b^n$ • $a^n + b^m \neq a^{n+m}$ • $(-a)^n = \begin{cases} a^n \; si \;\; n \; est \; pair \\ -a^n \; si \; n \; est \; impair \end{cases}$
Puissance et racine	Soit n un entier et a un nombre réel positif. $\sqrt{a^{2n}} = \sqrt{(a^n)^2} = (a)^n \quad \sqrt{a^{2n+1}} = \sqrt{(a^n)^2 \times a} = (a)^n\sqrt{a}$

Exemple : Simplifier l'écriture suivant : $D = \frac{5^7 \times (2^{-3})^5 \times 10^4}{(5^2)^5 \times (2^{-5})^2}$

III. 2. Calcul approché

Activité 4 :

Compléter le tableau suivant :

Valeur	$\frac{22}{7}$	$\frac{15\pi}{4}$	$3\sqrt{2}-\sqrt{11}$	$\tan(10^{\circ})$
Ecriture décimale				
Troncature à 4 décimales				
Valeurs approchées à 10^{-4} par défaut				
Valeurs approchées à 10^{-4} par défaut				
Valeur arrondies à 10^{-2} près.				

Résumé 4

Valeurs approchées d'un nombre.

Soit α un nombre réel strictement positif.

D1 : a est une valeur approchée de x à **la précision** α signifie que : $|x-a|<\alpha$.

D2 : a est une valeur **approchée par défaut** de x à **la précision** α signifie que : $a<x<a+\alpha$

D3 : a est une valeur **approchée par excès** de x à **la précision** α signifie que : $a-\alpha<x<a$

D4 : le nombre α est appelé **incertitude absolue**, et le nombre $|x-a|$ est appelé **erreur absolue**.

D5 : pour l'intervalle suivant $m<x<n$ avec m et n de même signe, la **valeur approchée est** $a=\frac{m+n}{2}$, la **précision est** $\alpha=\frac{n-m}{2}$. Ainsi on a : $\left|x-\frac{m+n}{2}\right|<\frac{n-m}{2}$.

D6 : Tout nombre m s'écrivant sous la forme $m=a\times 10^{n}$ où $n\in\mathbb{Z}$ et $1\leq|a|<10$, est une écriture scientifique de m.

Exemple :

1. Donner l'écriture scientifique de $A=\frac{1{,}092\times 10^{-4}\,(-14\times 7^{-34})^{5}}{(0{,}035)^{-23}}$.
2. On plonge une pyramide dans un bassin rempli d'eau. Cette pyramide a une base rectangle de longueur $L\approx 32{,}4\ cm$ et de largeur$l\approx 23{,}7\ cm$, avec des valeurs approchées à 10^{-1} près.
   a) Calculer un encadrement de $L\times l$, puis $\frac{1}{l\times L}$.
   b) En déduire un encadrement de la hauteur h de la pyramide.

Cours sur la notion de groupe

Classe $2^{nde}C$

- **MODULE 17 :** RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS.
- **CHAPITRE IV :** NOTION DE GROUPE.
- **Date et nombre de périodes :** ...

Compétences exigées :

1. Montrer qu'une loi de composition est interne.
2. Montrer qu'une loi de composition interne :
   - est associative ;
   - est commutative ;
   - admet un élément neutre.
3. Montrer qu'un élément admet un symétrique par rapport à une loi.
4. Montrer qu'un ensemble muni d'une loi de composition interne est un groupe.
5. Utiliser les propriétés de l'addition et de la multiplication dans $\mathbb{R}$ pour montrer que $(\mathbb{R}, +)$ et $(\mathbb{R}^*, \times)$ sont des groupes commutatifs.

Motivation :

Nous savons résoudre les équations de degré 1, 2, 3 et 4. Qu'en est t-il des équations de degré supérieur ou égal à 5 ?

Pré-requis :

Notions élémentaires d'ensembles,
Ens embles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}$ *et* $\mathbb{R}$
Notions d'appartenance aux ensembles,
Addition, soustraction, multiplication et Division.

Situation problème :

Lors de ses multiples révisions, Telesphore, élève en classe de seconde C a constaté que certains ensembles de nombres sont symétriques par rapport à zéro. Il se demande s'il est le premier à faire ce constat et aussi il se demande quelles autres propriétés peuvent avoir les ensembles. Finalement, il se demande quel nom donne t'on à un ensemble vérifiant un certain nombre de propriétés en mathématiques ?

Activité d'apprentissage :

1. (a) Complète par $\in$ ou $\notin$:
   $2 \in \mathbb{N}$ et $7 \in \mathbb{N}$; On a $2 - 7 ... \mathbb{N}$; Quels que soient les nombres entiers naturels a et b, on a : $a + b ... \mathbb{N}$; on dit que " $+$ " est une loi de composition interne sur $\mathbb{N}$; " $-$ " n'est pas une LCI sur $\mathbb{N}$
   $2 \in \mathbb{Z}$ et $7 \in \mathbb{Z}$; On a $2 - 7 ... \mathbb{Z}$; Quels que soient les nombres entiers relatifs a et b, on a : $a - b ... \mathbb{Z}$. Conclure
   Quels que soient les nombres réels a et b, on a :$a + b ... \mathbb{R}$, $a - b ... \mathbb{R}$ et $a \times b ... \mathbb{R}$. Conclure.

   (b) Complète : Pour tout réel x, on a :
   $x + 0 = ... + x = ...$;
   $x \times 1 = ... \times x = ...$;
   Pour tout nombre réel x, $x + 0 = x$ le fait d'ajouter 0 ne change rien
   De même, pour tout nombre réel x, $x \times 1 = x$ le fait de multiplier par 1 ne change rien.
   0 et 1 sont appelés respectivement élément neutre pour l'addition et pour la multiplication dans $\mathbb{R}$.

   (c) Complète : Pour tout réel a, on a :
   $a + (-a) = (-a) + ... = ...$
   Si $a \neq 0$ alors $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times ... = ...$
   On dit que a admet un symétrique pour $+$ dans $\mathbb{R}$, ce symétrique est $-a$.
   De même a admet un symétrique pour $\times$ dans $\mathbb{R}$ et ce symétrique est $\frac{1}{a}$.
   Note : Un ensemble dont tous les éléments admettent un symétrique pour la loi $+$ est un ensemble symétrique par rapport à 0.

2. (a) Effectuer les opérations suivantes : $3+5$ puis $5+3$. Comparer les résultats obtenus.
   Effectuer ensuite les opérations suivantes : $3-5$ puis $5-3$. Comparer les résultats obtenus.
   On dit que la loi $+$ est commutative. La loi $-$ n'est pas commutative.

   (b) Effectuer les opérations suivantes : $(8 + 4) + 2$ puis $8 + (4 + 2)$. Comparer les résultats obtenus.
   Effectuer ensuite les opérations suivantes : $(8 \div 4) \div 2$ puis $8 \div (4 \div 2)$. Comparer les résultats obtenus.
   On dit que la loi $+$ est associative. La loi $\div$ n'est pas associative.

Résumé :

(1) Structures

Un ensemble est une collection d'éléments. un élément appartient ou pas à un ensemble. Un ensemble seul ne comporte aucune organisation, aucune structure. Les éléments sont en vrac. Si nous voulons organiser("structurer") un ensemble, il faut ajouter des contraintes. On parle donc de structures algébriques : c'est à dire que l'ensemble est muni d'une ou de plusieurs lois. Une loi est une opération comme $+$ dans l'ensemble des entiers naturels.

Plus la ou les lois associées à un ensemble auront des propriétés remarquables, plus la structure obtenue sera intéressante.

(2) LCI et Magma note :l'enseignant pourra aussi préciser aux élèves les notations **truc**($\top$), **rond** ($\circ$) et **antitruc** ($\perp$)

Considérons un ensemble G quelconque non vide(fini ou infini), définissons une opération $*$ dans G agissant sur deux éléments (distincts ou non) de G. Si l'on obtient toujours un élément de G, on dira que la loi $*$ est une **loi de composition interne(LCI)** ou que l'ensemble G est stable pour la loi $*$.

Définition(formelle) Soit G un ensemble non vide, on appelle loi de composition interne sur G, toute application de $G \times G \longrightarrow G$.

Exemple : $G = \{1, 2, 3\}$
$+$ n'est pas une LCI dans G, en effet $3 + 2 = 5$ et $5 \notin G$
Si nous prenons $G = \mathbb{N}$
$+$ est une LCI dans $\mathbb{N}$, en effet $\forall a, b \in \mathbb{N}$, $a + b \in \mathbb{N}$

Définition : On appelle magma tout couple $(G, *)$ où G est un ensemble et $*$ une loi de composition interne dans G.
Remarque : Le magma est la structure algébrique la plus faible que l'on puisse construire. Aucune propriété particulière n'est requise sur la loi $*$.

Exemples :(à prouver par les élèves par des contres exemples)
Dans $\mathbb{Q}$, $+$ est une LCI
Dans $\mathbb{Z}$, $\times$ est une LCI
Dans $\mathbb{N}$, $-$ n'est pas une LCI
Dans $\mathbb{Z}$, $\div$ n'est pas une LCI

(3) commutativité

Définition :
Soit $(G, *)$ un magma, on dit que $*$ est commutative si pour tout $x, y \in G$, on a :
$x * y = y * x$

Exemple :
Dans $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}$ et dans $\mathbb{R}$ l'addition et la multiplication sont commutatives.
La soustraction quant à elle n'est pas commutative.

(4) élément neutre, magma unifère.

Définition : (Formelle)
Soit $(G, *)$ un magma. S'il existe un élément e de G tel que pour tout élément x de G :
$x * e = e * x = x$

On dit que e est élément neutre pour $*$.
On doit vérifier à la fois $x * e$ et $e * x$ parce que $*$ n'est pas forcement commutative.

Définition :

Soit $(G, *)$ un magma. Si $*$ possède un élément neutre, on dit que $(G, *)$ est un magma unifère.

Exemples :

0 est l'élément neutre pour $+$ dans $\mathbb{R}$
1 est l'élément neutre pour $\times$ dans $\mathbb{R}$

(5) Associativité, monoïde

Définition :

Soit $(G, *)$ un magma, on dit que $*$ est associative si pour tout $x, y, z \in G$, on a :
$x * (y * z) = (x * y) * z$.

Exemple :

Dans $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}$ et dans $\mathbb{R}$ l'addition et la multiplication sont associatives.
L'addition de vecteurs est associative.

Définition :

On dit que le couple $(G, *)$ est un monoïde si c'est un magma unifère associatif.

(6)Symétrique, élément simplifiable.

Définition :

Soit $(G, *)$ un magma unifère, on dit qu'un élément x de G admet un symétrique pour $*$ s'il existe un élément x' de G tel que :
$x * x' = x' * x = e$ où e est l'élément neutre de G.

Vocabulaire : On dit aussi que x et x' sont symétriques ; ou encore que x est symétrisable.

Exemple : Dans $\mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}$ et dans $\mathbb{R}$, pour tout nombre x, son symétrique pour l'addition est appelé opposé et se note $-x$.

Dans $\mathbb{R}$, tout élément à l'exception de 0 admet un symétrique appelé inverse pour la loi $\times$.

Dans $\mathbb{N}$, le seul élément symétrisable pour l'addition est 0.

Définition :

Soit $(G, *)$ un magma, on dit qu'un élément s de G est simplifiable ou régulier à gauche si pour tout $x, y \in G$, on a :

$s * x = s * y \Longrightarrow x = y$

Définition :

Soit $(G, *)$ un magma, on dit qu'un élément s de G est simplifiable ou régulier à droite si pour tout $x, y \in G$, on a :

$x * s = y * s \Longrightarrow x = y$

Définition :

Soit $(G, *)$ un magma, on dit qu'un élément s de G est simplifiable s'il est simplifiable à gauche et à droite.

Théorème :

Tout élément admettant un symétrique est simplifiable.

preuve(évident par composition)

Théorème :

Soit $(G, *)$ un monoïde. Soient a et b deux éléments de E. Si a est symétrisable, alors l'équation $a * x = b$ admet une unique solution qui est $a^{-1} * b$.

Attention l'équation $x * a = b$ admet pour solution $b * a^{-1}$. Ces solutions sont identiques si la loi est commutative.

preuve(évident par composition)

Généralisation :

Un groupe est donc un ensemble muni d'une loi de composition interne associative, admettant un élément neutre et, tout élément de l'ensemble admet un élément symétrique pour la loi de composition interne.

Si en plus de toutes ces propriétés, la loi de composition interne est commutative, on dira que le groupe est commutatif ou abélien.

Exercice d'application :

1. Soit $G = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, on définit une loi $*$ dans G par :
   pour tout $a, b \in G$, $a * b = a + b + ab$.

   (a) Démontrer que $*$ est une loi de composition interne dans G.

   (b) Démontrer que $*$ est commutative et associative dans G.

   (c) Déterminer l'élément neutre de G pour $*$

   (d) Démontrer que tout élément a de G à pour symétrique $-\dfrac{a}{1+a}$ pour la loi $*$

   (e) En déduire les symétrique respectifs de -2 ; $\dfrac{1}{2}$ et 1.

   (f) Justifier que $(G, *)$ est un groupe abélien.

2. Montrer que $(\mathbb{R}, +)$ et $(\mathbb{R}^*, \times)$ sont des groupes commutatifs ou abéliens.

Réponses à la situation problème :

Telesphore n'est pas le premier à faire ce constat, en effet cette propriété vient de la notion de symétrique car un ensemble dont tous les éléments admettent un symétrique pour la loi $+$ est un ensemble symétrique par rapport à 0 ; et la notion de symétrique a été longtemps étudiée.

En réalité, ce qu'a découvert Telesphore est une propriété de structure, intuitivement, il a muni ses ensembles de la loi $+$; nous pouvons donc dire que si on muni un ensemble d'une LCI, on obtient un magma qui peut être commutatif, admettre un élément neutre, être associatif, avoir des éléments simplifiables.

Un ensemble muni d'une LCI est appelé **magma**, il est appelé **magma unifère** s'il possède un élément neutre, un ensemble est appelé **monoïde** s'il est un magma unifère associatif, un ensemble est appelé **groupe** s'il est muni d'une loi de composition interne associative, admettant un élément neutre et, tout élément de l'ensemble admet un élément symétrique pour la loi de composition interne, et enfin un ensemble est appelé **groupe abélien** s'il est un groupe commutatif.

FICHE PEDAGOGIQUE DE PREPARATION D'UNE LEÇON

Etablissement :COVAL			**Nom de l'enseignant** : *GUELA KAMDEM Pierre* **Grade** : *PLEG* **Matricule** :
Effectif:	**Garçons** :		**Date** :
	Filles :		**Classe** : 2^{nde}C
Discipline : Mathématiques			**Lieu de déroulement de la leçon** : 2^{nde}S
Période : .... -			**Durée** : 110 min **Séquence :**
Module N° : 17	**Titre du module** : RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS		
Famille de situation :	Représentation, détermination des quantités et identification des objets par des nombres		
Titre du chapitre :	EQUATION ET INEQUATIONS.		
Ordre dans la progression	Chapitre N°…		
Titre de la leçon :	Équations et inéquations dont la résolution se ramène à celle d'équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$ (leçon 1)		
Motivation :	La résolution de nombreux problèmes dans la vie se ramène à la résolution des équations ou inéquations de premier degré dans $\mathbb{R}$. Cette leçon donne des techniques pour pouvoir le faire aisément.		
Compétence attendue :	Résoudre des équations, des inéquations se ramenant à celles de premier degré, rationnelle et avec valeur absolue		
Matériel didactique :	Craie, marqueur ; tableau ; support de cours, règle graduée		
Démarche pédagogique :	Méthode situation-problème ; questionnement ; présentation du matériel ; suivre les explications		
Connaissance des prérequis :	résoudre les équations et inéquations suivantes: $2x = 1$; $5x - 3 = 7$; $\frac{2}{5}x - 5 = 3x - \frac{4}{3}$; $3x - 5 \geq 2 + x$; $5x + 4 < 11x - 7$		
Médiagraphie :	Internet, livre au programme , livre programme, cours du professeur		

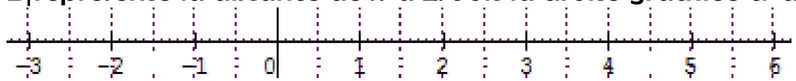
Etapes	Activités d'enseignement/Apprentissage		Consignes ou organisation de la classe	Résultat attendu	Timing
	Activité de l'enseignant	Activités de l'apprenant			
Intermédiaire	⚜ Ecrire le titre du module au tableau ; ⚜ Ecrire le titre de la séquence du cours, le cas échéant de la séance.	Noter		Titres	3 min
Position du (des) problème (s)	⚜ Proposer une situation problème contextualisée ; ⚜ Donner les consignes, ⚜ Accorder du temps de travail ; ⚜ Circuler entre les groupes pour aider les élèves. *__Situation problème__* **Votre père a oublié le code de sa carte bancaire. Aidez-le à le retrouver sachant que ce nombre est l'unique nombre entier pair vérifiant l'inégalité** $\|x - 4563.5\| < 1.5$.	Manipuler, chercher, découvrir, pratiquer pour mieux comprendre (auto-construction des savoirs)	⚜ Travail individuel ou en groupe organisé (recommandé) ; ⚜ Un représentant du groupe exposera la production le moment venu.	Identification et énoncé le problème posé	10 min
Recherche et planification des actions à mener	⚜ Donner la parole tour à tour au représentant de chaque groupe ; ⚜ Retenir uniquement les actions ciblées	Tour à tour chaque groupe expose et argumente	Ordre, discipline et respect de l'opinion des autres	Identification des actions à mener	
Enoncé des compétences à développer	⚜ Enoncer les compétences à développer chez les apprenants	Noter		Enoncé des compétences	
Installation des ressources (une	⚜ Conduire les activités suivant la méthode active	Participer et répondre aux	Travailler en groupe de	Installation des	40 min

ou plusieurs séances)

Activité :

A- On se propose de résoudre : $|x-2|=3$ **et** $|x-2|\leq 3$

a)$|x-2|$**représente la distance de** x **à 2. Soit la droite graduée ci-dessous :**



Déterminer deux nombres réels x et y tels que la distance de 2 à x ou à y soit égale 3.

b) recopie et complète :

$|x-2|=3$ **équivaut à** $x-2=3$ **ou** $x-3=\cdots$ d'où $x=\cdots$ ou $x=\cdots$.

comparer le résultat à la question a).

c) Déterminer trois nombres réels x, y et z tels que que la distance de 2 à chacun de ces nombres soit inférieure ou égale 3.

d) déterminer graphiquement la plus petite et la plus grande valeur de x telles que la distance de 2 à x soit inférieure ou égale 3.

e) en déduire la solution de l'inéquation $|x-2|\leq 3$

f) Recopie et complète :

$|x-2|\leq 3$ équivaut à ... $< x-2 < 3$

... $< x < \cdots$

$s=]\ldots;\ldots[$. Comparer le résultat à f).

B-1) On se propose de déterminer le signe de S(x) =5$x-10$ et P$(x)=-2x-8$

a) Résoudre les équations S$(x)=0$ et P$(x)=0$
b) En choisissant trois nombres dans chacun des intervalles ci-dessous et en remplaçant dans S(x) et P(x), recopier et compléter les tableaux ci-dessous par les signes + ou −:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$S(x)=5x-10$		$\cdots$	0	$\cdots$	

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$P(x)=-2x-8$		$\cdots$	0	$\cdots$	

2) On se propose de résoudre : (E) : $\frac{5x+3}{-2x+4}=6$ et (I) : $\frac{5x+3}{-2x+4}\geq 6$

a) Déterminer la condition d'existence de $\frac{5x+3}{-2x+4}$

b) Annuler le second terme de (E) en ajoutant -6 de chaque côté de l'égalité puis réduire le côté gauche de l'égalité au même dénominateur.

c)En déduire la valeur de x qui annule le numérateur. Cette valeur

sollicitations de l'enseignant

quatre (04) élèves (Tenir compte de l'effectif de la classe)

ressources

est la solution de (E) si elle est différente de la valeur qui annule le dénominateur.

d) Recopier et compléter le tableau de signe ci-dessous et en déduire la solution de (I)

x	$-\infty$		$\frac{17}{21}$		2		$+\infty$
$17x-21$		...	0	...	|	...	
$-2x+4$		...	|	...	0	...	
$\frac{17x-21}{-2x+4}$		...	0	...	||	...	

Résumé

<u>Résumé</u> :

➢ **Le tableau de signe du polynôme $P(x) = ax + b$ est donné par le tableau ci-dessous**

x	$-\infty$		-b/a		$+\infty$
$P(x) =\ ax + b$		signe de -a	0	signe de a	

➢ **Equations et inéquations du type $\frac{ax+b}{cx+d} = e$ ($\frac{ax+b}{cx+d} \geq e$)**

-Avant de commencer à résoudre, il faut déterminer l'ensemble de définition, c'est à dire des valeurs de x pour lesquelles le quotient existe. Cela revient à déterminer la ou les valeurs interdites, c'est à dire les valeurs de x qui annulent le dénominateur.

-Après avoir déterminé l'ensemble de définition, comme le second terme n'est pas nul, il faut donc l'annuler. On réduit ensuite au même dénominateur de façon à n'avoir qu'une seule fraction.

- On déduit enfin l'ensemble solution après avoir établir le tableau de signe s'il s'agit d'une inéquation. S'il s'agit d'une équation, la solution est la valeur qui annule le numérateur.

➢ Equations ou inéquations du type $|ax + b| = c$ ($|ax + b| < c$, $|ax + b| > c$)

- $|ax + b| = c$ est équivalente à : $ax + b = c$ ou $ax + b = -c$

  $\boldsymbol{Remarque}$: 1- Si c est négatif alors $s = \emptyset$

  2- Si $c = 0$ alors S= $\left\{\frac{-b}{a}\right\}$

- $|ax + b| < c$ est équivalente à $-c < ax + b < c$

  Par la suite, on a : $-c - b < ax < c - b$

  Et après, $\frac{-c-b}{a} < x < \frac{c-b}{a}$

  Enfin, S=$\left]\frac{-c-b}{a} ; \frac{c-b}{a}\right[$

  $\boldsymbol{Remarque}$: 1- Si l'inégalité est large($|ax + b| \leq c$) alors

Note le résumé

Travail individuel

Institutionnaliser la technique découverte.

20 min

	S=$\left[\frac{-c-b}{a};\frac{c-b}{a}\right]$. 2- Si c est négatif alors $s=\emptyset$ 3-Si $c=0$ alors $\lvert ax+b\rvert \leq 0$ a pour solution $s=\left\{\frac{-b}{a}\right\}$ tandis que $\lvert ax+b\rvert < 0$ a pour solution $s=\emptyset$. • , $\lvert ax+b\rvert > c$ 1) Si c est négatif alors s=$\mathbb{R}$ 2) Si c=0, $\lvert ax+b\rvert \geq 0$ a pour solution s=$\left\{\frac{-b}{a}\right\}$ 3) Sinon $\lvert ax+b\rvert > c$ equivaut à $ax+b>c$ ou $ax+b<-c$, d'où l'ensemble solution est la réunion de deux intervalles.				
Exercices d'applications	**Exercice1 :** situation problème **Exercice2** : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes : **a)** $\frac{5x-6}{x-2}=0$, **b)** $\frac{-2x+5}{3x-2}=3$, **c)** $\frac{10x-4}{4x-2}\leq 0$, **d)** $\frac{4x-7}{-2x-5}>5$, **e)** $\frac{5x-1}{3x-2}\geq -2$, **f)** $\lvert 2x-5\rvert=10$, **g)** $\lvert -4x-8\rvert=0$, **h)** $\lvert 2x-5\rvert=-3$, i) $\lvert 5x+4\rvert \leq 6$, j) $\lvert 3x-4\rvert<2$, **k)** $\lvert 2x-1\rvert \leq 0$, **l)** $\lvert 3x+2\rvert<0$, **m)** $\lvert 5x+3\rvert>2$, **n)** $\lvert 3x-4\rvert>-2$, **o)** $\lvert -3x-1\rvert>0$, **p)** $\lvert 6x-18\rvert \geq 0$, **q)** $-2x+5\geq 0$	Copie et traite.	Travail individuel	Recherche des solutions aux Problèmes de même famille	30 min
Conclusion	**Devoir :** **Utiliser le livre de l'élève**	Note les devoirs à faire à la maison	Travail individuel	Remplissage du cahier de texte, résumé de la séance, devoirs, annonce de la prochaine leçon	5 min

FICHE PEDAGOGIQUE DE PREPARATION D'UNE LEÇON

Etablissement :COVAL			**Nom de l'enseignant** : *GUELA KAMDEM Pierre* **Grade** : *PLEG* **Matricule** :
Effectif:	**Garçons** :		**Date** :
	Filles :		**Classe** : 2^{nde}C
Discipline : Mathématiques			**Lieu de déroulement de la leçon** :2^{nde}S
Période : ……… - ………			**Durée** : 110 min **Séquence :**
Module N° : 17	**Titre du module** : RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS		
Famille de situation :	Représentation, détermination des quantités et identification des objets par des nombres		
Titre du chapitre :	**EQUATION ET INEQUATIONS.**		
Ordre dans la progression	Chapitre N°…		
Titre de la leçon :	**Résolution des problèmes se ramenant à la résolution d'équations et d'inéquations du premier degré dans R (leçon 2)**		
Motivation :	**De nombreux problèmes dans la vie se ramène aux équations ou inéquations de premier degré dans $\mathbb{R}$. Cette leçon donne des techniques pour effectuer une mise en équation ou en inéquation.**		
Compétence attendue :	Résoudre des problèmes dont la résolution se ramènent à celle d'équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$		
Matériel didactique :	Craie, marqueur ; tableau ; support de cours		
Démarche pédagogique :	Méthode situation-problème ; questionnement; présentation du matériel ; suivre les explications		
Connaissance des prérequis :	**Utilise ton brouillon pour résoudre les équations et inéquations suivantes:** $\frac{5}{2}x+\frac{3}{4}x=6$; $-4y+2\geq 10$ $2x+5=1+2x$; $-3w+2<5w+4$		
Médiagraphie :	Internet, livre au programme , livre programme, cours du professeur		

Etapes	Activités d'enseignement/Apprentissage		Consignes ou organisation de la classe	Résultat attendu	Timing
	Activité de l'enseignant	Activités de l'apprenant			
Intermédiaire	⚜ Ecrire le titre du module au tableau ; ⚜ Ecrire le titre de la séquence du cours, le cas échéant de la séance.	Noter		Titres	3 min
Position du (des) problème (s)	⚜ Proposer une situation problème contextualisée ; ⚜ Donner les consignes, ⚜ Accorder du temps de travail ; ⚜ Circuler entre les groupes pour aider les élèves. *Situation problème* **Une mère de soixante-quatre ans a une fille de 14 ans. Dans combien d'année l'âge de la fille sera la moitié de l'âge de sa mère ?**	Manipuler, chercher, découvrir, pratiquer pour mieux comprendre (auto-construction des savoirs)	⚜ Travail individuel ou en groupe organisé (recommandé) ; ⚜ Un représentant du groupe exposera la production le moment venu.	Identification et énoncé le problème posé	10 min
Recherche et planification des actions à mener	⚜ Donner la parole tour à tour au représentant de chaque groupe ; ⚜ Retenir uniquement les actions ciblées	Tour à tour chaque groupe expose et argumente	Ordre, discipline et respect de l'opinion des autres	Identification des actions à mener	
Enoncé des	⚜ Enoncer les compétences à	Noter		Enoncé des	

compétences à développer	développer chez les apprenants			compétences	
Installation des ressources (une ou plusieurs séances)	⚜ Conduire les activités suivant la méthode active **Activité :** Dans une classe de 2^{nd}C, le cinquième des élèves est née en 2003, le quart en 2002, le tiers en 2004, le sixième en 2005 et le reste soit 3 élèves en 2001. On désigne par x le nombre d'élève de cette classe. 1) Exprimer en fonction de x le nombre d'élève née en 2002, 2003, 2004 et 2005. 2) En déduire l'effectif total de cette classe. En déduire le nombre d'élève née en 2002, 2003, 2004 et 2005.	Participer et répondre aux sollicitations de l'enseignant	Travailler en groupe de quatre (04) élèves (Tenir compte de l'effectif de la classe)	Installation des ressources	40 min
Résumé	**Résumé** : La résolution d'un problème du premier degré se fait en cinq étapes : 1) Choix de l'inconnue 2) Mise en équation ou inéquation du problème 3) Résolution de l'équation ou de l'inéquation 4) Vérification du résultat 5) Interprétation du résultat et conclusion	Note le résumé	Travail individuel	Institutionnaliser la technique découverte.	20 min
Exercices d'applications	**Exercice 1 :** situation problème **Exercice 2:** Un théâtre propose deux tarifs pour la prochaine saison : • Tarif A: 19€la place «plein tarif» ; • Tarif B : 75 € l'abonnement pour la saison qui permet de voir chaque spectacle pour 6 €. À partir de combien de places achetées Pierre a-t-il intérêt à choisir le tarif B plutôt que le tarif A ?	Copie et traite.	Travail individuel	Recherche des solutions aux Problèmes de même famille	30 min
Conclusion	**Devoir :** **Exercice 1** : Dans un service de pédiatrie qui compte 24 personnes, il y a 2 fois plus de femmes que d'hommes. Quel est le nombre d'hommes dans ce service ? **Exercice 2** : Un gâteau nécessite les ingrédients suivants : 3 fois plus de farine que de sucre, trois fois plus de sucre que de beurre, et deux fois plus de chocolat que de sucre. Calculer le poids de chaque ingrédient pour un gâteau de 750 g. **Exercice 3** : Quel nombre doit-on placer à l'intérieur du triangle pour obtenir 10 à l'arrivée ?  **Utiliser le livre de l'élève pour compléter la liste des devoirs à faire à la maison.**	Note les devoirs à faire à la maison	Travail individuel	Remplissage du cahier de texte, résumé de la séance, devoirs, annonce de la prochaine leçon	5 min

FICHE PEDAGOGIQUE DE PREPARATION D'UNE LEÇON

Etablissement :COVAL			**Nom de l'enseignant** : *GUELA KAMDEM Pierre* **Grade** :*PLEG* **Matricule** :
Effectif:	**Garçons** :		**Date** :
	Filles :		**Classe** : 2^{nde}C
Discipline : Mathématiques			**Lieu de déroulement de la leçon** :2^{nde}S
Période : .... -			**Durée** : 110 min **Séquence** :
Module N° : 17	**Titre du module** : RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS		
Famille de situation :	Représentation, détermination des quantités et identification des objets par des nombres		
Titre du chapitre :	EQUATION ET INEQUATIONS.		
Ordre dans la progression	Chapitre N°...		
Titre de la leçon :	Systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$(Leçon 3)		
Motivation :	De nombreux problèmes dans la vie se modélisent par un système de deux équations à deux inconnues dans $\mathbb{R}$. Cette leçon donne des techniques pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues.		
Compétence attendue :	Résoudre un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ en utilisant la méthode par substitution ou par combinaison linéaire; Vérifier qu'un couple de réels est solution ou pas d'un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.		
Matériel didactique :	Craie, marqueur ; tableau ; support de cours		
Démarche pédagogique :	Méthode situation-problème ; questionnement; présentation du matériel ; suivre les explications		
Connaissance des prérequis :	Utilise ton brouillon pour résoudre les équations suivantes: $3x + 5 = 6$; $-5y + 2 = 11$ $2(x-3)+5=1+2(x-1)$; $-5w + 2 = 5(w-2) + 3$		
Médiagraphie :	Internet, livre au programme, livre programme, cours du professeur		

Etapes	Activités d'enseignement/Apprentissage		Consignes ou organisation de la classe	Résultat attendu	Timing
	Activité de l'enseignant	Activités de l'apprenant			
Intermédiaire	⚜ Ecrire le titre du module au tableau ; ⚜ Ecrire le titre de la séquence du cours, le cas échéant de la séance.	Noter		Titres	3 min
Position du (des) problème (s)	⚜ Proposer une situation problème contextualisée ; ⚜ Donner les consignes, ⚜ Accorder du temps de travail ; ⚜ Circuler entre les groupes pour aider les élèves. ***Situation problème*** **Paul achète 3 cahiers et 7 crayons à 875 F. dans la même boutique, jean achète 4 cahiers et 3 crayons à ensemble 850 ; Quel est le prix d'un cahier ? quel est le prix d'un crayon ?**	Manipuler, chercher, découvrir, pratiquer pour mieux comprendre (auto-construction des savoirs)	⚜ Travail individuel ou en groupe organisé (recommandé) ; ⚜ Un représentant du groupe exposera la production le moment venu.	Identification et énoncé le problème posé	10 min
Recherche et planification des actions à mener	⚜ Donner la parole tour à tour au représentant de chaque groupe ; ⚜ Retenir uniquement les actions ciblées	Tour à tour chaque groupe expose et argumente	Ordre, discipline et respect de l'opinion des autres	Identification des actions à mener	
Enoncé des compétences à développer	⚜ Enoncer les compétences à développer chez les apprenants	Noter		Enoncé des compétences	
Installation des ressources	⚜ Conduire les activités suivant la méthode active	Participer et répondre aux sollicitations	Travailler en groupe de quatre (04)	Installation des ressources	40 min

(une ou plusieurs séances)	**Activité1 :** On considère le système (S) $\begin{cases} 5x+2y=4 \\ -2x+y=-7 \end{cases}$ **Dans chacune des équations, remplacer x par 2 et y par -3 respectivement. Que remarques-tu ? On dit que $(2;-3)$ est la solution de (S).** **Activité2 :** On considère le système $\begin{cases} 3x-y=11 \\ x-5y=57 \end{cases}$. **Justin** remarque : « Je sais résoudre une équation du premier degré à une inconnue donc si je peux écrire une inconnue en fonction de l'autre, je pourrai obtenir une équation du premier degré à une inconnue. ». **a.** Écris toutes les possibilités qu'a Justin pour exprimer une inconnue en fonction de l'autre. **b.** En utilisant une des expressions trouvées, comment doit s'y prendre Justin pour obtenir une équation du premier degré à une inconnue ? **c.** Choisis une des expressions que tu as trouvées à la question **a.** et détermine une des deux inconnues. **d.** Utilise maintenant la valeur déterminée à la question précédente pour trouver la valeur de la deuxième inconnue. **e.** Teste le couple de valeurs (x ; y) trouvé et conclus. **Cette méthode de résolution s'appelle la méthode par substitution.** **Activité3 :** On considère le système suivant : $\begin{cases} 3x+2y=-4 \\ -3x-7y=25 \end{cases}$. **a.** Résous ce système en utilisant la méthode par substitution. **b.** Hakim remarque qu'en additionnant les deux premiers membres des équations, onréussit à « éliminer les termes en x » dans le calcul. • Qu'obtiens-tu en additionnant les premiers membres de ces équations ? • Déduis-en une équation d'inconnue y et résous-la. **c.** Hakim se dit maintenant que pour trouver x, il suffirait de pouvoir « éliminer y » ! • Comment devraient être les coefficients de y dans les deux équations pour « éliminer les termes en y » de la même façon qu'à la question précédente ? • Que peux-tu faire à chacune des équations pour y parvenir ? • Transforme les équations pour obtenir une équation du premier degré d'inconnue x en procédant de la même façon qu'à la question **b.**. • Résous cette équation. **d.** Teste le couple trouvé et conclus. **e.** Compare la méthode utilisée dans la question **a.** et celle que tu viens de mettre en œuvre dans les questions **b.** et **c.**. **Cette méthode de résolution s'appelle la méthode par combinaisons**	de l'enseignant	élèves (Tenir compte de l'effectif de la classe)		
Résumé	**<u>Résumé</u>** : ➢ Un système d'équations linéaires de deux équations à deux inconnues, est une	Note le résumé	Travail individuel	Institutionnaliser la technique découverte.	20 min

	expression de la forme (S) $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ où $a,b,c,a',b',c' \in \mathbb{R}$. ➢ Un couple $(x;y)$ est solution est solution de (S) s'il vérifie simultanément les deux équations. ➢ pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues, on peut utiliser la méthode par substitution ou par combinaison linéaire. ➢ (S) peut admettre un unique couple solution, une infinité de solution ou aucune solution (dans ce cas, on écrit, $S=\emptyset$).				
Exercices d'applications	**Exercice1 :** résoudre les systèmes suivants : $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \end{cases}$, $\begin{cases} 2x-3y=4 \\ -4x+6y=7 \end{cases}$ et $\begin{cases} 0.5x-y=6 \\ x-2y=12 \end{cases}$. **Exercice2 :** situation problème On désigne par x le prix d'un cahier et par y celui d'un crayon. a) Exprimer en fonction de x et y le prix d'achat total de Paul. b) Exprimer en fonction de x et y le prix d'achat total de jean. c) En déduire par une méthode de ton choix la valeur de x et de y puis conclure. **Exercice3 :** Une salle de spectacle propose deux sortes de spectacles : pièces de théâtre ou concert. Toutes les places sont au même prix mais le tarif n'est pas le même s'il s'agit d'une pièce de théâtre ou s'il s'agit d'un concert. Alexandre réserve 2 places pour une pièce de théâtre et 4 places pour un concert, il paie 170 €. Bérénice réserve 3 places pour une pièce de théâtre et 2 places pour un concert, elle paie 135 €. Quels sont les tarifs respectifs pour une pièce de théâtre ou pour un concert ?	Copie et traite.	Travail individuel	Recherche des solutions aux Problèmes de même famille	30 min
Conclusion	**Devoir :** **Utiliser le livre de l'élève**	Note les devoirs à faire à la maison	Travail individuel	Remplissage du cahier de texte, résumé de la séance, devoirs, annonce de la prochaine leçon	5 min

FICHE PEDAGOGIQUE DE PREPARATION D'UNE LEÇON

Etablissement : COVAL			**Nom de l'enseignant** : *GUELA KAMDEM Pierre* **Grade** : *PLEG* **Matricule** :
Effectif:	**Garçons** :		**Date** :
	Filles :		**Classe** : 2^{nde}C
Discipline : Mathématiques			**Lieu de déroulement de la leçon** : 2^{nde}S
Période : ……… - ………			**Durée** : 110 min **Séquence :**
Module N° : 17	**Titre du module** : RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS		
Famille de situation :	Représentation, détermination des quantités et identification des objets par des nombres		
Titre du chapitre :	EQUATION ET INEQUATIONS.		
Ordre dans la progression	Chapitre N°…		
Titre de la leçon :	Résolution graphique des systèmes d'équations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et résolution des inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ **(Leçon 4)**		
Motivation :	**De nombreux problèmes dans la vie se modélisent par un système de deux équations à deux inconnues dans $\mathbb{R}$. Cette leçon donne des techniques pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues.**		
Compétence attendue :	Résoudre graphiquement un système d'équations linéaires et des inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$		
Matériel didactique :	Craie, marqueur ; tableau ; support de cours, matériel de géométrie.		
Démarche pédagogique :	Méthode situation-problème ; questionnement; présentation du matériel ; suivre les explications		
Connaissance des prérequis :	**Utilise ton brouillon pour :** **1) résoudre les inéquations suivantes :** $3x + 2 < 1, -2x + 5 \leq 2$ **2) représenter graphiquement les droites dont voici les équations cartésiennes :** **(D1) :** $2x + 3y - 5 = 0$, **(D2) :** $y = 4x + 2$, **(D3) :** $x = 3$ **et (D4) :** $y = -2$		
Médiagraphie :	Internet, livre au programme, livre programme, cours du professeur		

<table>
<tr><th rowspan="2">Etapes</th><th colspan="2">Activités d'enseignement/Apprentissage</th><th rowspan="2">Consignes ou organisation de la classe</th><th rowspan="2">Résultat attendu</th><th rowspan="2">Timing</th></tr>
<tr><th>Activité de l'enseignant</th><th>Activités de l'apprenant</th></tr>
<tr><td>Intermédiaire</td><td>⚜ Ecrire le titre du module au tableau ;
⚜ Ecrire le titre de la séquence du cours,
le cas échéant de la séance.</td><td>Noter</td><td></td><td>Titres</td><td>3 min</td></tr>
<tr><td>Position du (des) problème (s)</td><td>⚜ Proposer une situation problème contextualisée ;
⚜ Donner les consignes,
⚜ Accorder du temps de travail ;
⚜ Circuler entre les groupes pour aider les élèves.

<u>Situation problème</u>

La direction d'une usine de meubles a constaté qu'il y a des temps morts dans chacun des départements de l'usine. Pour remédier à cette situation, elle décide d'utiliser ces temps morts pour fabriquer deux nouveaux modèles de bureaux, M_1 et M_2. Les temps de réalisation pour chacun de ces modèles dans les ateliers de sciage, d'assemblage et de sablage ainsi que les temps libres dans chacun de ces ateliers sont donnés dans le tableau ci-dessous. Ces temps représentent le nombre d'heures nécessaires à un homme pour effectuer le travail. Les profits que la compagnie peut réaliser pour chacun de ces modèles sont de 300 FCFA pour M1 et de 200 FCFA pour M2.
<table>
<tr><th></th><th>M_1</th><th>M_2</th><th>Temps libre</th></tr>
<tr><td>Sciage</td><td>1</td><td>2</td><td>20</td></tr>
<tr><td>Assemblag e</td><td>2</td><td>1</td><td>22</td></tr>
<tr><td>Sablage</td><td>1</td><td>1</td><td>12</td></tr>
</table>
La direction désire déterminer combien de bureaux de chaque modèle elle doit fabriquer pour maximiser son profit.</td><td>Manipuler, chercher, découvrir, pratiquer pour mieux comprendre (auto-constructio n des savoirs)</td><td>⚜ Travail individuel ou en groupe organisé (recommand é) ;
⚜ Un représentant du groupe exposera la production le moment venu.</td><td>Identification et énoncé le problème posé</td><td>10 min</td></tr>
</table>

Recherche et planification des actions à mener	⚜ Donner la parole tour à tour au représentant de chaque groupe ; ⚜ Retenir uniquement les actions ciblées	Tour à tour chaque groupe expose et argumente	Ordre, discipline et respect de l'opinion des autres	Identification des actions à mener	
Enoncé des compétences à développer	⚜ Enoncer les compétences à développer chez les apprenants	Noter		Enoncé des compétences	
Installation des ressources (une ou plusieurs séances)	⚜ Conduire les activités suivant la méthode active **Activité :** on se propose de résoudre graphiquement : (S2) $\begin{cases} x+y-2<0 \\ 2x-y+2\leq 0 \\ y+2\geq 0 \end{cases}$ (S3) $\begin{cases} x+y-2=0 \\ 2x-y+2=0 \end{cases}$ (I) $x+y-2<0$. a) a-1) résoudre par combinaison linéaire (S3). a-2) Représenter dans un repère orthonormé les droites (D1), (D2) et (D3) d'équations respectives : $x+y-2=0$, $2x-y+2=0$ et $y+2=0$. Chaque droite divise le plan en deux parties. a-3) déterminer les coordonnées du point A, intersection des droites (D1) et (D2) puis comparer ces coordonnées à la solution de (S3) déterminée en a-1). b) Choisir par ses coordonnées un point dans le demi-plan contenant le point (0,0), reporte les coordonnées dans l'inéquation : $x+y-2<0$. L'inégalité obtenue est-elle juste ?si oui, hachurer le demi-plan contenant (0,0) et délimité par la droite (D1), sinon hachurer le demi-plan opposé. La partie hachurée est la solution de l'inéquation $x+y-2<0$. c) Effectuer les mêmes opérations pour les inéquations $2x+5y-10\leq 0$ et $y+2\geq 0$. Le domine du plan hachuré trois fois représente l'ensemble solution de (S2). d) Quel couple $(x;y)$ de point de la zone solution de (S2) rend maximal l'expression p=$x+2y$. x et y étant des nombres entiers naturels.	Participer et répondre aux sollicitations de l'enseignant	Travailler en groupe de quatre (04) élèves (Tenir compte de l'effectif de la classe)	Installation des ressources	40 min

Résumé	**Résumé** : ➢ Pour résoudre graphiquement un système d'équation de la forme : $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$, on trace dans un repère orthonormée les droites d'équations : $ax+by=c$ et $a'x+b'y=c'$ 1. Si les deux droites sont sécantes, alors les coordonnées du point d'intersection représentent l'ensemble solution. 2. Si les deux droites sont parallèles, alors le système n'admet pas de solution. 3. Si les deux droites sont confondues, alors le système admet une infinité de solution qui est l'ensemble de tous les points se trouvant sur l'une des droites. ➢ Pour résoudre graphiquement une inéquation de 1[er] degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ $(ax+by+c>0)$, on représente d'abord dans un repère orthonormé la droite d'équation $ax+by+c=0$, cette droite divise le plan en deux demi-plans. On hachure ensuite le demi-plan contenant un point dont les coordonnées rendent vraies l'inéquation. Cette partie hachurée est la solution de l'inéquation ➢ Pour résoudre graphiquement un système d'inéquation de premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, on résout chaque inéquation. 1. S'il existe une partie du plan hachurée autant de fois que le nombre d'inéquations constituant le système, cette partie est la solution du système 2. Sinon le système d'inéquation n'admet pas de solution.	Note le résumé	Travail individuel	Institutionnaliser la technique découverte.	20 min
Exercices d'applications	**Exercice1 :** résoudre graphiquement les systèmes suivants : $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \end{cases}$, $\begin{cases} 2x-3y=4 \\ -4x+6y=7 \end{cases}$, $\begin{cases} 0.5x-y=6 \\ x-2y=12 \end{cases}$ et $\begin{cases} y\geq 0.5 \\ x+2y<5 \\ 2x-3y\geq -4 \end{cases}$ **Exercice2 :** situation problème Posons x le nombre de bureaux du modèle M_1et y le nombre de bureaux du modèleM_2. Les temps libres de chaque département imposent des contraintes qu'il faut respecter. a) Déterminer la contrainte imposée par les temps libres à l'atelier de sciage. b) Déterminer la contrainte imposée par les temps libres à l'atelier d'assemblage. c) Déterminer la contrainte imposée par les temps libres à l'atelier de sablage. d) En déduire que l compagnie fera un profit positif si et seulement si x et y sont soloution du système : $\begin{cases} x+2y\leq 20 \\ 2x+y\leq 22 \\ x+y\leq 12 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$ e) Soit P le profit de l'entreprise, exprimer P en fonction de x et y puis en deduire x et y pour que le profit soit maximal.	Copie et traite.	Travail individuel	Recherche des solutions aux Problèmes de même famille	30 min
Conclusion	**Devoir :** **Utiliser le livre de l'élève**	Note les devoirs à faire à la maison	Travail individuel	Remplissage du cahier de texte, résumé de la séance, devoirs, annonce de la prochaine leçon	5 min

FICHE PEDAGOGIQUE DE PREPARATION D'UNE LEÇON

Etablissement :COVAL		**Nom de l'enseignant** : *GUELA KAMDEM Pierre* **Grade** : *PLEG* **Matricule** :	
Effectif:	**Garçons** :	**Date** :	
	Filles :	**Classe** : 2^{nde}C	
Discipline : Mathématiques		**Lieu de déroulement de la leçon** :2^{nde}S	
Période : .... -		**Durée** : 110 min	**Séquence :**

Module N° : 17	**Titre du module** : RELATIONS ET OPÉRATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS
Famille de situation :	Représentation, détermination des quantités et identification des objets par des nombres
Titre du chapitre :	EQUATION ET INEQUATIONS.
Ordre dans la progression	Chapitre N°…
Titre de la leçon :	Equations et inéquations de second degré dans $\mathbb{R}$(Leçon 5)
Motivation :	La résolution de nombreux problèmes de la vie se ramène à la résolution des équations et inéquations de second degré, cette leçon donne les outils pour mener à bien cette opération.
Compétence attendue :	Mettre sous la forme canonique un polynôme de second degré, factoriser un polynôme de second degré et résoudre une équation et une inéquation du second degré dans $\mathbb{R}$.
Matériel didactique :	Craie, marqueur ; tableau ; support de cours
Démarche pédagogique :	Méthode situation-problème ; questionnement; présentation du matériel ; suivre les explications
Connaissance des prérequis :	Factorise : $(2x+1)(5x-7)=0, 25x^2-64=0, 8x^2-98=0$
Médiagraphie :	Internet, livre au programme, livre programme, cours du professeur

Etapes	Activités d'enseignement/Apprentissage		Consignes ou organisation de la classe	Résultat attendu	Timing
	Activité de l'enseignant	Activités de l'apprenant			
Intermédiaire	⚜ Ecrire le titre du module au tableau ; ⚜ Ecrire le titre de la séquence du cours, le cas échéant de la séance.	Noter		Titres	3 min
Position du (des) problème (s)	⚜ Proposer une situation problème contextualisée ; ⚜ Donner les consignes, ⚜ Accorder du temps de travail ; ⚜ Circuler entre les groupes pour aider les élèves. ***Situation problème*** Déterminer les dimensions d'un champ rectangulaire dont le périmètre vaut 116m et l'aire 705m^2. **Indication** Soient x la longueur et y la largeur, interpréter les deux données avoir deux équations, puis résoudre par substitution le système trouvé.	Manipuler, chercher, découvrir, pratiquer pour mieux comprendre (auto-construction des savoirs)	⚜ Travail individuel ou en groupe organisé (recommandé) ; ⚜ Un représentant du groupe exposera la production le moment venu.	Identification et énoncé le problème posé	10 min
Recherche et planification des actions à mener	⚜ Donner la parole tour à tour au représentant de chaque groupe ; ⚜ Retenir uniquement les actions ciblées	Tour à tour chaque groupe expose et argumente	Ordre, discipline et respect de l'opinion des autres	Identification des actions à mener	
Enoncé des compétences à développer	⚜ Enoncer les compétences à développer chez les apprenants	Noter		Enoncé des compétences	
Installation des ressources	⚜ Conduire les activités suivant la méthode active **Activité1 :**	Participer et répondre aux sollicitations de	Travailler en groupe de quatre (04)	Installation des ressources	40 min

(une ou plusieurs séances)

1) **Démontrer que :** $x^2+6x=(x+3)^2-9$; $x^2-4x=(x-2)^2-4$
2) **En suivant le même modèle, recopier et compléter :**
   $x^2-8x=(...+\cdots)^2-\cdots$; $x^2+5x=(....+...)^2-\cdots$
   On appelle cette égalité, le début du développement d'un carré.

On considère le polynôme suivant :$p(x)=3x^2+7x-10$. Recopier et compléter :

$$p(x)=3x^2+7x-10$$
$$=3(x^2+\cdots x+\cdots..)$$
$$=3[(x+\cdots)^2-\cdots+\cdots] \qquad \text{Utiliser 2)}$$
$$=3[(x+\cdots)^2-\cdots]$$

Cette dernière égalité s'appelle la forme canonique de $p(x)$

3) En déduire la forme factorisée de $p(x)$.
4) Résoudre l'équation $p(x)=0$.
5) Soit le polynôme $k(x)=3x^2+5x-8$, après avoir mis sous la forme canonique et factorisé $k(x)$, résoudre l'équation $k(x)$=0

Activité2 :

On considère les polynômes suivants : $T(x)=2x^2+2x-12$, $R(x)=-4x^2+3x+1$, $F(x)=3x^2-24x+48$, $S(x)=-2x^2+2x-5$ et $V(x)=-4x^2+16x-16$

1) Calculer $T(-3)$ et $V(2)$. On dit que -3 et 2 sont les solutions des équations $T(x)=0$ et $V(x)=0$ respectivement
2) Mettre ces polynômes sous la forme factorisée.
3) En choisissant trois nombres dans chacun des intervalles ci-dessous et en remplaçant dans T(x), $R(x)$, $F(x)$, $S(x)$ et V(x), recopier et compléter les tableaux ci-dessous par les signes + ou −:

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$T(x)=2x^2+2x-12$		...	0	...	0	...	

x	$-\infty$		$\frac{-1}{4}$		1		$+\infty$
$R(x)=-4x^2+3x+1$		...	0	...	0	...	

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$F(x)=3x^2-24x+48$		...	0	...	

x	$-\infty$		$+\infty$
$S(x)$		...	

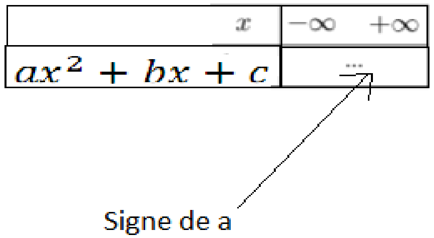
x	$-\infty$		2		$+\infty$
$V(x)$		...	0	...	

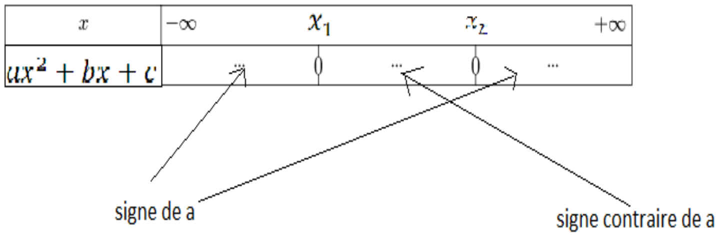
l'enseignant

élèves (Tenir compte de l'effectif de la classe)

<table>
<tr><td></td><td>4) En déduire les solutions des inéquations T(x) $< 0 (> 0; \leq 0; \geq 0)$. De même pour $R(x), F(x), S(x)$ et V(x).</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Résumé</td><td><u>Résumé</u> :

➢ On appelle trinôme de second degré, tout polynôme de la forme $P(x) = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0, b \in \mathbb{R}\ et\ c \in \mathbb{R}$.
➢ On appelle équation de second degré, toute équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0, b \in \mathbb{R}\ et\ c \in \mathbb{R}$.
➢ Un nombre "s" est solution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ si et seulement si "s" vérifie l'égalité $as^2 + bs + c = 0$
➢ On appelle forme canonique de $P(x) = ax^2 + bx + c$, l'expression de $P(x)$ sous la forme $P(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right)\right]$

• Si $b^2 - 4ac < 0$ alors $P(x)$ n'est pas factorisable et son tableau de signe est donné par :


• Si $b^2 - 4ac > 0$ alors P(x) est factorisable, l'équation $P(x) = 0$ admet deux solutions $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$. Le tableau de signe de $p(x)$ est donné par :

</td><td>Note le résumé</td><td>Travail individuel</td><td>Institutionnaliser la technique découverte.</td><td>20 min</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

- Si $b^2 - 4ac \geq 0$ alors $P(x)$ est factorisable, l'équation $P(x) = 0$ admet une solutions x_0, Le tableau de signe de $p(x)$ est donné

par :

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_0</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$ax^2 + bx + c$</td><td>...</td><td>0</td><td>...</td></tr>
</table>

signe de a

- ➢ Pour résoudre une inéquation de second degré, on dresse d'abord le tableau de signe du polynôme associé puis on en déduit la solution de l'inéquation.

</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Exercices d'applications</td>
<td><u>Exercice1 :</u> 1) déterminer la forme canonique, puis factorise si possible chacun des polynômes suivants :
$T(x) = 3x^2 - 3x - 18$, $R(x) = -2x^2 + 5x + 12$, $F(x) = 3x^2 - 24x + 45$, $S(x) = -3x^2 + 5x - 7$ et $V(x) = -6x^2 + 60x - 150$.
2) résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations $\mathrm{T}(x) < 0 (> 0; \leq 0; \geq 0)$. De même pour $R(x), F(x), S(x)$ et $\mathrm{V}(x)$.
<u>Exercice2 :</u> situation problème</td>
<td>Copie et traite.</td>
<td>Travail individuel</td>
<td>Recherche des solutions aux Problèmes de même famille</td>
<td>30 min</td>
</tr>
<tr>
<td>Conclusion</td>
<td><u>Devoir :</u>
Utiliser le livre de l'élève</td>
<td>Note les devoirs à faire à la maison</td>
<td>Travail individuel</td>
<td>Remplissage du cahier de texte, résumé de la séance, devoirs, annonce de la prochaine leçon</td>
<td>5 min</td>
</tr>
</table>

Classe: 2nde C		
Module : 17	Chapitre 4: Généralités sur les fonctions	Nombre de périodes : 4 Prof : OUAFEU PAULIN

Leçon 1 : Fonction et application

Objectifs pédagogiques :

-Définir une fonction ;

- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction ;

-Déterminer par calcul les images directes et réciproques d'un nombre par une fonction ;

-Justifier que deux fonctions sont égales sur un intervalle.

Motivation :

Certains appareils électroniques tels la calculatrice, l'ordinateur donnent des résultats aux grandeurs lorsqu'on entre un nombre. C'est l'exemple du prix de plusieurs objets connaissant leur nombre dans un supermarché, également la touche x^2 de la calculatrice. Toutes ces grandeurs associées à un nombre feront l'objet de cette leçon. Nous verrons comment déterminer leurs expressions et les représenter.

Contrôle de pré requis :

Soit f l'application affiné définie par $f(x) = -3x + 4$

1) Calculer $f(0)$ et $f(-2)$

2) Déterminer x tel que $f(x) = 1$

Situation problème :

Un système automatique de calcul d'impôts utilise des correspondances qui à partir du nombre d'articles donne le montant de l'impôt à payer. En fonction du type d'article, ce système dispose des correspondances définies par $f(x) = 5x + 4$; $g(x) = \frac{1}{x-1}$; $h(x) = \sqrt{x-3}$. Déterminer l'impôt à verser lorsque une entreprise vend 5 articles de chaque type.A partir de combien d'articles les correspondances f, g et h sont - elles appliquées ?

Activité d'apprentissage :

Soit les correspondances définies par $f(x) = 5x + 4$; $g(x) = \frac{1}{x-1}$; $h(x) = \sqrt{x-1}$; $t(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$

1)a/ Calculer $f(4)$; $g(2)$; $h(5)$;

b/ Que représente $f(4)$; $g(2)$et $h(5)$ pour les nombres 4 ; 2 et 5.

2) Peut-on calculer $g(1), h(2); t(-1)$ et $t(1)$? Justifier ;

3) a/Donner la condition d'existence de f, g, h et t;

b/Traduire ces conditions en intervalles. Comment appelle t'on ces ensembles ?

4)a/Déterminer a et b tels que $h(a) = 5$ et $g(b) = 2$;

b/Que représentent a pour 5 et b pour 2?

5)a/Pour $x \neq 1$ et $x \neq -1$, simplifier $t(x)$;

b/Avec qu'elle condition, $t(x) = g(x)$?

c/En déduire le plus grand 'ensemble sur lequel $t(x) = g(x)$.

Résumé :

1) Définition :

Une fonction est une correspondance qui à un élément x d'un ensemble A associe au plus un élément y d'un ensemble B. On la note à l'aide des lettres f, g, h, t, F , etc...

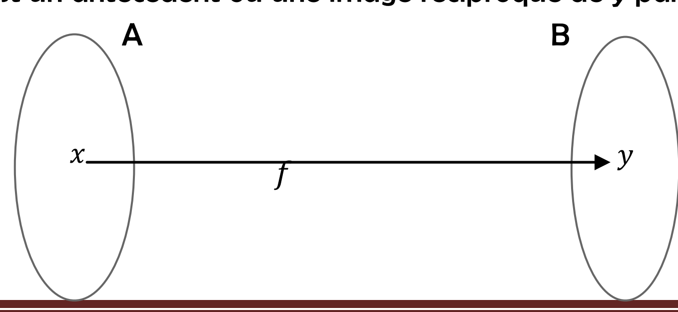
A est l'ensemble de départ, B est l'ensemble d'arrivée.

On note f: A $\longrightarrow$ B

$x \longmapsto y$. Avec $y = f(x)$

$f(x)$ est l'image directe de x par f, x est un antécédent ou une image réciproque de y par f. On note $x \in f-1\,(y)$.

Représentation schématique



Remarque : Une fonction est une application si tous les éléments de l'ensemble de départ ont exactement une image directe

Exemple : $f : [-2 ; +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$, Déterminons l'image directe de 5 et un antécédent de 3

$$x \longmapsto \sqrt{x+2}$$

L'image directe de 3 par f est $f(5) = \sqrt{5+2} = \sqrt{7}$
Soit x un antécédent de 3 par f, on a $f(x) = 3$, d'où $\sqrt{x+2} = 3 \Rightarrow x+2 = 9$
D'où $x = 7 \in [-2 ; +\infty[$. Donc $f^{-1}(3) = \{7\}$

2) Ensemble de définition:

Soit $f : A \longrightarrow B$ une fonction, on appelle ensemble de définition où domaine de définition de f , noté Df , l'ensemble des éléments x de l'ensemble de départ A pour lesquels on peut déterminer l'image directe c'est à dire $x \in Df$ si et seulement si $f(x)$ existe.

NB: L'ensemble de définition se détermine à partir de la condition d'existence.

Remarque:

R_1 : $\sqrt{f(x)}$ existe si et seulement si $f(x) \geq 0$;

R_2 : $\frac{1}{f(x)}$ existe si et seulement si $f(x) \neq 0$;

R_3 : Tout polynôme existe pour tout réel x.

Exemple : Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions définies par

$f(x) = 4x^2 - 5x + 5$; $g(x) = \sqrt{-5x+7}$; $h(x) = \frac{3x+1}{x^2-4}$; $q(x) = \frac{\sqrt{x+7}}{x-4}$

3) Fonctions égales

Deux fonctions f et g sont égales sur un ensemble K si et seulement si

- f et g sont définies sur K, c'est à dire K est inclus dans les ensembles de définition de f et g.
- $\forall x \in K, f(x) = g(x)$

Exemple :

On donne $f(x) = |-x+3| + |2x+1|$ et $g(x) = 3x - 2$

Déterminer le plus grand intervalle sur lequel f et g sont égales.

On doit d'abord écrire $f(x)$ sans symbole valeur absolue à l'aide d'un tableau de signe

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$-x+3$	+		+	0	-	
$\mid -x+3 \mid$	-x+3		$-x+3$		x-3	
$2x+1$	-	0	+		+	
$\mid 2x+1 \mid$	$-2x-1$		$2x+1$		$2x+1$	
$f(x)$	$-3x+2$		$x+4$		$3x-2$	

On a donc $f(x) = \begin{cases} -3x+2 \; si \; x \in]-\infty; -\frac{1}{2}] \\ x+4 \; si \; [-\frac{1}{2}; 3] \\ 3x-2 \; si \; x \in [3; +\infty[\end{cases}$, on dit alors que f est une fonction affine par intervalle

Ainsi il s'en suit que $\forall\, x \in [3; +\infty[$, $f(x) = g(x) = 3x-2$, Donc $f = g$ sur $[3; +\infty[$

NB : Toute fonction dont l'expression dans chaque intervalle est affine (sous la forme $ax+b$) est appelé fonction affine par intervalles.

Exercices application :

Exercice 1:

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = |2x-3| - 2|3-x| + |x+1|$

Montrer que g est une fonction affine par intervalle

Exercice 2:

Déterminer le domaine de définition de la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{-x+10}+\frac{3}{x-7}}{\sqrt{x-4}}$

Exercice 3:

Répondre par vrai ou faux

1) Un nombre peut avoir deux images directes par une fonction;
2) Un nombre peut avoir plusieurs antécédents par une fonction;
3) L'ensemble de départ est toujours l'ensemble de définition;
4) Deux nombres peuvent avoir la même image directe par une fonction;
5) Pour une application; l'ensemble de définition est différent de l'ensemble de départ.

Leçon 2 : Représentation graphique d'une fonction

Objectifs pédagogiques :

-Représenter graphiquement les fonctions définies par x^2 ; x^3 ; $\sqrt{x}$; $\frac{1}{x}$; ax^2; $\frac{a}{x}$; ax^3 sur un intervalle borné

-Déterminer graphiquement l'image directe et l'image réciproque d'un intervalle borné par une fonction.

Motivation :

Plusieurs phénomènes liés aux fonctions et qui varient sont interprétés avec des courbes graphiques. C'est le cas du battement du cœur à l'hôpital, de la courbe d'évolution du chômage dans un pays. Dans cette leçon nous verrons comment représenter une telle courbe connaissant l'expression de la fonction.

Contrôle de pré requis :

1) Qu'est ce qu'un repère orthonormé ?
2) Tracer dans un repère orthonormé la droite d'équation $y = 2x + 3$
3) Compléter le tableau ci-dessous

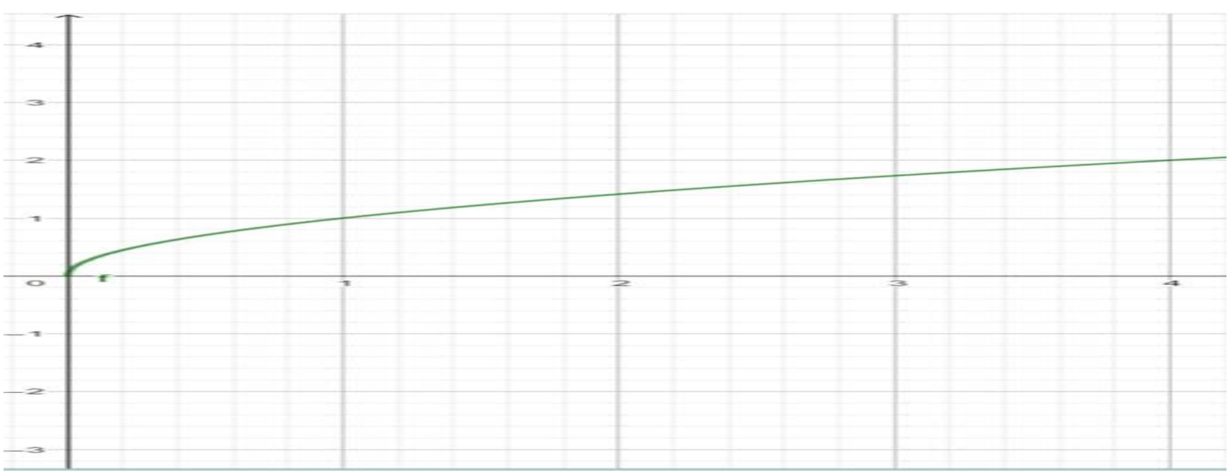
x				
$-3x^2$				

4) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions définies par $x^2 + 2$; $1 - \sqrt{x}$; $\frac{1}{x-5}$

Situation problème :

La courbe d'évolution du prix d'un article (en millième de franc) en fonction de l'évolution de la taxe (en centaine de francs) sur le marché international est représenté par

Prix



Taxes

Déterminer le prix quand la taxe était de 100F ; Quel était la taxe quand l'article coutait 2000F

Activité d'apprentissage :

1) Soit les fonctions f, g et h définies par $f(x) = x^2$; $g(x) = x^3$; $h(x) = \frac{1}{x}$

   a/ Déterminer leur ensemble de définition

   b/ Compléter les tables de valeurs ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$					

x	-3	-2	-1	-0,5	-0,25	0,25	0,5	1	2	3
$h(x)$										

2) Pour chaque tableau, placer dans un repère orthonormé les point M$\binom{x}{y}$ où y prends respectivement les valeurs $f(x)$; $g(x)$ et $h(x)$.
3) Dans chaque repère, Relier les points M par une courbe.
4) Déterminer graphiquement, sur la courbe de f , le point A dont l'abscisse est 2; en déduire son ordonnée. Que représente cette ordonnée pour 2?
5) Déterminer graphiquement, à l'aide de la courbe de g ,le point B dont l'ordonnée est 8 ; en déduire son abscisse. Que représente cette abscisse pour 8?
6) En déduire l'image directe par f de intervalle [0 ; 2] et l'image réciproque par g de l'intervalle [0 ; 8]

Résumé :

1) Courbe représentative d'une fonction :

Pour tracer la courbe d'une fonction f connaissant son domaine, on peut faire une table des valeurs qui contient quelques nombres représentatifs du domaine et leurs images directes, puis placer les points M d'abscisse x et d'ordonnée y. Puis les relier par une courbe. On note (C_f) la courbe représentative de f.

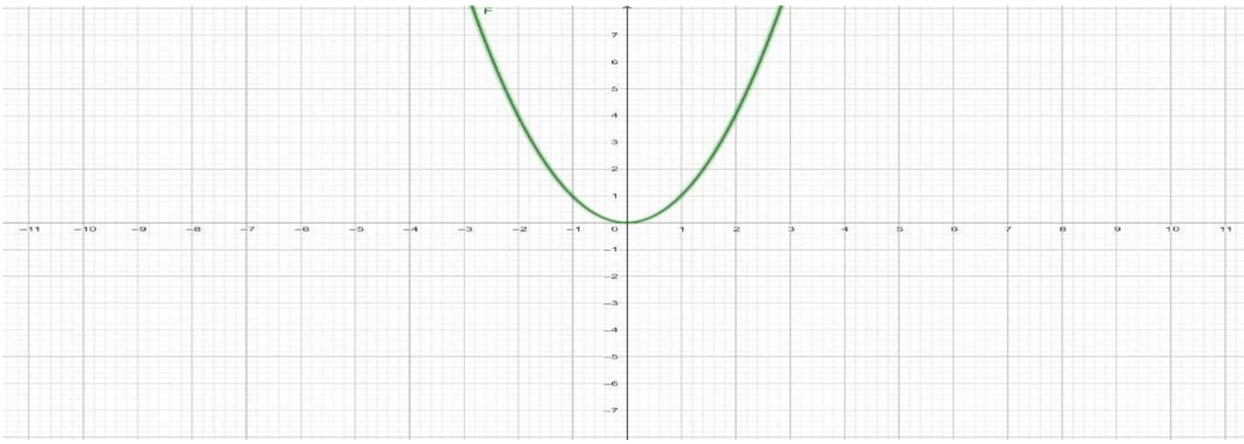
On note **M** $\binom{x}{y}$ **∈(C_f) si et seulement si** $y = f(x)$

a) Fonction carré : $f(x) = x^2$

Table des valeurs

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9

Courbe représentative :

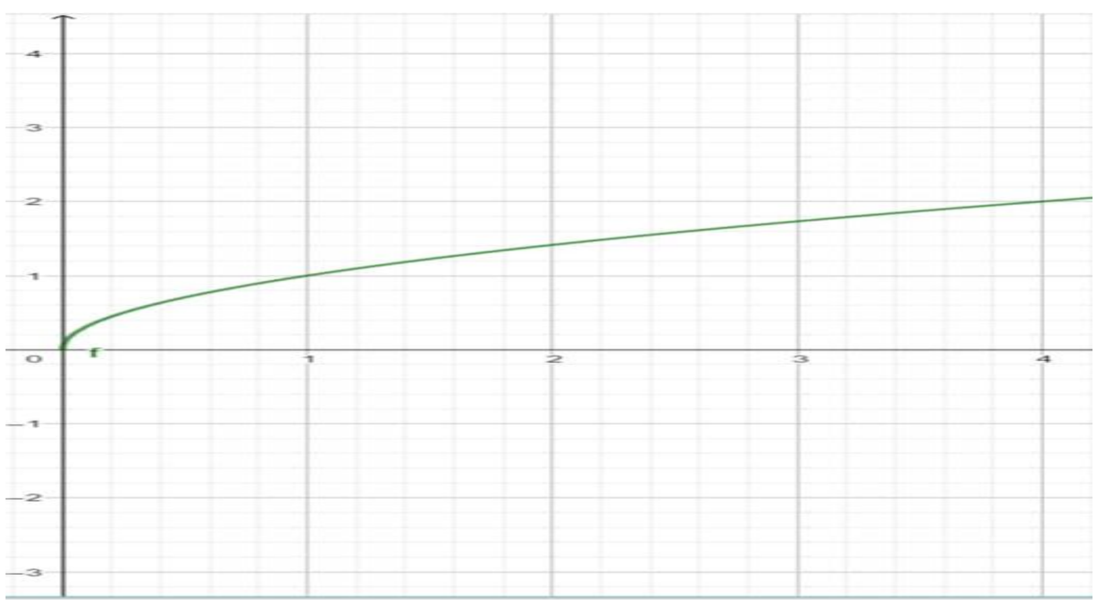


b) Fonction racine : $f(x) = \sqrt{x}$

Table des valeurs :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	1	1,4	1,7	2

Courbe représentative :

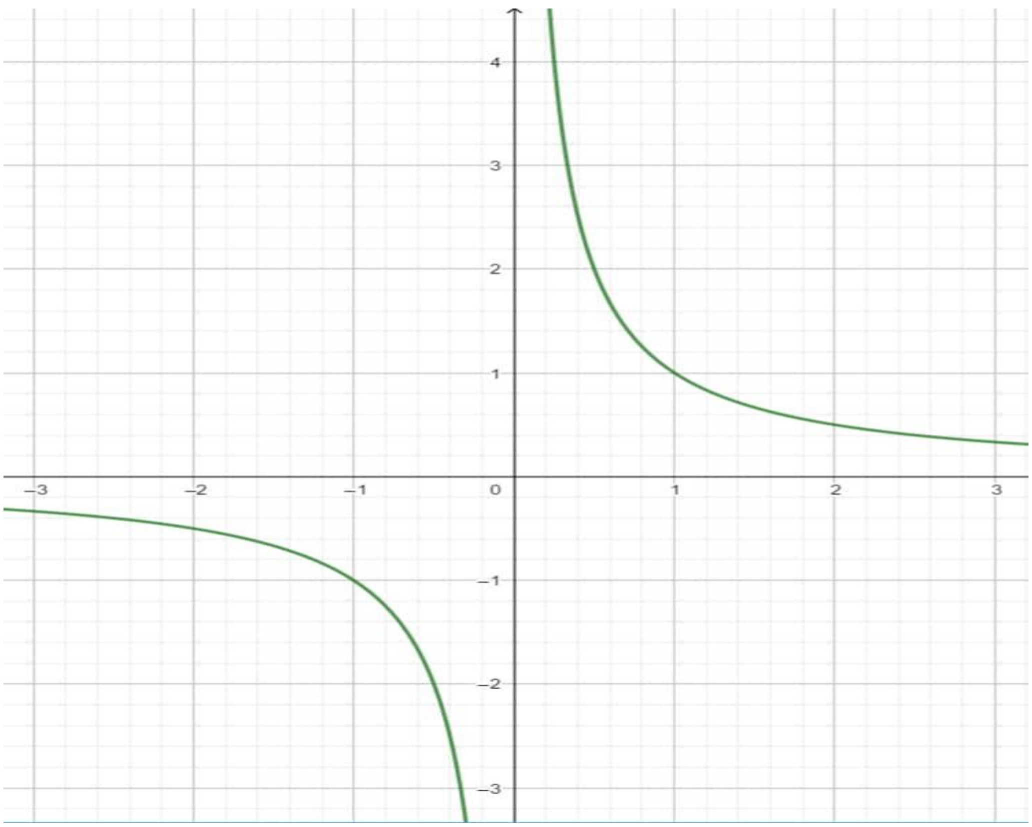


c) Fonction inverse : $f(x) = \frac{1}{x}$

Table des valeurs :

x	-3	-2	-1	-0,5	-0,25	0,25	0,5	1	2	3
$h(x)$	-0,3	-0,5	-1	-2	-4	4	2	1	0,5	0 ,3

Courbe représentative

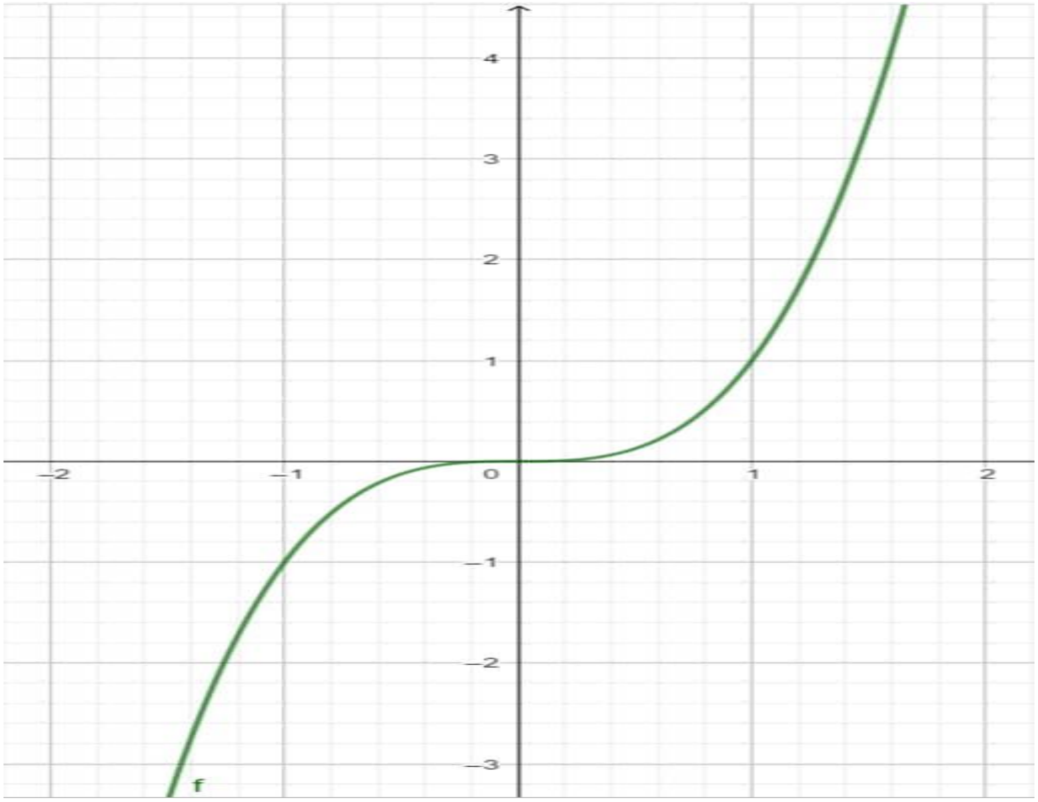


d) **Fonction cube** : $f(x) = x^3$

Table des valeurs :

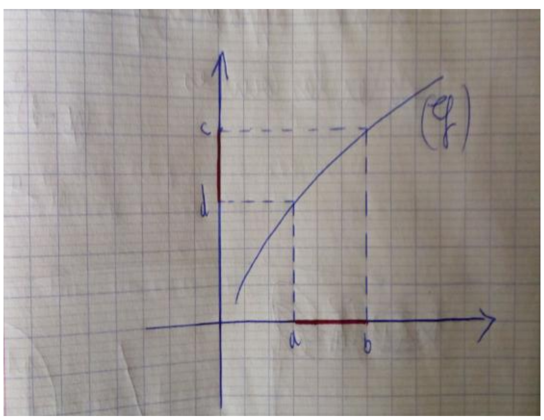
x	-2	-1	0	1	2
f(x)	-8	-1	0	1	8

Courbe représentative :



2) Image directe et réciproque d'un intervalle borné par une fonction

Pour déterminer l'image directe d'un intervalle borné par une fonction, on délimite d'abord la courbe correspondant à cet intervalle, puis l'on détermine le maximum(ordonnée du point le plus haut de cette partie de courbe), ainsi que le minimum (ordonnée du point le plus bas de cette partie de la courbe) ; puis à l'aide du maximum et du minimum on donne le résultat.



L'image directe de [a ;b] est

$$f([a\,;b]) = [c:d]$$

L'image réciproque de [c; d] est

$$f^{-1}([c\,;d]) = [a:b]$$

3) Comparaison de deux fonctions à partir des représentations graphiques

Deux fonctions sont égales en un réel x_0 si leurs courbes représentatives se rencontrent au point d'abscisse x_0.

Une fonction f es supérieure ou égale à une fonction g sur un intervalle K si la courbe de f est au-dessus de celle de g sur K.

Une fonction est positive sur un intervalle K si sa courbe est au-dessus de l'axe des abscisses sur K; et négative sur K si elle est en dessous.

Exercices application :

Exercice 1 : Représenter chaque fonction ci-dessous sur l'intervalle K

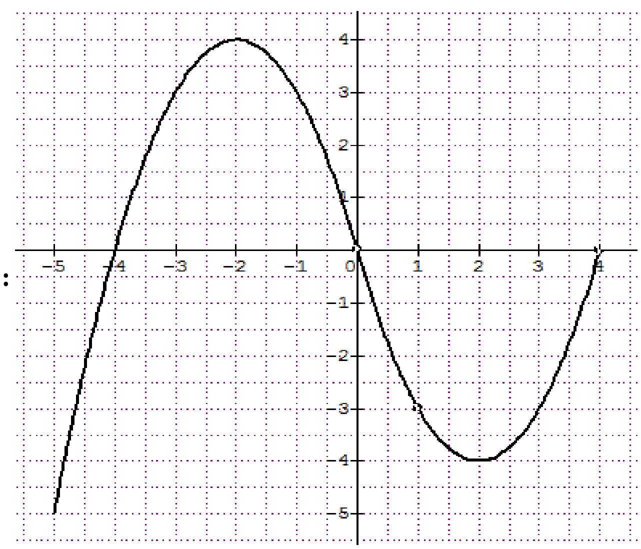
$f(x) = 3x^2$ K= [-1; 1] ; $g(x) = \frac{3}{x}$ K= $[\frac{1}{3}; 6]$; $h(x) = \sqrt{2x}$ K=[0;3]

Exercice 2 :

La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction numérique à variable réelle h dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Par lecture graphique :

1) Déterminer le domaine de définition D de h.
2) Determiner : $h(3)$, $h(-1)$
3) Déterminer le maximum et le minimum de h.
4) Déterminer les antécédents de 3 ;
5) Donner les solutions des équations et inéquations :

   $h(x) = -2$, $h(x) = 0$, $h(x) \geq 3$
6) Donner l'image directe de $[-3; 2]$
7) Donner l'image réciproque de [0; 3]
8) Donner le tableau de signes de h.



Exercice 3 :

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = |2x - 3| - 2|3 - x|$.

a) Écrire $g(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

b) En déduire la nature de g.

c) Construire la représentation graphique de g dans un repère orthonormé (O, I, J) .

Exercice 4 :

1. a) Montrer que x^3 - 3x+2= $(x-1)^2$(x+2)

b) En déduire la résolution de l'équation x^3 - 3x+2= 0

2. On considère les fonctions p et q définies par p(x) = x^3 et q(x) =3x-2

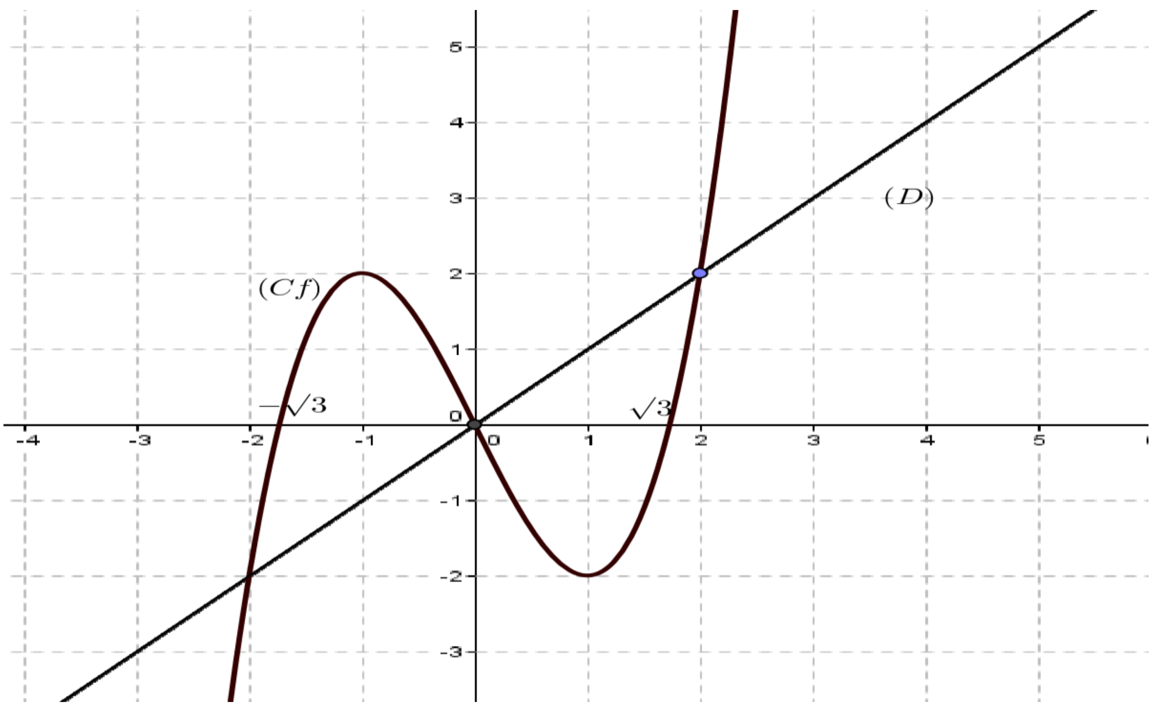
a) Tracer soigneusement les représentations graphiques C_p et C_q de p et q sur l'intervalle [-2;2]

b) Déterminer graphiquement les coordonnées des points commun de C_p et C_q

c) Justifier que l'on pouvait déterminer ces points par calcul à l'aide de la question 1.b)

Exercice 5 :

Soit les représentations graphiques ci-dessous

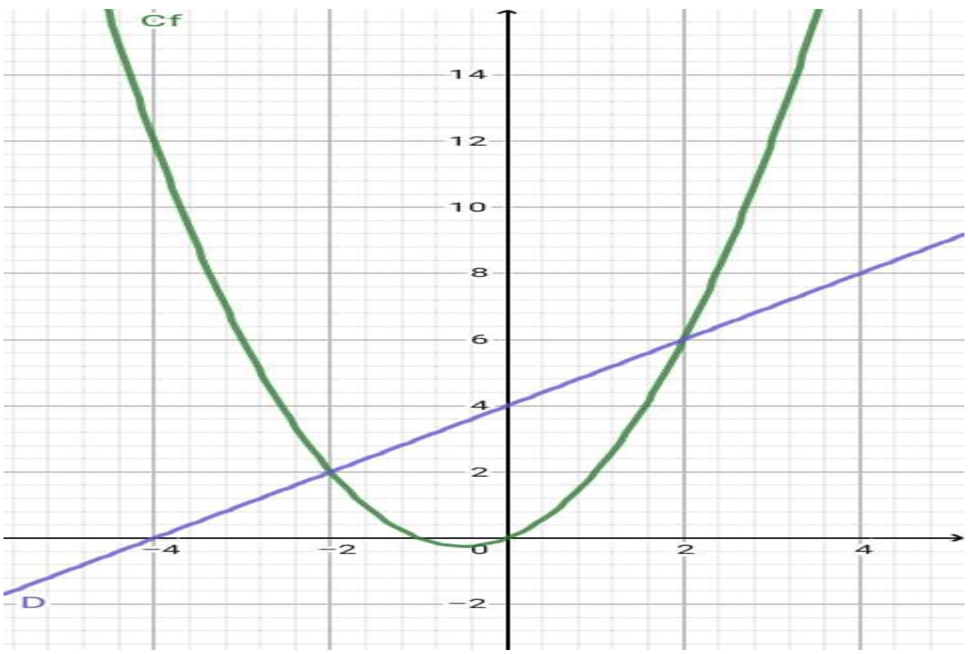


1) Déterminer l'équation cartésienne y de (D)
2) Résoudre graphiquement $f(x) = y$; $f(x) > y$; $f(x) = 0$
3) Déterminer l'image directe de [-1; 2]

Exercice 6: Evaluation des compétences

Situation :

Une entreprise fabrique du sucre en poudre, le cout de fabrication de x kilogrammes de sucre est exprimé à l'aide de la fonction C, définie par : $c(x) = x^2 + x$, exprimée en centaine de franc CFA et dont la courbe représentative est donnée ci-dessous, la droite (D) représentant une autre fonction cout que le directeur de l'entreprise voudrait expérimenter et dont il n'a pas encore l'expression. À la sortie de l'usine, le sac de 50 kilogrammes est vendu à 30000F. Un grossiste veut acheter un stock de sucre placé au dépôt depuis plusieurs jours, le comptable évalue le cout de production de ce stock à 100000F.



Taches :

1) Déterminer le bénéfice réalisé sur 5 kg de sucre.
2) Déterminer le prix de vente du stock que désire le client.
3) Déterminer le prix de vente lorsque que les deux couts de production sont égaux.

Module 17: Relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres réels.	
Chapitre 6: Etude des fonctions usuelles	
Durée : 110min	Prof : OUAFEU PAULIN

Objectifs pédagogiques:

-Déterminer le taux d'accroissement d'une fonction ;

-Déterminer le sens de variation d'une fonction usuelle ;

-Dresser le tableau de variation d'une fonction usuelle.

Motivation:

Certaines grandeurs telles le coût de production d'un bien matériel, la balance commerciale d'un pays sont exprimées par des fonctions usuelles. La connaissance de leur sens de variation permet de prévoir l'évolution de ces grandeurs en croissance, décroissance ou constance. Cette leçon nous permettra de savoir comment étudier une fonction usuelle.

Contrôle des pré requis :

1) Soit l'expression $K = \frac{x^2-y^2}{x-y}$

a- Donner la condition d'existence de K ;

b-Simplifier K;

2) Soit a et b deux réels tels que a soit strictement inférieur à b ;

a- Si a et b sont du même signe, donner le signe de $a + b$;

b- Quel est le signe de $a - b$?

3) Soit l'expression $f(x) = x^3 + 5$, exprimer de façon simplifiée l'expression $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$ pour a et b deux reels distincts.

Situation problème :

Le service comptable d'une entreprise de fabrication de jouets utilise une estimation du coût de production en centaines de francs de x jouets par l''expression $f(x) = x^2 + 4x$. Comment varit ce coût lorsque le nombre de jouets fabriqués augmente?

Activité d'apprentissage:

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 4x$;

1) Déterminer le domaine de définition de f ;

2) Soient a et b deux réels strictement positifs.On pose T= $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$ avec $a \neq b$.

a-Montrer que $T = a + b - 4$;

b-Supposons que $a > 2, b > 2$, déduire le signe de T ;

c-Supposons que $a < 2, b < 2$, déduire le signe de T ;

d- En supposant que $a > b > 2$, comparer $f(a)$ et $f(b)$;

e- En supposant que $a < b < 2$, comparer $f(a)$ et $f(b)$;

3) a- Les valeurs de $f(x)$ pour $x > 2$ augmentent- elles ou diminuent-elles quand les valeurs de x augmentent ?

b- Les valeurs de $f(x)$ pour $x < 2$ augmentent- elles ou diminuent- elles quand les valeurs de x augmentent ?

Résumé :

1) Taux d'accroissement :

Soit f une fonction numérique, on appelle taux d'accroissement de f le nombre réel défini par

T= $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$, a et b étant deux réels distincts du domaine de f.

2) Sens de variation d'une fonction :

a) Fonction croissante

Une fonction f est croissante sur un intervalle K si son taux d'accroissement est supérieur ou égal à zéro sur K; elle est strictement croissante quand le taux est strictement supérieur à zéro. Sa variation est représentée par la flèche orientée vers le haut et de gauche vers la droite.

Exemple: Montrons que la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x}$ est croissante sur [0; 4]

Soit a et b deux réels distincts de l'intervalle [0; 4].
On pose T= $\frac{f(a)-f(b)}{a-b} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(a-b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{a-b}{(a-b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{1}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})}$.
Nous remarquons que $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$
Par conséquent, T= $\frac{1}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})}$ est strictement positif. Donc f est strictement croissante sur [0; 4]

Son tableau de variation par exemple sur [0; 4] est

x	0	4
$f(x)$		2
	0 ↗	

b) Fonction décroissante

Une fonction f est décroissante sur un intervalle K si son taux d'accroissement est inférieur ou égale à zéro sur K. elle est strictement décroissante quand le taux est strictement inférieure à zéro. Sa variation est représentée par la flèche orientée vers le bas et de gauche vers la droite.

Exemple: Montrons que la fonction f définie par $g(x) = \frac{2}{x}$ est strictement décroissante sur [-2; -1]

Soit a et b deux réels distincts de l'intervalle [-2; -1] .
On pose T= $\frac{g(a)-g(b)}{a-b} = \frac{\frac{2}{a}-\frac{2}{b}}{a-b} = \frac{-2}{ab}$ <0 car a<0 et b<0. D'ou T< 0
Donc g est strictement décroissante sur [-2; -1]
Son tableau de variation par exemple sur [-2 ; -1] est

x	-2	-1
$g(x)$	-1 ↘	
		-2

C) Fonction constante:

Une fonction f est constante sur un intervalle K si son taux d'accroissement est égal à zéro sur K. Sa variation est représentée par la flèche horizontale orientée vers la droite.

Exemple:

Montrons que la fonction h définie par $h(x)$ = 3 est constante sur [-5 ; 10].

Soit a et b deux réels distincts de l'intervalle [-5 ; 10], On pose T= $\frac{h(a)-h(b)}{a-b}$ =$\frac{3-3}{a-b}$ = 0 , par consequent h est constante

Son tableau de variation par exemple sur [-5 ; 10] est

x	-5		10
$h(x)$	3	$\longrightarrow$	3

d) Cas d'une fonction affine:

Soit f une fonction définie par $f(x) = ax + b$. Pour deux réels quelconque p et q, son taux d'accroissement est T = $\frac{(ap+b)-(aq+b)}{p-q}$ =a. On en déduit alors que:

Si $a > 0$ alors f est croissante sur IR ;

Si $a < 0$ alors f est décroissante sur IR ;

Si $a = 0$ alors f est constante sur IR ;

Exemple :

Soit la fonction f définie par $f(x) = -3x + 5$;

Le coefficient directeur est $a = -3 < 0$; d'où f est décroissante sur IR.

Soit la fonction g définie par$g(x) = 6x$;

Le coefficient directeur est $a = 6 > 0$; d'où g est croissante sur IR.

Exercices d'application :

Exercice 1:

Soit $g(x) = x^3 + 5x - 1$;

1) Déterminer le domaine de définition de g ;

2) Soit a et b deux réels tels que $a < b$;

a/ Montrer que le taux d'accroissement de g est $T = a^2 + b^2 + ab + 5$;

b/ On suppose que $a < b$;

i) Montrer que si $a < 0$ et $b < 0$ alors $b^2 < ab < a^2$;

ii) Montrer que si $a > 0$ et $b > 0$ alors $a^2 < ab < b^2$;

c/ En déduire le signe de T et le sens de variation de g sur IR

3) Sans faire de calcul, comparer $g(100)$ et $g(200)$.
4) Dresser le tableau de variation de g sur [-2 ; 13].

Exercice 2 :

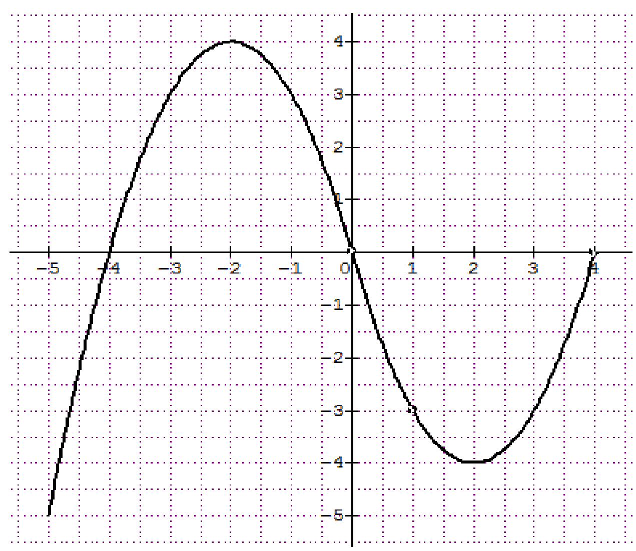
On se propose de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): x^2 - x - 6 = 0$

1) Justifier que pour $x \neq 0$, cette équation est équivalente à l'équation $(E_0): x - 1 = \frac{6}{x}$
2) On pose $f(x) = x - 1$
   a) Quel est le domaine de définition D_f de f ?;
   b) Justifier que f est une fonction croissante sur D_f. ;
   c) Déduire le tableau de variations de f ;
3) On pose $g(x) = \frac{6}{x}$;
   a) Déterminer le domaine de définition D_g de g ;
   b) Quel est le sens de variation de g ?
   c) Calculer les images par g des nombres -2 ; -1 ; 1 et 2 ;
4) Construire dans le même repère les courbes (C f) de f et (C g) de g ;
5) En déduire l'ensemble solution de l'équation (E_0): .

Exercice 3:

Soit la représentation graphique d'une fonction f ci-dessous

1) comparer $f(0{,}5)$ et $f(1\,;5)$
2) Comparer $f(-3)$ et $f(-3\,;5)$
3) Dresser le tableau de variation de sur [-5; 4]



MODULE : 3 CONFUGURATION DU PLAN

CHAPITRE : ANGLES ORIENTES ET TRIGONOMETRIE

LECON : 1 ANGLES ORIENTES

OBJECTIFS :

- Orientation du plan
- Présentation d'un angle orienté
- Cercle trigonométrique
- Mesure d'un angle orienté
- Points images des angles associés à un réel donné

Situation problème :

Deux coureurs parcours une piste d'athlétisme circulaire. Ayant pris un même point de départ, les deux parcours suivant le sens des déplacements des aiguilles d'une montre. L'un parcours un angle de 90° et l'autre un angle de270° Les deux coureurs sont-ils dès lors à des positions diamétralement opposées sur la piste ? Justifier

Activité d'apprentissage :

A_1) i- En considérant que 180° vaut π radian, déterminer en radian 90° et 270°

ii- Trouve un angle en radiant α de l'intervalle $]-\pi;\pi]$tel que $\frac{3\pi}{2} = \alpha + 2k\pi$ *où* $k \in Z$

A_2) a- Construis un triangle ABC dans le sens contraire du déplacement des aiguilles d'une montre tel que l'angle en A est 60°, l'angle en B est 30° et l'angle en C est90°.

. b- Détermines en radian : $mes(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}), mes(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}), mes(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})$ *et* $mes(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$

A_3) Soient les angles $\frac{30\pi}{4}$ *et* 350°

a- Trouve un angle α de l'intervalle $]-\pi;\pi]$dans chacun des cas suivants :

i- $\frac{30\pi}{4} = \alpha + 2k\pi$ *où* $k \in Z$

ii- $350° = \alpha + 2k\pi$ *où* $k \in Z$

b- Que représente α pour chacun de ces angles ?

RESUME :

Il existe deux façons et deux seulement de parcourir un cercle. On convient d'appeler **sens positif** ou **sens direct** le sens inverse du déplacement des aiguilles d'une montre.

Sens positif ou sens direct   sens négatif ou sens indirect

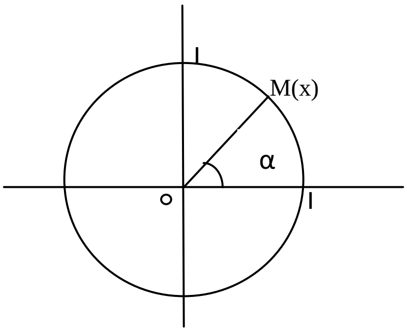
Orienter un cercle c'est choisir le sens de parcours pour ce cercle. On dit qu'un plan est orienté si tous ses cercles sont orientés dans le même sens.

Une unité de longueur étant choisie, on appelle **cercle trigonométrie** du plan orienté tout cercle orienté dans le sens positif de rayon 1. Sa circonférence est 2π

Dans un repère orthonormé $(O;I;J)$ on a $OI = OJ = 1\ et\ mes(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}) = \frac{\pi}{2}$

Soit X un angle. α est **la mesure principale** de X si $\alpha \in]-\pi;\pi]$ et il existe un entier relatif k tel que $X = \alpha + 2k\pi$

Pour tout réel x, il existe un unique réel α de $]-\pi;\pi]$ tel que $x = \alpha + 2k\pi\ , k\ etant\ un\ entier\ relatif\ et -\pi < \alpha \leq \pi$



Il existe un unique point M du cercle trigonométrique les que $mes(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM}) = \alpha$. Ce point est le **point image** du réel x sur le cercle trigonométrique

NB Deux angles orientés ont la même mesure s'ils ont la même mesure principale

Exemple : comparer $\frac{7\pi}{3}$ et $\frac{13\pi}{3}$

Application Trouver la mesure principale de $-\frac{7\pi}{3}\ et\ \frac{2019\pi}{4}$ en utilisant la méthode par encadrement et par la division euclidienne puis placer leur image sur un cercle trigonométrique.

Exercices (dans le livre au programme)

<u>*Leçon 2*</u> : TRIGONOMETRIE

<u>***OBJECTIFS***</u>: cosinus, sinus et tangente d'un angle orienté

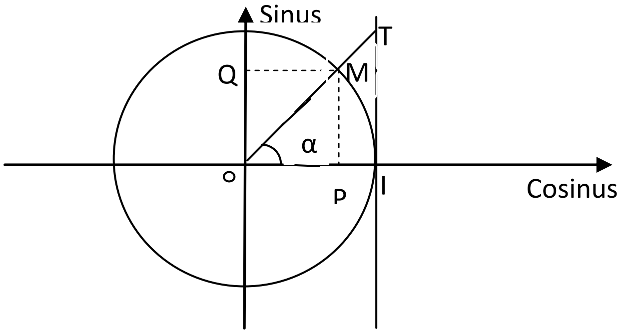
<u>***SITUATION DE VIE***</u>: votre camarade de classe vous demande de l'expliquer pourquoi en classe de troisième l'enseignant avait dit $tan\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$ avec$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. Aides le a comprendre cela par une démonstration simple.

<u>***ACTIVITE D'APPRENTISSAGE***</u> : soit un repère orthonormé $(O; I; J)$d'unité 2 cm

a- Trace un cercle trigonométrique de centre O
b- Place le point M image respectives de l'angle $\frac{\pi}{3}$
c- Place les points P et Q projetés orthogonal respectifs des points M sur l'axe (OI) respectivement sur l'axe (OJ)
d- Comparer les valeurs de $cos\frac{\pi}{3}$ et $sin\frac{\pi}{3}$ respectivement avec $\overline{OP}$ $et\overline{OQ}$
e- Compare $\overline{IT}$ et tan$\frac{\pi}{3}$ où T est l'intersection de la tangente au cercle trigonométrique et la droite (OM) puis démontrer que $\overline{IT} = \frac{\overline{OP}}{\overline{OQ}}$ et en déduire que $tan\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$ avec$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

<u>***RETENONS***</u> **:**

Soit α un angle et M son point image sur le cercle trigonométrique.



Nous avons $cos\alpha = \overline{OP}, sin\alpha = \overline{OQ}$, $tan\alpha = \overline{IT} = \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}} = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$

En considérant le triangle OPM, nous avons $OM^2 = OP^2 + OQ^2$ or $OM = 1, OP = cos\alpha, OQ = sin\alpha$ d'où $\mathbf{cos^2\alpha + sin^2\alpha = 1}$

<u>***APPLICATION :***</u>

1- Démontrons sous la condition d'existence que $1 + tan^2\alpha = \frac{1}{cos^2\alpha}$
2- Démontrons que pour tout réel x on a $cox^4x - sin^4x = 2cos^2x - 1$

Propriétés :

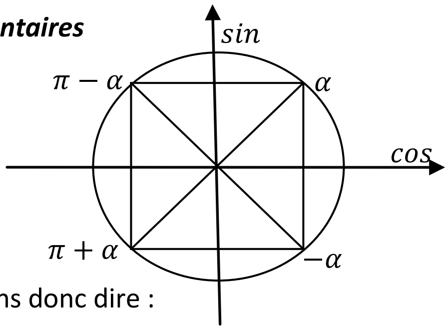
i- Si $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, alors $cos\alpha > 0$, $sin\alpha > 0$ et $tan\alpha > 0$
ii- Si $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, alors$ $cos\alpha < 0$, $sin\alpha > 0$ et $tan\alpha < 0$

iii- Si $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$, $alors\ cos\alpha < 0, sin\alpha < 0\ et\ tan\alpha > 0$

iv- Si $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, $alors\ cos\alpha > 0$, $sin\alpha < 0\ et\ tan\alpha < 0$

Angles opposés et angles supplémentaires

Soit α un angle nous avons :



A partir de cette figure, nous pouvons donc dire :

$\begin{cases} cos(-\alpha) = cos\alpha \\ sin(-\alpha) = -sin\alpha \end{cases}$; $\begin{cases} cos(\pi-\alpha) = -cos\alpha \\ sin(\pi-\alpha) = sin\alpha \end{cases}$; $\begin{cases} cos(\pi+\alpha) = -cos\alpha \\ sin(\pi+\alpha) = -sin\alpha \end{cases}$

<u>APPLICATION</u> :

En remarquant que $\frac{4\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3}$, calculer $cos\frac{4\pi}{3}\ et\ sin\frac{4\pi}{3}$

<u>Exercices</u> : Dans le livre au programme.

- **<u>Module 15</u> : CONFIGURATION ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN**

<u>Chapitre 8</u> : ANGLES INSCRITS ET POLYGONES REGULIERS.

<u>Motivation</u> *:* l'envie de l'homme d'avoir des objets ou des bâtiments de forme particulières, haptiques et symétriques rend incontournable la maitrise de la notion d'angles inscrits et de polygones réguliers dans les domaines de l'architecture, de l'art et bien d'autres.

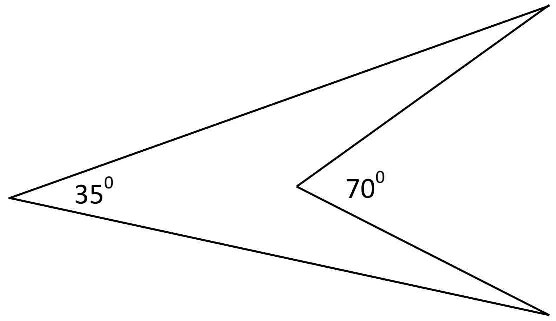
<u>Leçon 1</u> : Angles inscrits. **<u>Durée</u> : 50min**

<u>Objectifs pédagogiques</u> *:*

Reconnaître un angle inscrit dans un cercle.
Déterminer la mesure d'un angle inscrit défini par une corde et un point.
Justifier qu'un quadrilatère est inscriptible.
Reconnaître un angle inscrit défini par une corde et une demi-tangente, puis déterminer sa mesure.

<u>Situation Problème :</u>

Pour confectionner le col (dit col « v ») d'un vêtement, Mr EBOGO utilise une pièce de tissu de forme triangulaire dont un angle au sommet mesure 35^0. Mr EBOGO Souhaite couper un morceau sous forme triangulaire suivant la base de l'angle 35^0 de sorte que l'angle sommet ayant la même base avec le morceau de tissu initial soit 70^0 (c'est-à-dire le double de l'angle initial 35^0). Aide Mr EBOGO a réalisé son col.



<u>Prérequis :</u>

1) Combien d'angles contient un triangle ?

2) Donner la relation entre les mesures des angles d'un triangle.

<u>Activité d'apprentissage :</u>

Soit $(\mathcal{C})$ un cercle de centre O et de rayon 1.5cm.

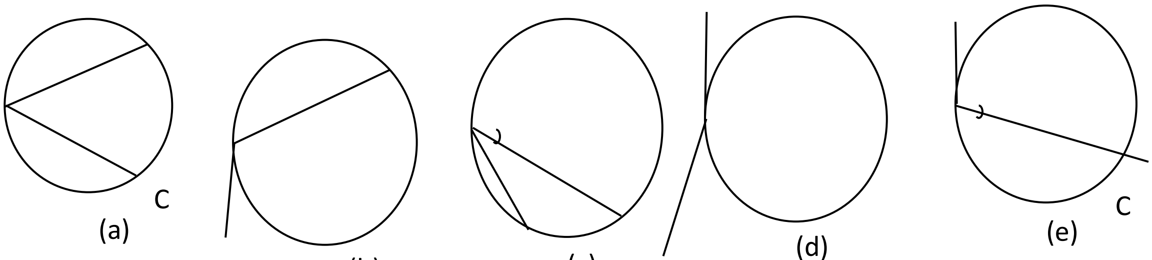
1) Construire $(\mathcal{C})$ et place les points A, B et C sur $(\mathcal{C})$ tel que le centre O soit dans le triangle ABC et que AB ne soit pas un diamètre de $(\mathcal{C})$.
2) Démontrer que les triangles ABO, ACO et BCO sont tous isocèles.
3) a) Donner une relation entre mes ($\widehat{AOB}$) et mes ($\widehat{ABO}$).
   b) Donner une relation entre mes ($\widehat{AOC}$) et mes ($\widehat{CAO}$).
   c) Donner une relation entre mes ($\widehat{COB}$) et mes ($\widehat{BCO}$).
   d) Donner une relation entre mes ($\widehat{ABC}$), mes ($\widehat{ACB}$) et mes ($\widehat{BAC}$).
   e) Donner une relation entre mes ($\widehat{ABO}$), mes ($\widehat{BCO}$) et mes ($\widehat{CAO}$).
4) En utilisant la question 3), donner une relation entre mes ($\widehat{ACB}$) et mes ($\widehat{AOB}$).

<u>*Résumé*</u> *:*

<u>***Définition :***</u> *angle inscrit*

Dans un cercle, un angle inscrit est un angle dont le sommet est sur le cercle et dont les côtés coupent le cercle.

1. Dans l'activité précédente, les angles$\widehat{BAC}$, $\widehat{BCA}$ et $\widehat{ABC}$ sont les angles inscrits.



(a) (b) (c) (d) (e)

2. Les angles sur les figures (a) et (c) sont inscrits par contre les angles sur les figures (b),

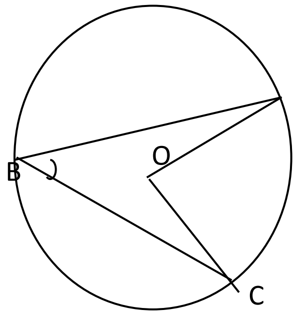
(d) et (e) ne sont pas inscrits

<u>***Définition :***</u> *angle au centre*

Dans un cercle, un angle au centre est un angle dont le sommet est le centre d'un cercle.

<u>***Exemple 2:***</u> Dans l'activité précédente, les angles $\widehat{BOC}$ $\widehat{BOA}$ $\widehat{AOC}$, et sont les angles au centre.

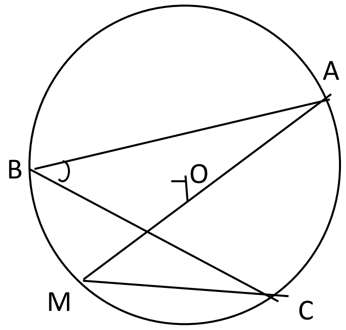
<u>Propriété 1:</u> Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est le double de celle de l'angle inscrit.



mes ($\widehat{COA}$)= 2mes($\widehat{CBA}$)

<u>Exemple 3:</u> Dans l'activité précédente, on a mes **(**$\widehat{\mathrm{BOA}}$)= 2mes($\widehat{\mathrm{BCA}}$).

<u>Propriété 2:</u> Dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.



mes ($\widehat{CMA}$)= mes($\widehat{CBA}$)

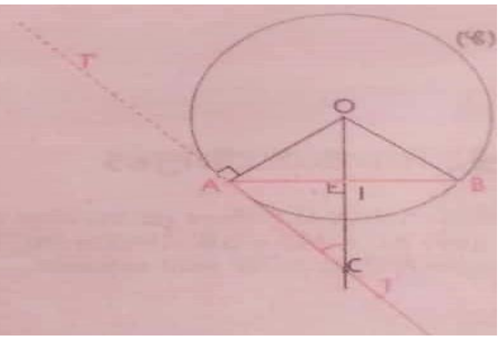
<u>Propriété 3 :</u> Deux angles inscrits qui interceptent les arcs de même longueur ont la même mesure.

<u>Propriété4</u> :

Soit [AB] une corde d'un cercle ($\mathscr{C}$), qui n'est pas un diamètre, [AT) la demi-tangente en A à ($\mathscr{C}$) contenue dans le demi-plan de frontière (AB) ne contenant pas O, [AT') l'autre demi-tangente en A.

On a : mes $\widehat{TAB} = \frac{1}{2}$ mes $\widehat{AOB}$

et mes $\widehat{T'AB} = 180° - \frac{1}{2}$ mes $\widehat{AOB}$.

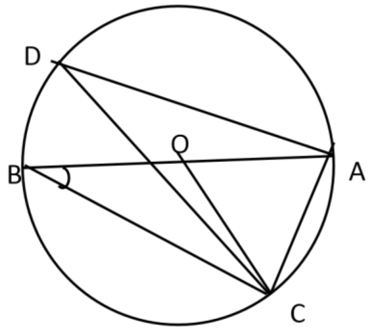


Exercice d'application :

1) Soit ABC un triangle équilatéral et O son centre de gravité. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{BOA}$.
2) Soit PQR un triangle dont mes($\widehat{PQR}$)=45^0 et mes($\widehat{PRQ}$)=80^0 ; soit I le centre du cercle circonscrit du triangle PQR. Détermine mes($\widehat{QIR}$) .

Devoirs :

A- On considère la figure ci-dessous :



1- Donner la nature du triangle ABC

2- Recopier et compléter les tableaux ci-dessous

Angles	$\widehat{ABC}$	$\widehat{ADC}$	$\widehat{BAC}$	$\widehat{AOC}$	$\widehat{ACB}$
Mesures	30^0				

3- Donner la nature du triangle AOC.

B- Quatre exercices du livre sur le chapitre.

<u>Leçon 2</u> : *Polygones réguliers et Quadrilatère inscriptibles*

<u>Durée</u> : 50 min

Objectifs pédagogiques

Quadrilatère croisé et convexe inscriptibles dans un cercle.
Construction des polygones réguliers

Situation problème :

Le supporter camerounais des lions indomptables Ali veut réaliser le drapeau de son pays, mais il a un problème de réaliser l'étoile d'or au cœur du drapeau. Aide Ali à réaliser cette étoile.

Prérequis :

Trace un cercle ($\mathcal{C}$) de centre O et de rayon 2cm.

Place deux points A et B sur le cercle ($\mathcal{C}$) tel que mes($\widehat{AOB}$)=49^0.

Place un point C sur le cercle ($\mathcal{C}$) tel que les arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{BC}$ ont la même longueur.

Activité d'apprentissage :

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 2cm.

1) Construire ce triangle et place un point D symétrie de A par rapport à l'axe (BC).
2) Construire les points E, F et G respectivement symétrie centrale par rapport à B des points A, C et D.
3) Montre que les points A, C, D, E, F et G appartiennent au cercle de centre B et de rayon 2cm.
4) Sur la figure ci-dessus, donne 9 figures géométriques ayant 3 côtés de même longueur et les angles aux sommets de même mesure ; une figure géométrique ayant 6 côtés de même longueur et les angles aux sommets de même mesure.

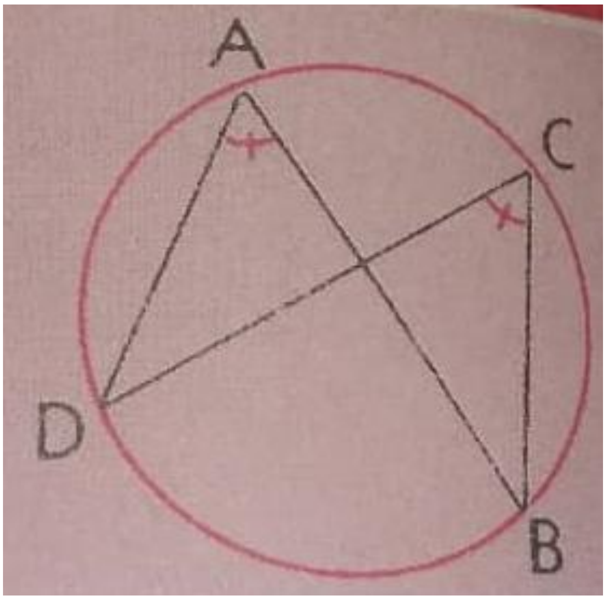
Résumé :

<u>Définitions</u> :

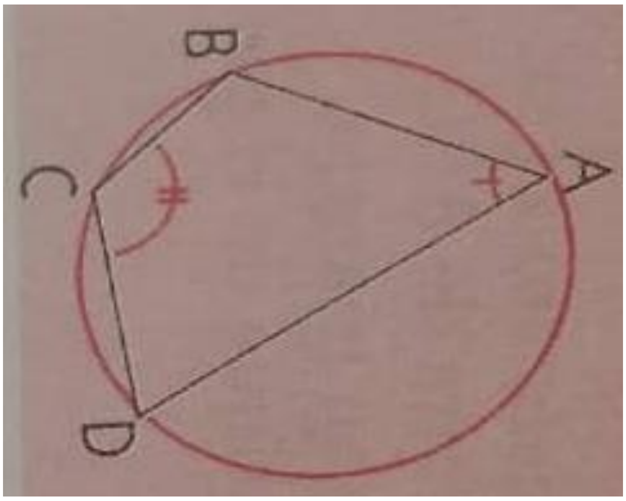
Un polygone régulier est un polygone qui a tous ses côtés de même longueur et tous ses angles de même mesure.

Un polygone est dit inscriptible s'il existe un cercle passant par tous ces sommets. Et lorsque ce cercle existe, il est unique.

Théoreme1 : Un quadrilatère croisé est inscriptible si et seulement si deux de ces angles opposés ont même mesure.



Théorème 2 : Un quadrilatère convexe est inscriptible si et seulement si deux de ses angles opposés sont supplémentaires.



Propriété 1: Si un polygone est régulier, alors il est inscriptible dans un cercle. Le centre du cercle est appelé ***centre du polygone.***

Propriété 2: Si un polygone est régulier, alors la mesure de chaque angle au centre interceptant un côté du polygone est égale à : $\frac{360^0}{n}$ où n est le nombre de côté du polygone.

Le tableau récapitulatif ci-dessous nous donne les noms des quelques polygones réguliers ainsi que leur nombre de côtes.

Nombre de côtés	Polygones réguliers
3	Triangle équilatéral
4	Carré
5	Pentagone régulier
6	Hexagone régulier
7	Heptagone régulier
8	Octogone régulier
9	Ennéagone régulier
10	Décagone régulier
12	Dodécagone régulier

Exercice d'application :

1) a) Construire un Octogone régulier ABCDEFGH.
   b) En déduire un carré et 2 rectangles.

2) a) Construire un décagone régulier ABCDEFGHIJ.

b) En déduire deux pentagones réguliers.

c) En vous servant de la question a) réalisez une étoile.

Devoirs : Cinq exercices dans le livre sur le chapitre.

MODULE 19 : CO NFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 1 : VECTEURS DU PLAN

LECON 1 : OPERATIONS SUR LES VECTEURS

Du ………/……… au ……/……..

COMPETENCES EXIGEES

- ✓ Description d'un vecteur géométrique ;
- ✓ Détermination du type de vecteur (déterminer si un vecteur est nul ou encore si deux vecteurs sont colinéaires, non colinéaires, orthogonaux, équipollents (égaux) ou opposés) ;
- ✓ Détermination de l'addition et de la résultante de deux vecteurs ;
- ✓ Description d'une combinaison linéaire de vecteurs.

Motivation

Les vecteurs jouent un rôle essentiel, non seulement en mathématiques et en informatique mais en mécanique du point (étude des mouvements d'un point matériel) et en physique. La trajectoire des planètes se modélise dans un langage vectoriel. Imaginons que nous ayons un point O qui ne bouge pas et un objet qui bouge (désignons l'objet par A) à côté de ce point O. Le physicien veut savoir comment il bouge. Il va s'intéresser dans un premier temps à la distance entre le point O et l'objet A mais aussi dans un second temps la direction de la droite (OA) et le sens dans lesquels sont donnés les points O et A. Du coup, il va parler du vecteur $\overrightarrow{OA}$ et l'étudier

Prérequis

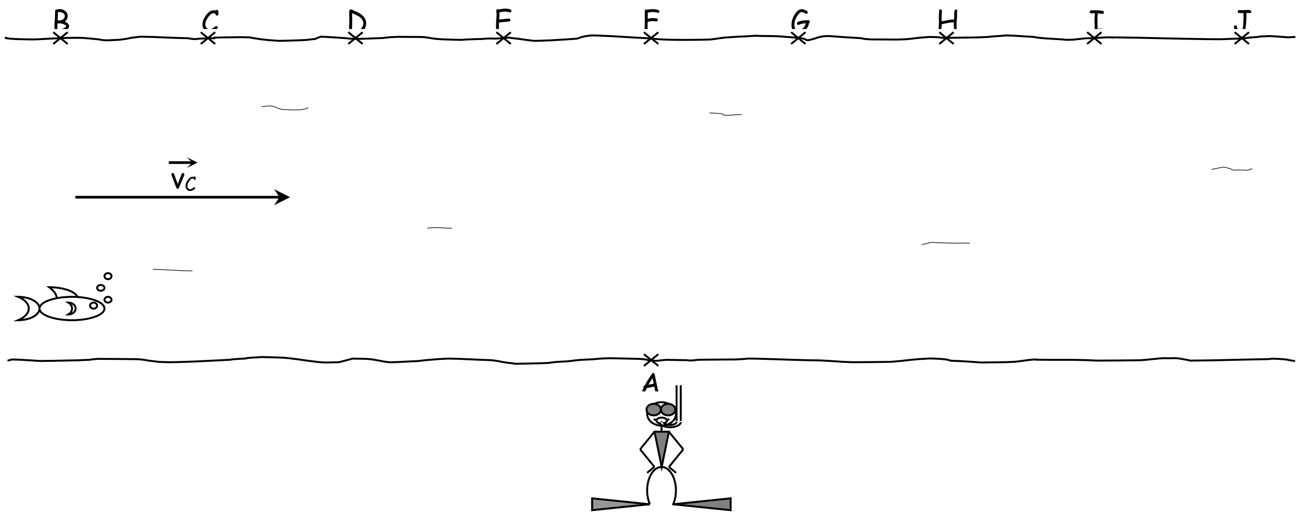
Construire un représentant du vecteur k$\vec{u}$ connaissant $\vec{u}$ et k.

Utiliser une égalité vectorielle pour justifier: le parallélisme de deux droites, l'alignement de trois points.

Définir la colinéarité de deux vecteurs

Situation problème : traversée d'un fleuve à la nage

Un nageur veut traverser un fleuve.

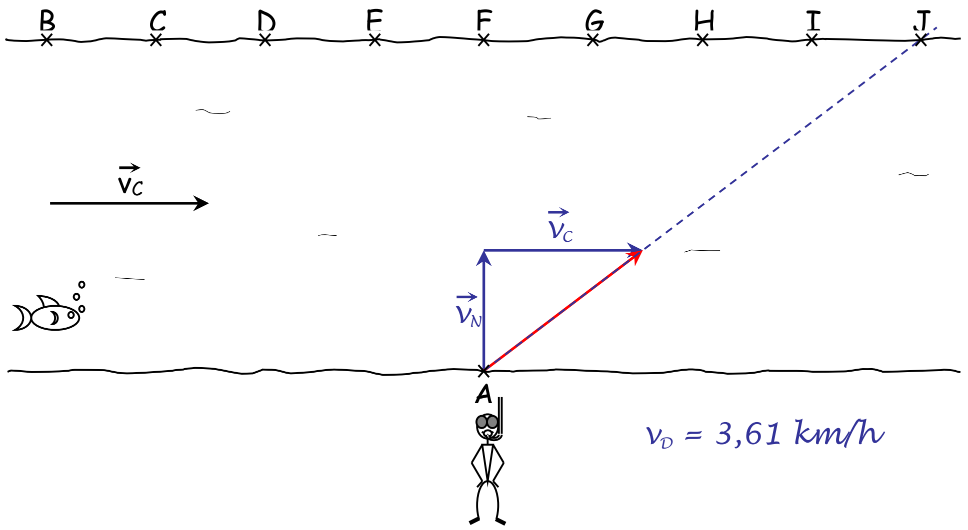


Il part du point A et nage perpendiculairement à la rive, à une vitesse V_N de 2 km/h. La vitesse du courant est de 3 km/h. Elle est représentée par le vecteur $\overrightarrow{V_C}$ sur le schéma ci-dessus.

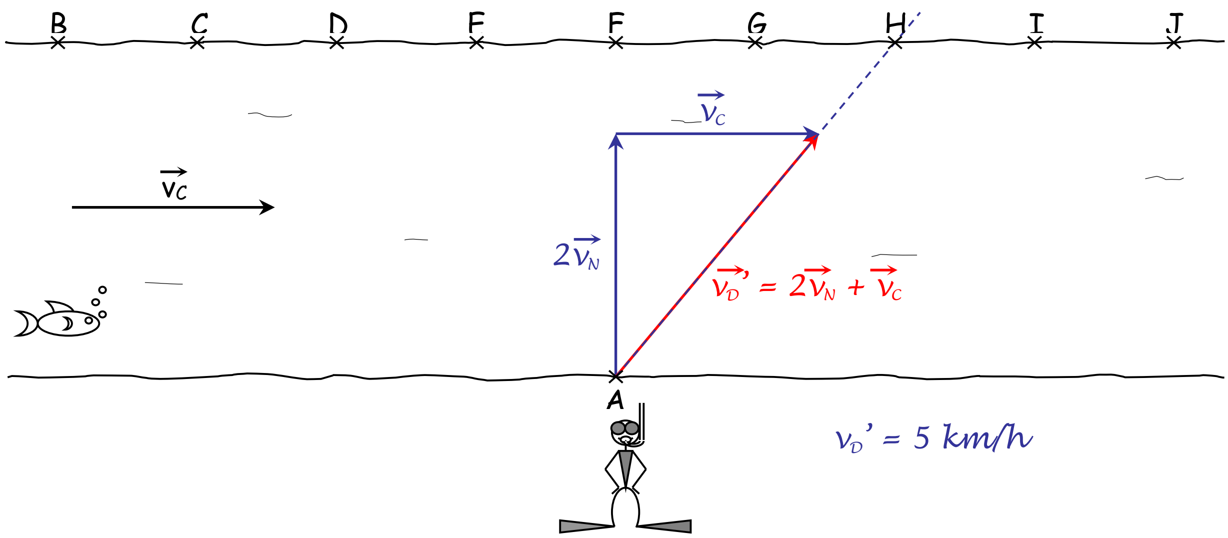
1) En quel point arrive le nageur ?
2) Si le nageur double sa vitesse, où atteint-il l'autre rive ?

Solution de la situation problème : la traversée d'un fleuve à la nage

1)



2) Si le nageur double sa vitesse, où atteint-il l'autre rive ?



ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

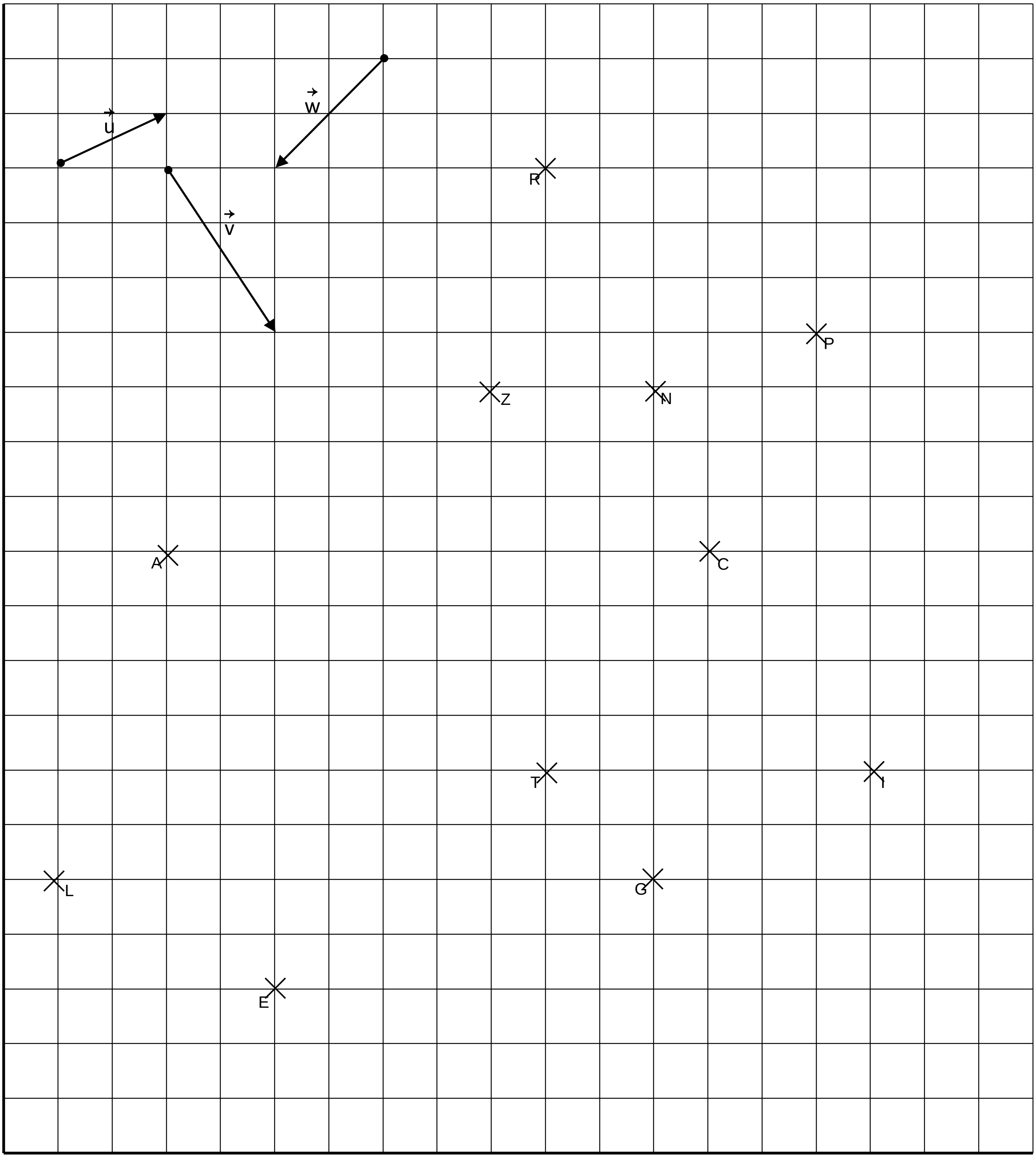
Activité 1 :

Construire les points B, D, F, H, J, M, Q, S et U vérifiant les égalités suivantes :

$\overrightarrow{AB} = \vec{u} + \vec{v}$ $\qquad$ $\overrightarrow{GH} = \frac{5}{3}\vec{v}$ $\qquad$ $\overrightarrow{PQ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{PN}$

$\overrightarrow{CD} = \vec{w} - \vec{v}$ $\qquad$ $\overrightarrow{IJ} = -\vec{w} - \vec{v} + \vec{u}$ $\qquad$ $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{NP} + \vec{u} + \vec{v}$

$\overrightarrow{EF} = 2\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ $\qquad$ $\overrightarrow{LM} = \overrightarrow{AZ} + 2\overrightarrow{NZ}$ $\qquad$ $\overrightarrow{TU} = 2\vec{u} + \overrightarrow{RN}$



Activité 2

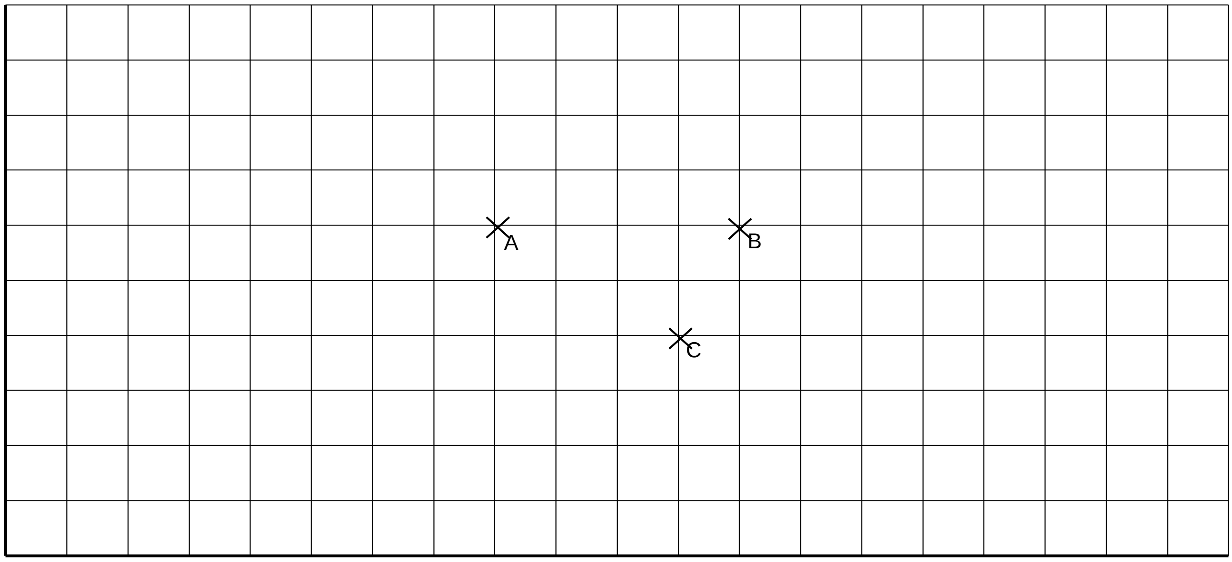
1. Placer les points D, E et F définis par :

- $\overrightarrow{AE} = -2\,\overrightarrow{AC} + 3\,\overrightarrow{AB} + 5\,\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} + 2\,\overrightarrow{CA}$
- $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + 3\,\overrightarrow{BC} - 2\,\overrightarrow{AC}$

- $\overrightarrow{AD} = 2\,\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} - 3\,\overrightarrow{BA} + \frac{8}{3}\,\overrightarrow{CA} + \frac{9}{4}\,\overrightarrow{AB}$

2. Exprimer les deux premières expressions en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3. Montrer que EBCF est un parallélogramme.



Activité 3

Ecrire les vecteurs suivants en fonction de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$:

$\overrightarrow{BP} =$

$\overrightarrow{OC} =$

$\overrightarrow{EP} =$

$\overrightarrow{MA} =$

$\overrightarrow{CQ} =$

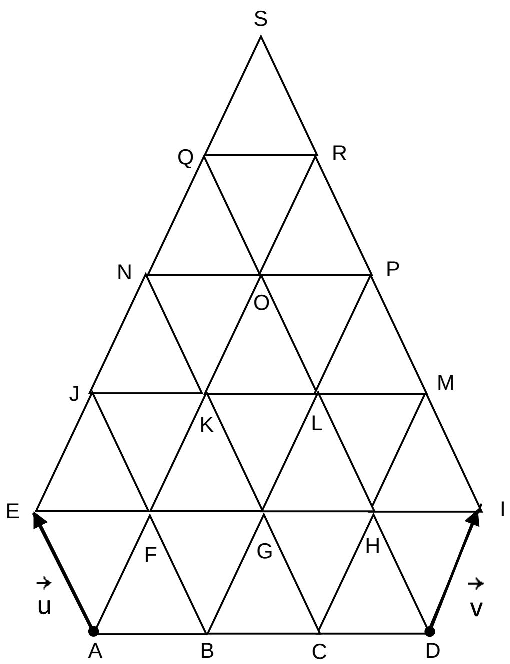
$\overrightarrow{SL} + \overrightarrow{FK} =$

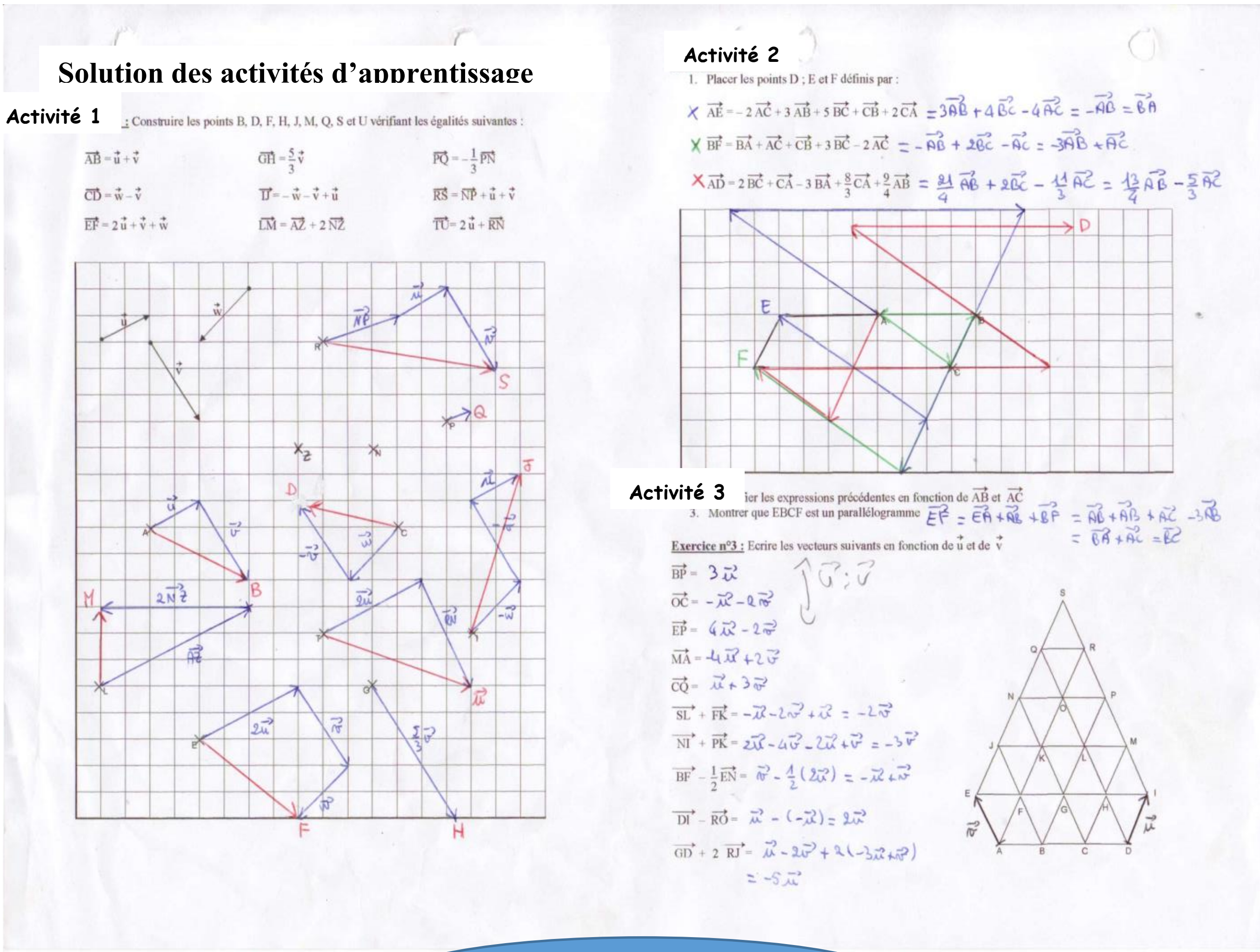
$\overrightarrow{NI} + \overrightarrow{PK} =$

$\overrightarrow{BF} - \frac{1}{2}\overrightarrow{EN} =$

$\overrightarrow{DI} - \overrightarrow{RO} =$

$\overrightarrow{GD} + 2\,\overrightarrow{RJ} =$





Solution des activités d'apprentissage

Activité 1 : Construire les points B, D, F, H, J, M, Q, S et U vérifiant les égalités suivantes :

$\overrightarrow{AB} = \vec{u} + \vec{v}$ $\quad \overrightarrow{GH} = \frac{5}{3}\vec{v}$ $\quad \overrightarrow{PQ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{PN}$

$\overrightarrow{CD} = \vec{w} - \vec{v}$ $\quad \overrightarrow{IJ} = -\vec{w} - \vec{v} + \vec{u}$ $\quad \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{NP} + \vec{u} + \vec{v}$

$\overrightarrow{EF} = 2\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ $\quad \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{AZ} + 2\overrightarrow{NZ}$ $\quad \overrightarrow{TU} = 2\vec{u} + \overrightarrow{RN}$

Activité 2

1. Placer les points D ; E et F définis par :

$\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + 3\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{BA} + \frac{8}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{9}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{21}{4}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} - \frac{11}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{13}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{3}\overrightarrow{AC}$

Activité 3 ier les expressions précédentes en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

3. Montrer que EBCF est un parallélogramme $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

Exercice n°3 : Ecrire les vecteurs suivants en fonction de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$

$\overrightarrow{BP} = 3\vec{u}$

$\overrightarrow{OC} = -\vec{u} - 2\vec{v}$

$\overrightarrow{EP} = 4\vec{u} - 2\vec{v}$

$\overrightarrow{MA} = -4\vec{u} + 2\vec{v}$

$\overrightarrow{CQ} = \vec{u} + 3\vec{v}$

$\overrightarrow{SL} + \overrightarrow{FK} = -\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{u} = -2\vec{v}$

$\overrightarrow{NI} + \overrightarrow{PK} = 2\vec{u} - 4\vec{v} - 2\vec{u} + \vec{v} = -3\vec{v}$

$\overrightarrow{BF} - \frac{1}{2}\overrightarrow{EN} = \vec{v} - \frac{1}{2}(2\vec{u}) = -\vec{u} + \vec{v}$

$\overrightarrow{DI} - \overrightarrow{RO} = \vec{u} - (-\vec{u}) = 2\vec{u}$

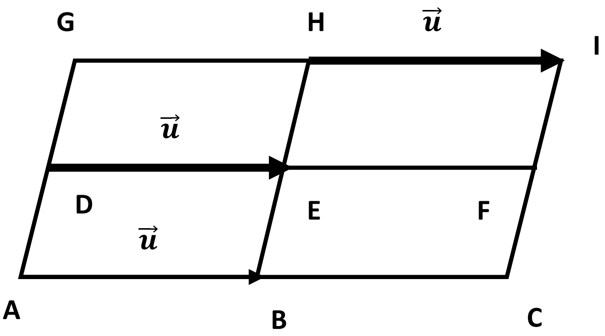
$\overrightarrow{GD} + 2\overrightarrow{RJ} = \vec{u} - 2\vec{v} + 2(-3\vec{u} + \vec{v}) = -5\vec{u}$

LE COURS

1. REPRESENTATION DES VECTEURS DU PLAN

1.1 Définition

On ne saurait donner une définition rigoureuse d'un vecteur du plan. A notre niveau, disons juste qu'un vecteur est un ***déplacement :*** Pour préciser ce déplacement, c'est à dire pour définir une **translation**, il faut choisir une ***direction de droite*** (inclinaison), un ***sens*** et une ***longueur***. Ces trois choix déterminent ***le vecteur de la translation***. Un vecteur est représenté par une **"flèche"** que l'on peut tracer n'importe où. Un vecteur n'a pas d'emplacement précis **(n'a pas de point d'attache)**, c'est un objet **"baladeur".**



Le déplacement de A vers B est le même que celui de D vers E ou de H vers I. On appelle ce déplacement un ***vecteur*** défini par :

- une direction : celle de la droite (AB);
- un sens : celui de A vers B ;
- une norme : qui est égale à la longueur AB.

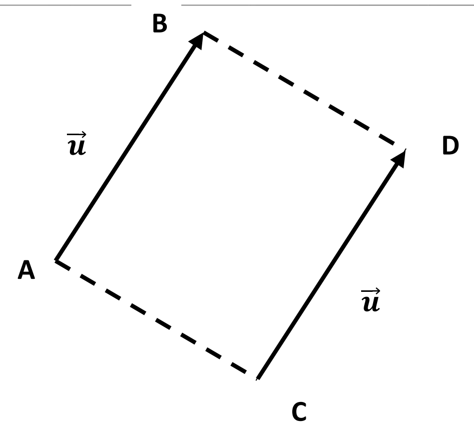
Attention !

Il ne faut pas confondre sens et direction : par exemple $\overrightarrow{IH}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même direction (car les droites (AB) et (IH) sont parallèles) mais n'ont pas le même sens.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{HI}$ sont donc les représentants d'un même vecteur car ils ont même sens, même direction et même norme : on peut donc désigner ce vecteur par un nom unique, par exemple $\vec{d}$.
La norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est égale à la longueur AB. Pour désigner la norme de $\vec{d}$, on utilise $\|\vec{d}\|$. On a $\|\vec{d}\| = AB = DE = HI$

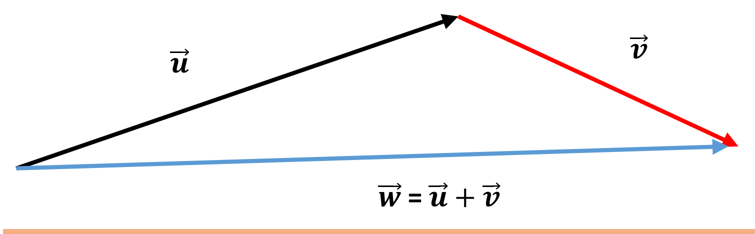
Remarque

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}$ si et seulement si ABCD est un parallélogramme.



1.2. Addition et soustraction de vecteurs

Soient $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ deux vecteurs quelconques du plan. La somme $\vec{u} + \vec{v}$ de deux vecteurs est définie comme suit : on met les deux vecteurs « bout à bout » de sorte que le point terminal de $\vec{u}$ coïncide avec le point initial $\vec{v}$. Le vecteur $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ relie le point initial de $\vec{u}$ au point terminal de $\vec{v}$.



Propriété : *Relation de CHASLES*

Quelque soient les points A, B et C, alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Remarque

La relation de CHASLES peut s'utiliser dans les deux sens. Cette égalité n'est surtout pas vraie pour les normes de vecteurs

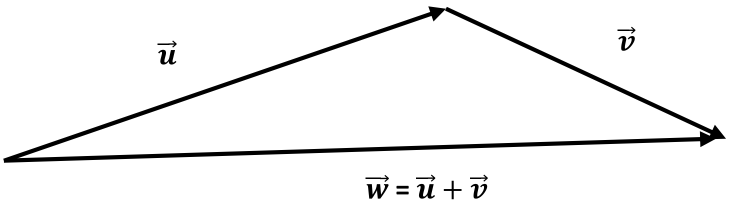
Propriété : *Inégalité triangulaire*

Quelque soient les points A, B et C, alors, $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\| \leq \|\overrightarrow{AB}\| + \|\overrightarrow{BC}\|$

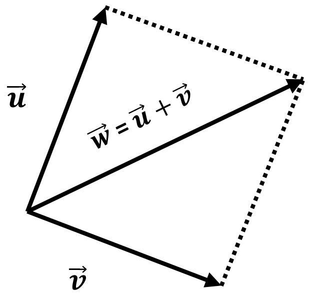
CONSTRUCTIONS :

Il y a deux façons d'obtenir la somme de deux vecteurs :

1) en les représentant bout à bout :



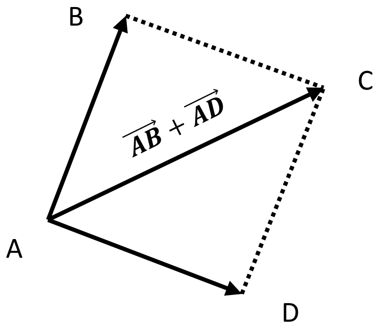
2) en les représentant à partir de la même origine :



Propriété : ***Vecteurs et parallélogramme***

Pour quatre points ABCD non alignés :

- ❖ Si ABCD est un parallélogramme, alors on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
- ❖ Si on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, alors **ABCD est un parallélogramme**.



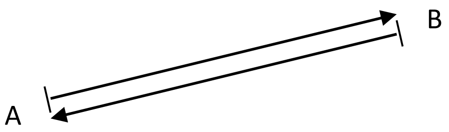
CAS PARTICULIERS :

Je pars de A, je vais en B et je retourne en A : la relation de CHASLES le confirme : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$
Que peut-on dire de ce vecteur ? Quelle est sa norme ? Quelle est sa direction ? Quel est son sens ?

a) On appelle ce vecteur de norme nulle le **vecteur nul** et on le note $\vec{0}$

Plus généralement si on considère un vecteur $\vec{u}$ on peut toujours trouver un vecteur de même direction, de même norme et de sens opposé : quand on l'ajoute à $\vec{u}$ on obtient le vecteur nul.

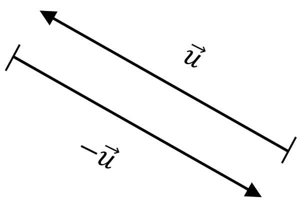
b) Vecteurs opposés (même direction, même longueur, sens contraires) :



D'après la relation de CHASLES on a :

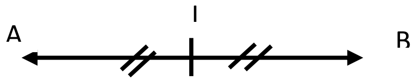
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

NOTATION



$\vec{u} + (-\overrightarrow{u}) = \vec{u} - \vec{u} = \vec{0}$

PROPRIETE : Vecteur et milieu



- Si le point I est le milieu du segment [AB]
alors on a : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
- Si on a : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ ou bien : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ alors le point I est le milieu du segment [AB].

c) Somme de vecteurs égaux : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AB}$; $\vec{u} + \vec{u} + \vec{u} = 3\,\vec{u}$ (Les additions de vecteurs se rédigent comme les additions de nombres)

❖ Les quatre propriétés de l'addition

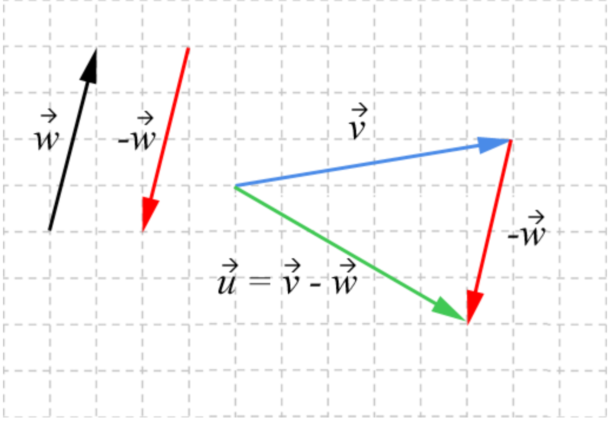
i) L'addition de vecteurs est **commutative**. Cela signifie que, si $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont des vecteurs, alors $\vec{v} + \vec{w} = \vec{w} + \vec{v}$

ii) L'addition de vecteurs est aussi **associative**. Cela veut dire que, si $\vec{u}, \vec{v}$ *et* $\vec{w}$ sont des vecteurs, alors $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$

iii) L'addition a **un élément neutre** : le vecteur nul. En effet : $\vec{v} + \vec{0} = \vec{v}$

iv) Enfin, si $\vec{v}$ est un vecteur, alors $-\vec{v}$ est le vecteur ayant la même direction et la même intensité que $\vec{v}$, mais de sens opposé. Donc $\vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{0}$

La différence $\vec{v} - \vec{w}$ de deux vecteurs est définie comme $\vec{v} - \vec{w} = \vec{v} + (\overrightarrow{-w})$

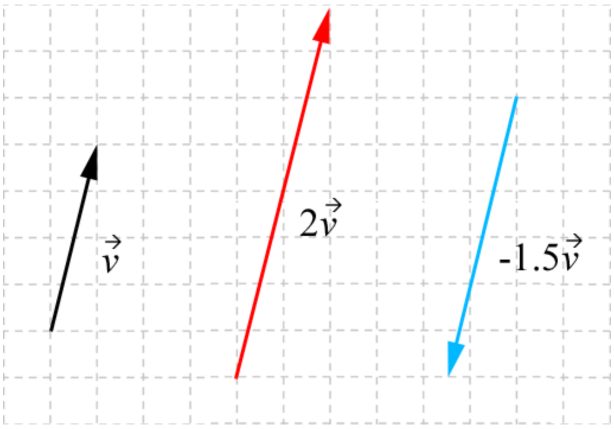


1.3. Multiplication d'un vecteur par un scalaire

Quand on manipule des vecteurs, on utilise le mot « scalaire » à la place de « nombre réel ». Les scalaires sont souvent désignés par une lettre grecque.

Si λ est un scalaire et $\vec{v}$ un vecteur, alors le produit $\lambda\vec{v}$ est défini comme suit :

- Si $\lambda > 0$, alors le produit $\lambda\vec{v}$ est le vecteur dont l'intensité a λ fois l'intensité de **v** et dont le sens est le même que $\vec{v}$.
- Si $\lambda < 0$, alors le produit $\lambda\vec{v}$ est le vecteur dont l'intensité a λ fois l'intensité de **v** et dont le sens est l'opposé de celui de $\vec{v}$.
- Si $\lambda = 0$ ou si $\vec{v} = \vec{0}$, alors le produit $\lambda\vec{v}$ est le vecteur nul.



❖ Propriétés du produit

$\lambda\,(\vec{v} + \vec{w}) = \lambda\vec{v} + \lambda\vec{w}$

$(\lambda+\mu)\ \vec{v}=\lambda\vec{v}+\lambda\vec{w}$

$\lambda(\ \mu\ \vec{v})=(\lambda\mu)\vec{v}$

$1\vec{v}=\vec{v}$

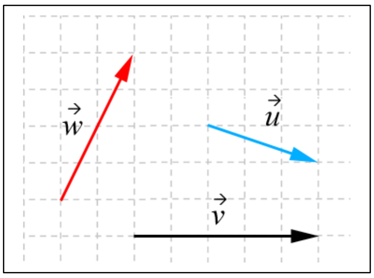
$0\vec{v}=\vec{0}$

EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1 :

Utilisez les vecteurs de la figure ci-dessous pour dessiner, les vecteurs suivants :

a. $\vec{v}+\vec{w}$
b. $\vec{u}+\vec{v}$
c. $3\vec{v}$
d. $4\ \vec{w}$
e. $\vec{v}-\vec{w}$
f. $\vec{u}-\vec{v}$
g. $3(\vec{v}+\vec{u})-2\vec{w}$
h. $2\vec{u}-3\underbrace{\vec{v}}+\vec{w}$



Exercice 2 :

a. Que vaut $\vec{x}$, sachant que $\vec{x}+\vec{b}=\vec{f}$
b. Que vaut $\vec{x}$, sachant que $\vec{x}+\vec{d}=\vec{e}$
c. Exprimez $\vec{c}$ par rapport à $\vec{d}, \vec{e}$ et $\vec{f}$
d. Exprimez $\vec{g}$ par rapport à $\vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$ et $\vec{k}$
e. Exprimez $\vec{e}$ par rapport à $\vec{d}, \vec{g}$ et $\vec{h}$
f. Exprimez $\vec{e}$ par rapport à $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ et $\vec{d}$

Exercice 3 :

Soient A, B, C, D et E cinq points quelconques du plan. Simplifiez au maximum les expressions suivantes, en utilisant les relations de Chasles :

$\vec{a}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{EB}$; $\vec{b}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{AB}$; $\vec{c}=\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{DB}$

$\vec{d}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{DB}$; $\vec{e}=87\overrightarrow{AC}+82\overrightarrow{CD}+3\overrightarrow{AD}$

Exercice 4 :

Soient trois points A, B et C non alignés. Soit le point G défini par la relation :

$$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$$

Démontrez que pour tout point M du plan, on a la relation $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{GC}$

2. COMBINAISON LINEAIRE DE VECTEURS

2.1 Définition

Nous avons remarqué que $\vec{v}\ et\ \lambda\vec{v}$ avaient la même direction. Inversement, si deux vecteurs non nuls $\vec{u}\ et\ \vec{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel λ tel que $\vec{u}=\lambda\vec{v}$. Par exemple, s'ils ont le même sens, alors le vecteur $\frac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{v}\|}\vec{v}$ a le même sens que $\vec{v}$ la même direction que $\vec{v}$ la même norme que $\vec{v}$ donc, $\vec{v} = \frac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{v}\|}\vec{v}$ ce qui confirme notre supposition.

On dit que deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si ils ont la même direction (deux vecteurs colinéaires partagent la même ligne. Par convention, le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur).

Théorème :

Deux vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si, il **existe un réel λ tel que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$**

Attention

Vous ferez bien attention à parler de vecteurs colinéaires et non pas de vecteurs parallèles ! Deux droites peuvent être parallèles si elles ont tous leurs points ou aucun point en commun. On ne peut pas dire la même chose des vecteurs car les vecteurs n'ont pas de points ! Ce sont des déplacements, pas des ensembles de points comme les droites.

Mais montrer que deux vecteurs sont colinéaires, nous aide à montrer que deux droites sont parallèles ou que trois points sont alignés.

EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1 :

Soit ABCD un carré. On a : $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{DB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 2 :

Dans le parallélogramme ABCD, on définit les relations vectorielles suivantes :

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$. Montrer que les points C, E et F sont alignés.

LECON 2 : BASES DU PLAN

Du ………/……… au ……./……..

COMPETENCES EXIGEES

- ✓ Démontrer qu'un couple de vecteurs est une base du plan ;
- ✓ Déterminer les coordonnées d'un vecteur dans une base ;
- ✓ Déterminer la norme d'un vecteur ;
- ✓ Calculer le déterminant de deux vecteurs relativement à une base.

Prérequis

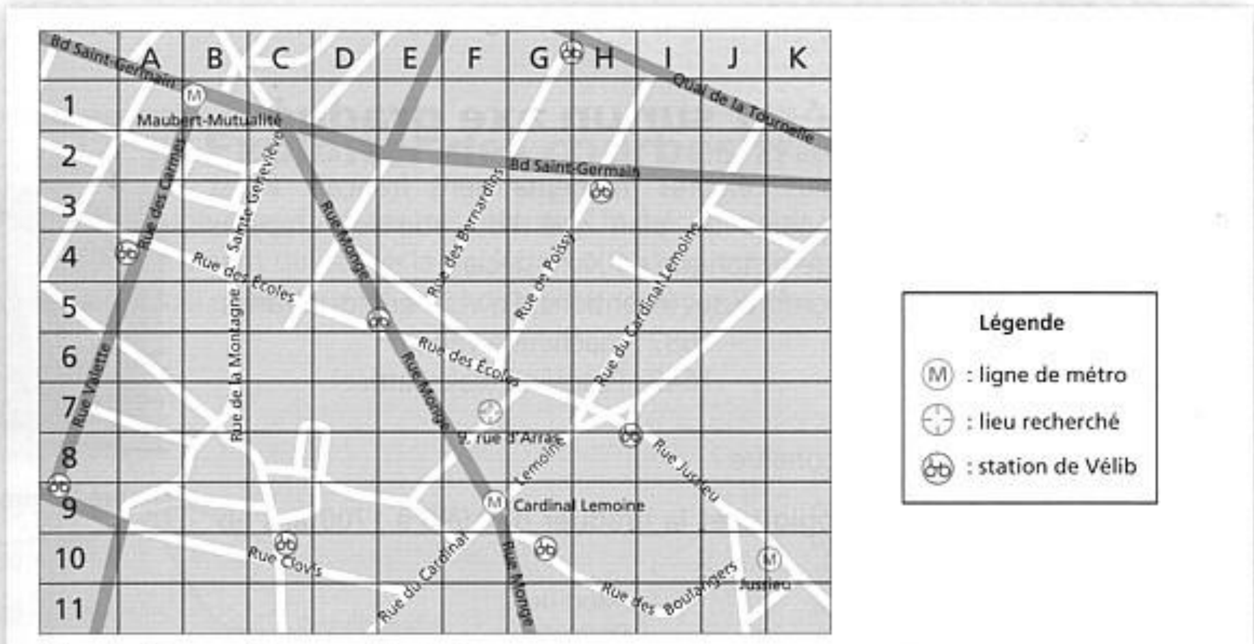
Tracer un repère orthogonal, orthonormé (ou orthonormal).

Placer dans un repère orthogonal un point de coordonnées données.

Déterminer graphiquement les coordonnées d'un point.

Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ connaissant les coordonnées de A et B.

Situation problème :



Plan du Ve arrondissement de Paris

L'un de vos camarades de classe doit effectuer sa période de formation en milieu professionnel chez « Balson élec ». Cette entreprise est située au 9 rue d'Arras, dans le Ve arrondissement de Paris ; pour cela, votre camarade souhaite se rendre sur son lieu de stage en transport en commun. Il cherche sur un plan de Paris où se situe l'entreprise et quelle station de métro emprunter.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

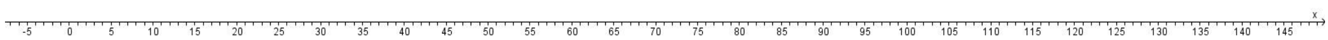
Activité 1 :

L'échelle du bruit s'étend de 0 dB (seuil d'audibilité) à 120 dB (seuil de la douleur). La plupart des sons de la vie courante sont compris entre 30 et 90 décibels. On trouve des niveaux supérieurs à 90 dB essentiellement dans la vie professionnelle (industrie, armée, artisanat…) et dans certaines activités de loisirs (chasse, musique, sports mécaniques). Les discothèques et salles de concert ont, quant à elles, un niveau sonore maximal autorisé de 105 dB. Certaines sources (avions, fusées, canons) émettent des niveaux supérieurs à 120 dB et pouvant aller jusqu'à 200 dB. Dans le tableau ci-dessous, sont reportés les niveaux sonores, en décibels (dB), de différentes sources.

Sur un axe, vous classerez ces sources de la plus faible à la plus forte.

Source sonore	Sirène de pompier	Scooter	Conversation animée	Silence (dans la nature)	Formule 1
Niveau sonore (en dB)	110	81	60	20	135

1) Placez les sources sur la droite graduée suivante :



2) Le niveau maximal d'exposition est un niveau déterminé par la loi et les règlements, à partir duquel on estime qu'une exposition prolongée peut endommager l'audition. En France, ce niveau est de 80 dB. Placer ce niveau sur la droite graduée précédente.

3) Le seuil de la douleur est 120 dB. Placez ce seuil sur la droite graduée. Hachurez la partie de droite qui correspond à un niveau sonore supérieur à ce seuil.

Activité 2 :

Déterminer si les couples de vecteurs ci-dessous sont colinéaires :

a) $\vec{u}(-2;-10)$ et $\vec{v}(4;20)$
b) $\vec{u}(-6;9)$ et $\vec{v}(\frac{1}{4};-\frac{1}{2})$
c) $\vec{u}(-\frac{4}{3};4)$ et $\vec{v}(3;-9)$
d) $\vec{u}(0;5)$ et $\vec{v}(-5;0)$

Activité 3 :

Dans un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les points : $A\,(3\,;-5)\,;B(-2\,;0)\,;C(147\,;13)\,;D(-53\,;187)$

Etablir que les droites (AB) et (CD) sont parallèles

Activité 4 :

Soit le vecteur $\vec{v}$ ayant comme point initial P et comme point terminal Q. Écrivez $\vec{v}$ sous la forme $\vec{v}=a\vec{\imath}+b\vec{\jmath}$ et sous la forme $\vec{v}=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$

a) $P(0\,;0)\,;Q(3\,;4)$ b) $P(3\,;2)\,;Q(5\,;6)$
c) $P(-2\,;-1)\,;Q(6\,;-2)$ d) $P(-3\,;7)\,;\ Q(0\,;0)$

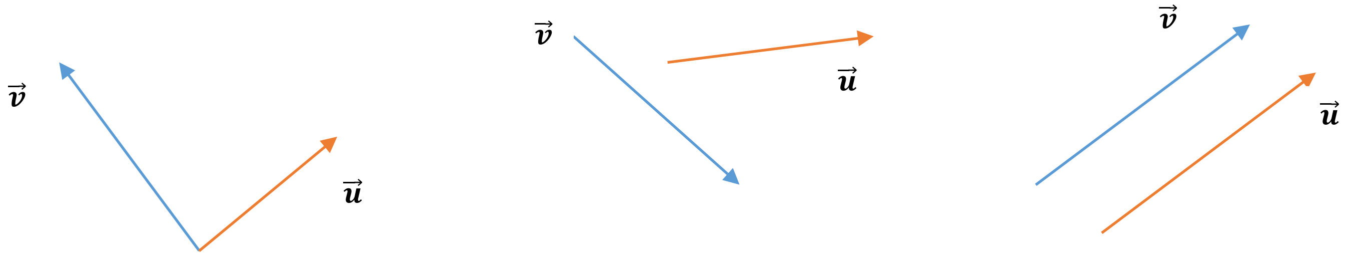
LE COURS

1. BASE DU PLAN VECTORIEL

1.1 Définition

Deux vecteurs forment une **base** du plan vectoriel si, et seulement si, ils ne sont pas colinéaires.

Exemple :

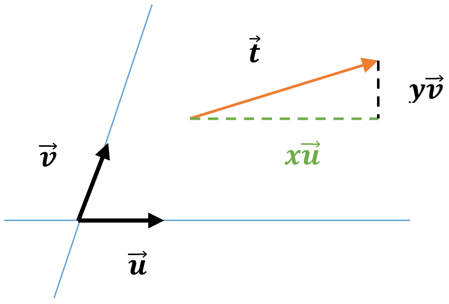


Base $(\vec{u}\,,\vec{v})$ Base $(\vec{u}\,,\vec{v})$ Ceci n'est pas une base $(\vec{u}\,,\vec{v})$

1.2 Coordonnées d'un vecteur dans une base

Théorème :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires : ils forment une base du plan vectoriel. Alors on peut exprimer n'importe quel vecteur $\vec{t}$ sous la forme $\vec{t} = x\,\vec{u} + y\,\vec{v}$ avec x et y des réels. Les nombres x et y sont appelés les COORDONNÉES de $\vec{t}$ dans la base $(\vec{u}\,,\vec{v})$



Attention

Il est important d'exprimer chaque vecteur d'un problème donné en fonction de deux vecteurs de base intelligemment choisis.

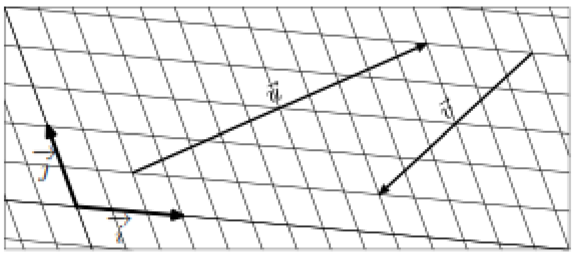
❖ Propriétés

Soient $\vec{v} = \binom{a}{b}$ et $\vec{w} = \binom{c}{d}$ deux vecteurs et λ un scalaire. Alors :

$\vec{v} + \vec{w} = \binom{a}{b} + \binom{c}{d} = \binom{a+c}{b+d}$; $\vec{v} - \vec{w} = \binom{a}{b} - \binom{c}{d} = \binom{a-c}{b-d}$; $\lambda\vec{v} = \lambda\binom{a}{b} = \binom{\lambda a}{\lambda b}$

Exercice d'application

Dans le plan, on considère les deux vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ non-colinéaires représentés ci-dessous :

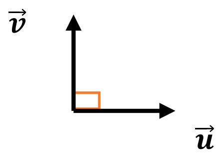


La représentation des vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont également représentés ci-dessus.

1) Dans la base vectorielle$(\vec{\imath};\ \vec{\jmath})$, donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
2) Déterminer les coordonnées du vecteur somme $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$
3) Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{t}$ réalisant l'égalité suivante : $\vec{v} = \vec{w} + \vec{t}$

1.3 Base orthonormée

Une **base est orthonormée** si et seulement si ses vecteurs sont de norme 1 et deux à deux orthogonaux.



$\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 1$

1.3 Norme d'un vecteur

Si $\vec{v}$ est un vecteur, on utilise le symbole $\|\vec{v}\|$ pour représenter la norme de $\vec{v}$. Puisque $\|\vec{v}\|$ sera la longueur du vecteur, la norme doit avoir les cinq propriétés suivantes :

Soit $\vec{v}$ un vecteur et $\boldsymbol{\lambda}$ un scalaire, alors :

(a) $\|\vec{\boldsymbol{v}}\| \geq \mathbf{0}$

(b) $\|\vec{\boldsymbol{v}}\| = \mathbf{0}$ **si et seulement si** $\vec{v} = \mathbf{0}$

(c) $\|-\vec{\boldsymbol{v}}\| = \|\vec{\boldsymbol{v}}\|$

(d) $\|\boldsymbol{\lambda}\vec{\boldsymbol{v}}\| = |\boldsymbol{\lambda}|\|\vec{\boldsymbol{v}}\|$

(e) $\|\vec{\boldsymbol{v}} + \vec{\boldsymbol{w}}\| \leq \|\vec{\boldsymbol{v}}\| + \|\vec{\boldsymbol{w}}\|$ **(inégalité du triangle)**

Un vecteur $\vec{v}$ pour lequel la norme $||\vec{v}|| = 1$ est qualifié de vecteur unité (ou unitaire).

Dans le plan muni d'une base orthonormée, on a : $\left\|\begin{pmatrix}\boldsymbol{a}\\\boldsymbol{b}\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2}$

1.4 Déterminant de deux vecteurs

Soient deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de composantes $\vec{u}$ (x, y) et $\vec{v}$ (x', y') dans une base $(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$
Le déterminant de $(\vec{u}\,;\vec{v})$ dans la base $(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$ est le réel $\boldsymbol{xy' - yx'}$

Notation : $\boldsymbol{det}(\vec{\boldsymbol{u}}\,;\vec{\boldsymbol{v}}) = \begin{vmatrix}\boldsymbol{x} & \boldsymbol{x'}\\\boldsymbol{y} & \boldsymbol{y'}\end{vmatrix} = xy' - yx'$

- Pour tout vecteur $\vec{u}$, $\boldsymbol{det}(\vec{\boldsymbol{u}}\,;\vec{\boldsymbol{u}}) = \mathbf{0}$
- Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, $det(\vec{u}\,;\vec{v}) = -\det(\vec{v}\,;\,\vec{u})$ *
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $\boldsymbol{det}(\vec{\boldsymbol{u}}\,;\vec{\boldsymbol{v}}) = \mathbf{0}$

COURS SUR LE PRODUIT SCALAIRE

- **MODULE 3 : CONFIGURATION ET TRANSFORMATIONS ÉLÉMENTAIRES DU PLAN**
- Chapitre 2 **PRODUIT SCALAIRE DE DEUX VECTEURS DU PLAN**
- Date et nombre de périodes

Compétences exigées

- ✓ Présenter le produit scalaire de deux vecteurs à partir de leurs normes.
- ✓ Présenter le produit scalaire de deux vecteurs à partir des projetés orthogonaux.
- ✓ Calculer la norme d'un vecteur en utilisant le produit scalaire.
- ✓ Manipuler les règles de calcul avec le produit scalaire.
- ✓ Déterminer l'expression du produit scalaire ou d'une norme dans une base orthonormée.
- ✓ Justifier en prenant un repère orthonormé convenable que deux droites sont perpendiculaires ou non.
- ✓ Caractériser un triangle rectangle par des relations métriques ;
- ✓ Calculer la mesure d'un angle d'un triangle connaissant les longueurs de ses trois côtés ;
- ✓ Calculer la longueur d'une médiane d'un triangle.
- ✓ Calculer l'aire d'un triangle ou le rayon de son cercle circonscrit.

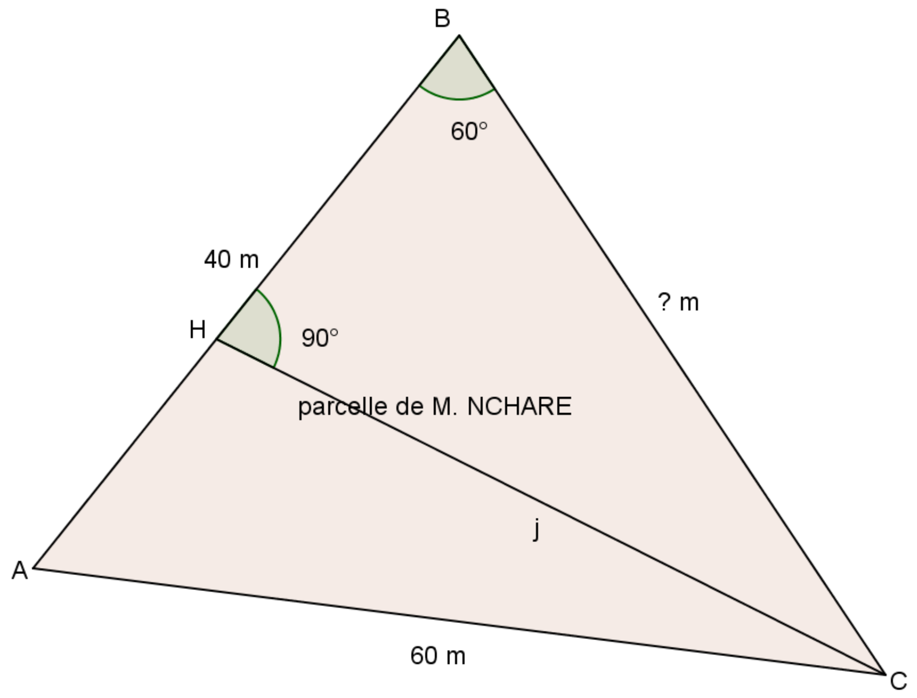
Motivation :

-En mathématiques, le calcule vectoriel est un outil performant qui simplifie l'étude des questions qui intéressent la géométrie. Pour cela, on a défini une opération entre les vecteurs appelée produit scalaire. La connaissance de $\vec{u} \cdot \vec{v}$ peut permettre le calcule de distances et d'angles et les problèmes d'orthogonalité.
- En physique, On peut utiliser le produit scalaire pour calculer la résultante de deux forces, déterminer le travail d'un force

Pré-requis :
coordonnées d'un vecteur et multiplication d'un vecteur par un nombre réel , propriété de Pythagore, lignes trigonométriques des angles

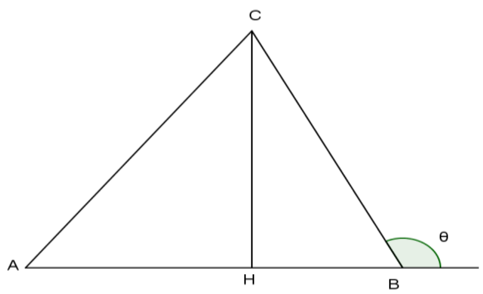
Situation problème

M. NCHARE dispose d'un terrain triangulaire tel que l'indique la figure 1. Il voudrait faire un enclos en utilisant une seule rangée de fils barbelés passant par les piquets A, B et C. Aide-le à déterminer le nombre de mètre de fils nécessaire



Activité d'apprentissage

Observe la figure ci-contre. Le point H désigne le pied de la hauteur issue du point C. θ est la mesure de l'angle formé par les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$



On pose $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\Delta = \|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2$.

On admet que $\Delta = AC^2 - AB^2 - BC^2 = AH^2 - AB^2 - BH^2$ [1]

1) Démontrer à l'aide de [1] que $\Delta = -2AB \times BH$ et que $BH = BC\cos(\pi - \theta)$
2) En Déduire que $\Delta = 2AB \times BC \times \cos(\theta)$
3) Etablir que $AB \times BC \times \cos(\theta) = \frac{1}{2}(AC^2 - AB^2 - BC^2)$
4) Calculer la longueur du segment $[BC]$ de la figure 1 et en déduire la longueur du fil nécessaire

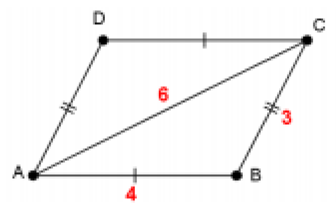
LECON 1 PRODUIT SCALAIRE DE DEUX VECTEURS DU PLAN

I. Définitions

Définition 1 : On appelle produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, le nombre réel noté $\vec{u}\cdot\vec{v}$ tel que : $\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$

Par convention $\vec{u}\cdot\vec{u} = \vec{u}^2$

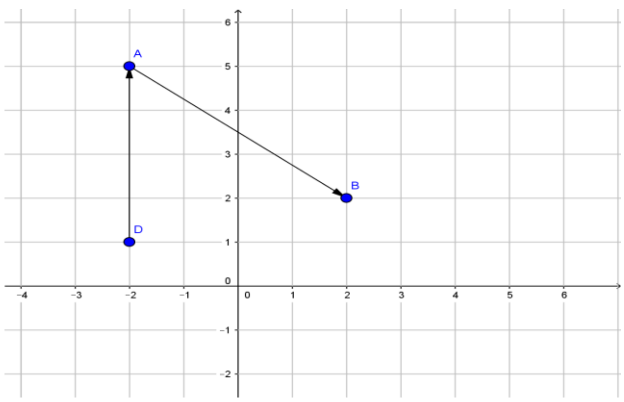
Exemple : Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ pour la figure suivante :



Définition 2 : Dans un repère orthonormé (O, I, J) le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, de coordonnées respectives $(x;\ y)$ et $(x';\ y')$ est égal à :

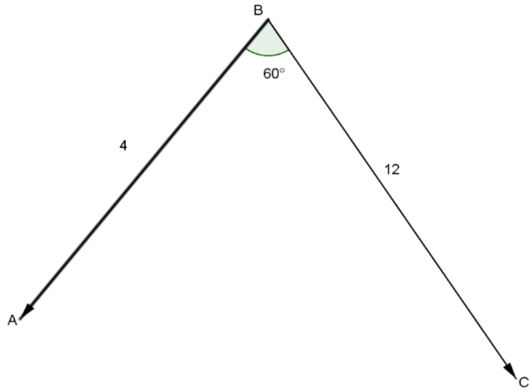
$$\vec{u}\cdot\vec{v} = xx' + yy'$$

Exemple calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$



Définition 3 : Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est défini par :
$\vec{u}\cdot\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times cos(\vec{u}\,;\vec{v})$

Exemple



Calculer $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$

II. Propriétés

Propriéte 1

- ✓ Le produit scalaire est commutatif ; $\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\vec{u}$
- ✓ Le produit scalaire est distributif par rapport à l'addition de deux vecteurs : $\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\vec{w}$
- ✓ Le produit scalaire est distributif par rapport à la multiplication par un scalaire : $(a\vec{u})\cdot(b\vec{v}) = ab\times(\vec{u}\cdot\vec{v})$
- ✓ Identités remarquables $(\vec{u}+\vec{v})^2 = \vec{u}^2+2\vec{u}\cdot\vec{v}+v^2$; $(\vec{u}-\vec{v})^2 = \vec{u}^2-2\vec{u}\cdot\vec{v}+v^2$ $(\vec{v}+\vec{u})\cdot(\vec{v}-\vec{u}) = v^2-\vec{u}^2$

Exemple $ABCD$ est un rectangle de centre O tel que $AB = 4cm$ et $BC = 3cm$. Montrer que $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB} = 7$

Propriéte 2

- ✓ Si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens alors : $\vec{u}\cdot\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}||$
- ✓ Si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de sens contraire alors : $\vec{u}\cdot\vec{v} = -||\vec{u}|| \times ||\vec{v}||$
- ✓ les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux équivaut à dire que : $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$

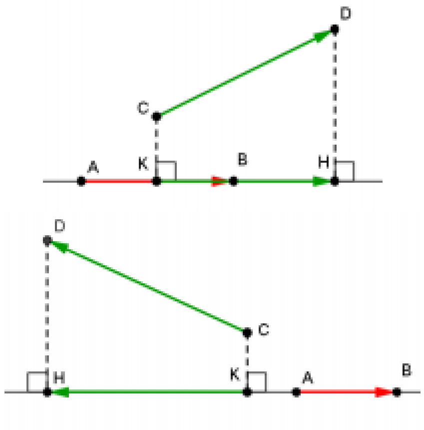
Exemple $ABCD$ est un carré de coté a, les points I et J sont les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$. Démontrer que les droites (DI) et (AJ) sont perpendiculaires

III. Projection

Propriété Soit deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$. On appelle K et H les projections orthogonales respectives de C et D sur la droite (AB), on a alors :

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \times KH$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{KH}$ sont de même sens.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -\ AB \times KH$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{KH}$ sont de sens contraires

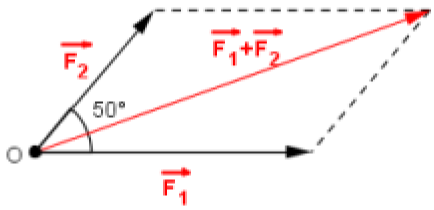


Exemple $ABCD$ est un carré de coté 3 et CBE est un triangle rectangle en B tel que $BE = 2$.

1) Faire la figure
2) Calculer $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{EB}$

EXERCICE D'APPLICATION

Un point O est soumis à deux forces $\overrightarrow{F1}$ et $\overrightarrow{F2}$ formant un angle de 50 degré. les intensités des deux forces $\overrightarrow{F1}$ et $\overrightarrow{F2}$ sont respectivement $300\ N$ et $200\ N$ tel que l'indique la figure. Calculer l'intensité de la force résultante.



LECON 2 APPLICATIONS DU PRODUIT SCALAIRE

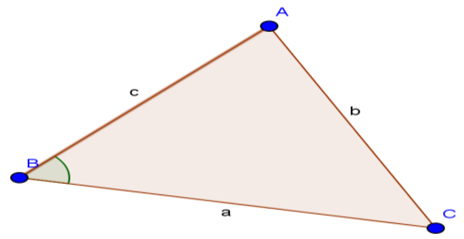
Relations métriques dans un triangle

I. Relation d'Al Kashi

Cette relation a pour but de déterminer une relation entre les trois longueurs d'un triangle soit une généralisation du théorème de Pythagore.

Théorème : Dans un triangle quelconque ABC en prenant les notations $AB = c, \quad AC = b \quad et \quad BC = a$, on a :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \times cos\hat{B}$$



Preuve On part de la relation : $\overrightarrow{AC}^2 = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right)^2$

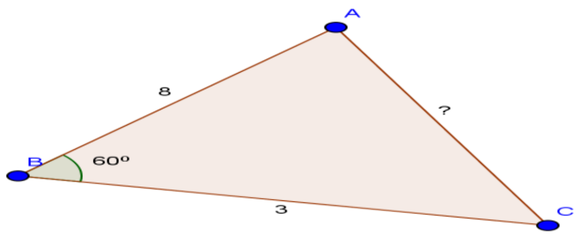
$$= \left(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}\right)^2$$

$$= \overrightarrow{BC}^2 - 2\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA}^2$$

$$= BC^2 + BA^2 - 2BC \times BA \times cos\hat{B}$$

Ce qui devient en utilisant les notations de la figure : $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \times cos\hat{B}$

<u>Exemple</u> : Soit le triangle ci-dessous. Déterminer la longueur BC et les mesures en dégrés des angles $\hat{A}$ et $\hat{C}$



II. Relation des sinus

La formule d'Al Kashi est efficace si l'on connaît deux distances et un angle ou 3 distances. Par contre si l'on ne connaît qu'une distance, la relation n'est pas utilisable. On utilise alors la relation des sinus.

Théorème : Dans un triangle quelconque ABC, en prenant les notations

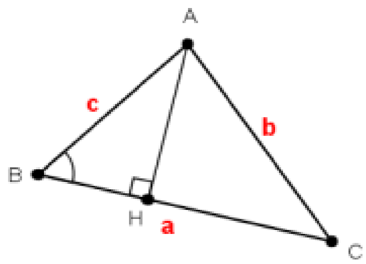
$AB = c$, $AC = b$ et $BC = a$, en appelant $\mathscr{S}$ l'aire du triangle ABC et R le rayon du cercle circonscrit à ce triangle, on a les relations suivantes:

$$\mathscr{S} = \frac{acsin\widehat{B}}{2} = \frac{absin\widehat{C}}{2} = \frac{bcsin\widehat{A}}{2}$$

et

$$\frac{sin\hat{B}}{b} = \frac{sin\hat{C}}{c} = \frac{sin\hat{A}}{a} = \frac{1}{2R}$$

Preuve: A l'aide de la figure ci-dessous,



On a alors :

$$\mathscr{S} = \frac{BC \times AH}{2}$$

Avec nos notations et comme $\sin\hat{B} = \frac{AH}{AB} = \frac{AH}{c}$

$$\mathscr{S} = \frac{ac\sin\hat{B}}{2}$$

En utilisant une permutation circulaire sur la surface du triangle, on obtient :

$$\frac{ac\sin\hat{B}}{2} = \frac{ab\sin\hat{C}}{2} = \frac{bc\sin\hat{A}}{2}$$

en multipliant par 2 et en divisant par abc, on a

$$\frac{ac\sin\hat{B}}{abc} = \frac{ab\sin\hat{c}}{abc} = \frac{bc\sin\hat{A}}{abc}$$

$$\frac{\sin\hat{B}}{b} = \frac{\sin\hat{C}}{c} = \frac{\sin\hat{A}}{a}$$

Exemple: ABC est un triangle tel que $BC = 4cm$, $mes\hat{B} = 75°$ $mes\hat{C} = 45°$

1. Faire la figure
2. Déterminer la valeur exacte des longueurs AB et AC

3. Déterminer la valeur exacte du rayon du cercle circonscrit au triangle ABC

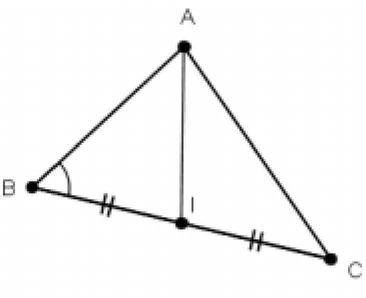
III. Théorème de la médiane

Ce théorème permet de connaître la longueur de la médiane à partir de trois longueurs du triangle

Théorème : Dans un triangle quelconque ABC, on appelle I le milieu du segment $[BC]$, on a alors :

$$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{AC^2}{2}$$

Preuve: Considérons la figure ci-contre



$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= AI^2 + 2 \times \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{IB} + IB^2 + AI^2 + 2 \times \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{IC} + IC^2 \\ &= 2AI^2 + 2 \times \overrightarrow{AI}(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) + IB^2 + IC^2 \end{aligned}$$

Comme I milieu de $[BC]$, on a $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{0}$ et $IB = IC = \dfrac{BC}{2}$

$$= 2AI^2 + 2\left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$= 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$$

Exemple: l'unité est le millimètre. ABC est un triangle tel que $BC = 32$, $AC = 28$, $AB = 20$. I est le milieu du segment $[BC]$ et H est le projeté orthogonal de A sur $[BC]$.

1. Calculer à un degré près les mesures des angles $\hat{A}, \hat{B}$ et $\hat{C}$
2. Calculer IA et AH

Classe : 2nde c **Durée :** 110 min **nombre de périodes : 3**

MODULE 3 : CONFIGURATION ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN.

CHAPITRE 9 : DROITES ET CERCLES DANS LE PLAN.

Leçon 1 : Droites dans le plan.

Objectifs de la leçon :

- Déterminer une équation cartésienne d'une droite dans le plan ainsi que son équation réduite.
- Déterminer un vecteur normal à une droite.
- Ecrire une représentation paramétrique d'une droite.
- Donner les positions relatives entre deux droites en utilisant leurs vecteurs normaux ou leurs coefficients directeurs ou leurs représentations paramétriques.
- Donner un point et un vecteur non nul d'une droite de représentation paramétrique connue.

Prérequis :

- calculer le déterminant de deux vecteurs
- calculer du produit scalaire de deux vecteurs

Motivation :

Dans les classes antérieures, nous reconnaissions les droites à partir de leurs représentations graphiques dans le plan. Existe-t-il une autre manière de reconnaitre une droite dans le plan?

Situation problème :

1-1 utilisation d'un vecteur directeur d'une droite

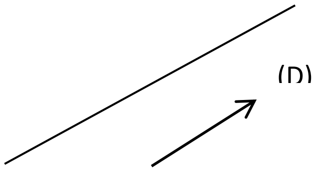
Activité :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). on considère les droites (D_1), (D_2), (D_3) de vecteurs directeurs respectifs $\overrightarrow{u_1}(2 ; 2)$, $\overrightarrow{u_2}(1 ; 1)$, $\overrightarrow{u_3}(3; -3)$. Justifier que $(D_1)//(D_2)$ et que $(D_2) \perp (D_3)$.

Résumé :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

- Pour tout point A et tout vecteur $\vec{u}$ non nul, il existe une et une seule droite passant par A et dirigée par $\vec{u}$.



- Pour construire la droite (D) passant par A et dirigée par $\vec{u}(a, b)$, on peut :
  - Placer le point A.
  - construire le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$.
- Soient (D) et (D′) deux droites du plan ayant respectivement pour vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{u'}$. alors on a :
  - (D)//(D′) si et seulement si $\vec{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ sont colinéaires. Ou encore (D)//(D′) si et seulement si $\det(\vec{u}, \overrightarrow{u'}) = 0$.
  - (D) ⊥(D′) si et seulement si $\vec{u} \perp \overrightarrow{u'}$.
- Soit (D) une droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$. pour tout point M du plan, on a :
  - $M \in (D)$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.

<u>Exercice d'appliquation :</u>

Soients (D1) et (D2) deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}$ ($\sqrt{2}. -\sqrt{3}$) et $\overrightarrow{u'}$ ($\sqrt{2}/2$; $-\sqrt{3}/2$). Les (D1) et (D2) sont-elles perpendiculaires?

1-2 <u>Vecteur normal</u>

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

<u>Activité :</u>

(D) est la droite de vecteur directeur $\vec{u}$ (1/2 ; 1/2) et un vecteur $\vec{n}$ ($\sqrt{3}$, - $\sqrt{3}$) du plan.

<u>Résumé :</u>

- On appelle vecteur normal à une droite (D) tout vecteur donc la direction est perpendiculaire à celle de (D).
- soient (D) et (D′) deux droites de vecteurs normaux respectifs $\vec{n}$ et $\overrightarrow{n'}$. Alors on a :
  - (D)//(D′) si et seulement si $\vec{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ sont colinéaires.
  - (D) ⊥ (D′) si et seulement si $\vec{n} \perp \overrightarrow{n'}$.
- Pour tout point A et tout vecteur $\vec{n}$ non nul, il existe une et une seule droite passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$.

- Soit (D) une droite, $\vec{n}$ un vecteur normal à (D) et A un point de (D). pour tout point M du plan on a :
  M ∈ (D) si et seulement si $\overrightarrow{AM} \perp \vec{n}$.

<u>Exercice d'application</u>

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). dans chacun des cas suivants dire si (D1) de vecteur normal $\vec{n}$ est perpendiculaire à (D2) de vecteur normal $\overrightarrow{n'}$:

1- $\vec{n}$ (2 ; -3) et $\overrightarrow{n'}$ (6 ; 4) ,
2- $\vec{n}$ (5 ; -6) et $\overrightarrow{n'}$ (1/6 ; - 1/5).

1-1 Equation cartésienne d'une droite

<u>Activité :</u>

Le plan est muni d'un repère (O , I, J) . (D1) une droite du plan de vecteur directeur $\overrightarrow{u_1}$(2 ; 2) .

1- Soient M(x, y) et A (3 ; 4) deux points de la droite (D_1). Calculer en fonction de x et y le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{u_1}$.
2- On pose det ($\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{u_1}$.) = 0. Comment appelle-t-on cette égalité?
3- Soient (D2) la droite passant par B (1 ; 2) et de vecteur normal $\vec{n}$ (2 ; 3) et N (x, y) appartenant à (D2). Calculer en fonction $\overrightarrow{BN}.\vec{n}$ en fonction de x et y.
4- On pose $\overrightarrow{BN}.\vec{n}$ = 0. Que représente cette égalité ?

<u>Résumé</u>

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Soit (D) une droite du plan.

- Il existe des nombres réels a, b et c tels que pour tout point M (x, y) ;
  M ∈ (D) si et seulement si ax + by + c = 0.
- Soient a,b et c des nombres réels tels que : (a, b) ≠ (0, 0) ; l'ensemble des points M(x, y) tels que ax + by + c = 0 est une droite dirigée par u (-b, a).
- Toute équation de (D) du type ax + by + c = 0 est appelé équation cartésienne de (D) dans (O, I, J).
- Pour déterminer une équation cartésienne d'une droite (D) dans un repère (O, I, J), on peut chercher à se ramener à l'un des deux cas suivants :
  - (D) est définie par un point A et un de ses vecteurs directeur u.
    Pour tout point M, on a : M ∈ (D) ⟺ det($\overrightarrow{AM}$, $\vec{n}$) = 0.
  - (D) est définie par un point et un de ses vecteurs normaux n.
    Pour tout point M, M ∈ (D) ⟺ $\overrightarrow{BN}.\vec{n}$ = 0.

La deuxième méthode ne doit être utilisée que si le repère (O, I, J) est orthonormé puisque c'est uniquement dans ce cas que l'on connait l'expression analytique du produit scalaire.

- Si b ≠0 une équation cartésienne d'une droite peut se mettre sous la forme y = mx + p. cette équation est appelée équation réduite de la droite. Un vecteur directeur de cette droite est $\vec{u}$ (1 : m).

Remarque : soit (D) une droite d'équation cartésienne ax + by + c = 0 dans le repère orthonormé (O, I, J). $\vec{n}$ (a : b) est orthogonal à $\vec{u}$ (-b ; a). donc $\vec{n}$ est un vecteur normal à (D).

Exercice d'application

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). donner une équation cartésienne des droites :

1- Passant par le point C (-2 ; 0) et dirigée par le vecteur $\vec{u}$ (1 ; 2).
2- Passant par le point F (-3 ; 5) et de vecteur normal $\vec{n}$ (3 ; 2).

1-3 Représentations paramétriques d'une droite

Activité :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on considère les points A (2 ; -3) et B (3 ; -5). C et D deux points d'abscisses respectives -1 et 2/3 dans le repère (A, B) de la droite (D).

1- Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2- Déduire les coordonnées de C et D dans le repère (O, I, J).

Résumé :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

- Soit a, b, x_0, y_0 des nombres réels tels que : (a ; b) ≠ (0, 0). L'ensemble des points M (x, y) pour lesquels il existe un nombre réel t vérifiant $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ est la droite (D) passant par le point A (x_0, y_0) et dirigé par le vecteur u (a, b).
- Soit (D) la droite passant par le point A (x_0, y_0) et dirigée par le vecteur u (a, b). on dit que le système $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ (t ∈ R) est une représentation paramétrique de la droite (D) dans le repère (O, I, J).
- Les représentations paramétriques sont utilisées pour :
  - Démontrer qu'un point appartient ou non à une droite.

- Trouver une équation cartésienne d'une droite définie par une représentation paramétrique.
- Trouver une représentation paramétrique d'une droite définie par une équation cartésienne.

Remarque :

- ✓ Si M (x,y) est un point de (D), le nombre réel t vérifiant $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ est unique ; c'est l'abscisse du point M dans le repère (A, $\vec{u}$) de la droite (D). on dit que M est le point de paramètre t.
- ✓ Une droite (D) admet plusieurs représentations paramétriques. Chacune étant déterminée par le choix d'un point A sur (D) et d'un vecteur directeur de (D).

Exercices d'application :

le plan est muni d'un repère (O, I, J).

1- Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) passant par le point C(3 ; -1) et dirigée par $\vec{u}$(4 ; 1).

2- Soit (D1) la droite de représentation paramétrique :
$\begin{cases} x = \alpha + 2 \\ y = 7\alpha \end{cases}$ $(\alpha \in R)$.

Parmi les points suivants : A(2 ; 1) : B(3 ; 7) ; C(2 ; 1/3), quels sont ceux qui appartiennent à (D1).

Leçon 2 : Cecles dans le plan

Objectifs de la leçon :

- ➢ Déterminer l'équation cartésienne d'un cercle à partir de l'un de ses diamètres ou un de ses rayons.
- ➢ Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ = 0.
- ➢ Déterminer par leurs coordonnées les éventuels points d'intersection d'un cercle et d'une droite du plan d'équations données.

Prérequis :

- Calculer la distance entre deux points dont on connait les coordonnées.
- Calculer le produit scalaire.
- Forme canonique d'un polynôme du second degré.

Motivation : ?

1-1 équation cartésienne d'un cercle

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

Activité 1

On considère le cercle (C) de centre I (-2 ; 3) et de rayon r = 2 cm. Soit M (x, y) un point du plan.

1- Calculer la distance IM en fonction de x et y.
2- Montrer que $IM^2 = r^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$. Que représente cette égalité ?

Activité 2

Soient A(-1 ; 2) ; B(3 ; -2) deux points du plan, (C) le cercle de diamètre [AB].pour tout point M(x,y) de (C) on a $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$. écrire cette égalité en fonction de x ,y et dire ce qu'elle représente.

Résumé :

- Soit (C) un cercle ; il existe des nombres réels a,b,c tels que pour tout point M(x,y) : M ∈ (C) $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Cette égalité est appelée équation cartésienne de (C).
- Soit a, b, c des nombres réels :
  L'ensemble des points M(x,y) tels que $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ est :
  - Soit l'ensemble vide,
  - Soit un point
  - Soit un cercle.
- Une équation cartésienne d'un cercle peut s'écrire :
  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ où (a,b) sont les coordonnées du centre du cercle et r son rayon.
- L'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$ est le cercle de diamètre [AB].

Exercice d'application :

on considère les points A (2 ; -1) et B (5 ; 3).

1- Trouver une équation du cercle de centre A et de rayon 3.
2- Donner une équation du cercle de diamètre [AB].

Leçon3 : Points d'intersection entre un cercle et une droite.

Activité :

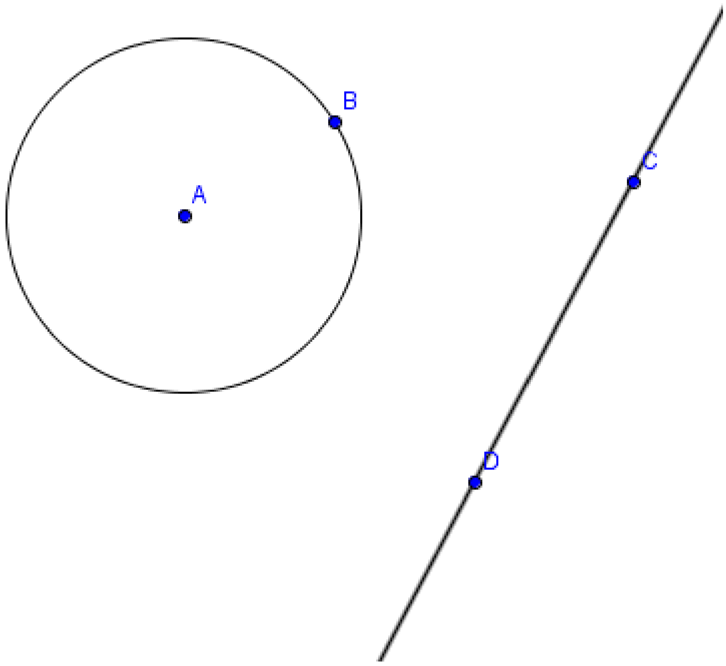
On donne les points A(3 ; -1) , B(-1. -3) et la droite (D) dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = \ -1 - 3t \end{cases}$ (t ∈ R). Soit (C) le cercle de diamètre [AB].

1- Donner une équation cartésienne de (C).
2- En remplaçant x et y dans l'équation de (C) par leurs expressions en fonction de t , calculer t.
3- Déduire la (ou les) valeur (s) de x et y.

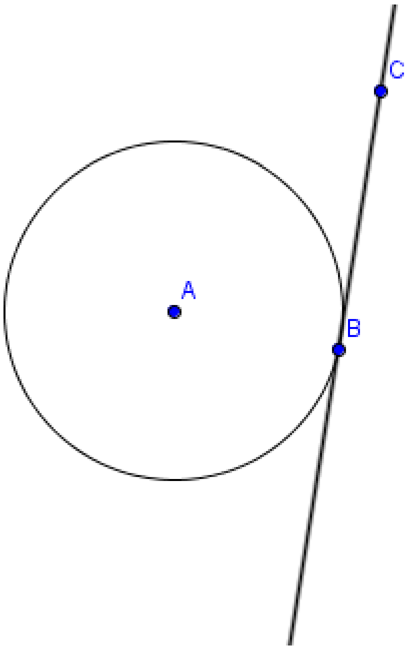
Les valeurs de x et y représentent les coordonnées du (ou des) point(s) d'intersection entre le cercle (C) et la droite (D).

Résumé :

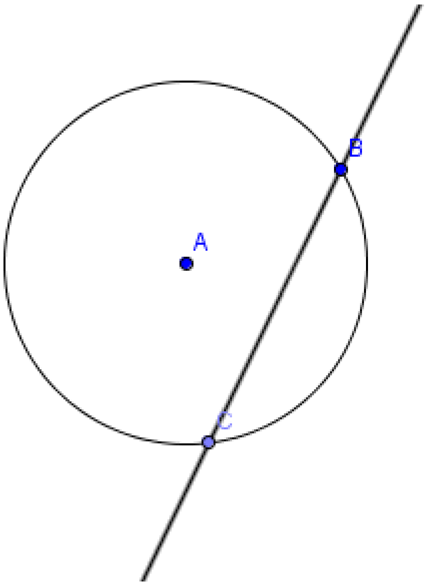
- Pour déterminer les coordonnées des points d'intersection d'un cercle (C) et d'une droite (D) dont on connait une représentation paramétrique :
  - on remplace x et y dans l'équation du cercle par leurs expressions en fonction du paramètre.
  - On détermine la valeur du paramètre et on déduit les coordonnées des points d'intersection.
- l'ensemble des points d'intersection entre un cercle et une droite est :
  - soit vide,



  -
  - soit un singleton,



-
- soit deux points .



-

Exercice d'application :

On considère la droite (D) : $5x + y - 6 = 0$; le cercle (C) de centre A(2 ;2) et de rayon $\sqrt{2}$. Déterminer les points d'intersection entre (C) et (D).

Devoirs : exercices 2 ;3 ;7 ;8 ;10 page 92.

Exercices :14 ;16 ;18 ;20 page 93. Exercices 30 ;36 ;37 page

TRANSFORMATION DU PLAN

Leçon 1 : TRANSLATION, SYMETRIE ET ROTATION

I-TRANSLATION

Définition: On considère un vecteur $\vec{u}$ du plan. La translation de vecteur $\vec{u}$ est la transformation qui à tout point M du plan associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

Notation: On note $t_{\vec{u}}$ la translation de vecteur $\vec{u}$.

Propriétés: a) Point invariant: Si le vecteur $\vec{u}$ n'est pas nul, aucun point n'est invariant. Si $\vec{u} = \vec{0}$, tous les points sont invariants.

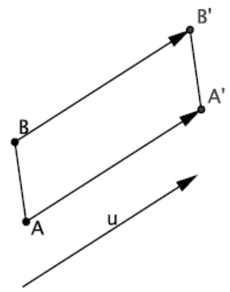
b) $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ équivaut à $\overrightarrow{M'M} = -\vec{u}$; c'est-à-dire que M est l'image de M' par la translation de vecteur $-\vec{u}$.

c) Si $t_{\vec{u}}(A) = A'$ et $t_{\vec{u}}(B) = B'$, alors $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$, c'est-à-dire que ABB'A' est un parallélogramme.

Ainsi A'B' = AB et (A'B')//(AB); ce qui signifie que la translation conserve les distances.

d) L'image d'une droite (d) est une droite (d') parallèle à (d); l'image d'un cercle est un cercle de même rayon.

e) L'image de deux droites parallèles sont deux droites parallèles; l'image de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires. Ce qui signifie que la translation conserve le parallélisme et l'orthogonalité.



1) Expressions analytique

Soit $\vec{u}$(a,b) un vecteur du plan M(x,y) un point du plan on appelle translation du point M par rapport au vecteur $\vec{u}$ le point M'(x ' ;y ') tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

La translation de vecteur $\vec{u}$(a,b) est notée $t_{\vec{u}}$. Si l'image de M(x,y) par $t_{\vec{u}}$ est M'(x ' ;y ') on note $t_{\vec{u}}$(M)=M' alors $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$

$\begin{cases} x' - x = a \\ y' - y = b \end{cases}$ ainsi $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

Exemple A(2 ;-1) ,B(-3 ;0) et C(1 ;1)

Donner les coordonnées du point D image de C par la translation du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Solution

$t_{\overrightarrow{AB}}$(C)=D alors $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$(-5 ;1) alors $\begin{cases} x' = 1 - 5 \\ y' = 1 + 1 \end{cases}$ Donc D(-4,2)

II- SYMETRIE

A) Symétrie centrale

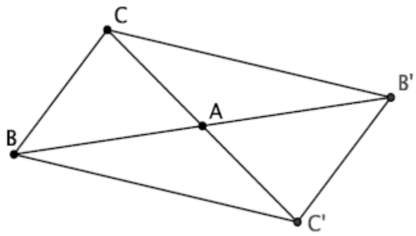
Définition: On considère un point A du plan. La symétrie centrale de centre A est la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' tel que A est le milieu du segment [MM'].

On a alors $\overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{AM}$.

Notation: On note s_A la symétrie de centre A.

Propriétés: a) Point invariant: Le point A, centre de la symétrie, est l'unique point invariant.

b) Si $s_A(M) = M'$ alors $s_A(M') = M$.



c) Si $s_A(B) = B'$ et $s_A(C) = C'$, alors $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$, c'est-à-dire que BCB'C' est un parallélogramme de centre A. Ainsi B'C' = BC et (B'C')//(BC); ce qui signifie que la symétrie centrale conserve les distances.

d) L'image d'une droite (d) est une droite (d') parallèle à (d); l'image d'un cercle est un cercle de même rayon.

e) L'image de deux droites parallèles sont deux droites parallèles; l'image de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires. Ce qui signifie que la symétrie centrale conserve le parallélisme et l'orthogonalité.

1) Expressions analytique

Soit M(x ;y), M'(x ' ;y ') et A(a ;b)

S_A(M)= M' équivaut à dire que A est le milieu du segment $[\![MM']\!]$

$$\begin{cases} \frac{x+x\prime}{2} = 2 \\ \frac{y+y\prime}{2} = 2 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$$

Exemple : A(2 ;-1) ,B(-3 ;0)

Donner les coordonnées du point C image de B par rapport à la symétrie de centre A

Solution

S_A(B)= C $\leftrightarrow \begin{cases} x' = 2(2) - (-3) \\ y' = 2(-1) - 0 \end{cases}$ ainsi C(7 ;$-$2)

B) Symétrie orthogonale

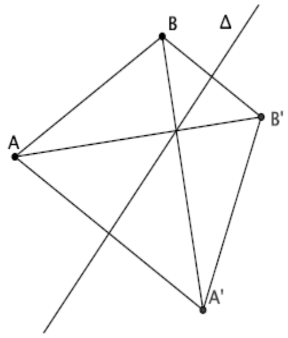
Définition: On considère une droite Δ du plan. La réflexion d'axe Δ est la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' tel que Δ est la médiatrice de [MM'].

Notation: On note s_Δ la symétrie d'axe Δ.

Propriétés: a) Point invariant: Les points de la droite Δ, axe de la symétrie, sont les points invariants.

b) Si $s_\Delta(M) = M'$ alors $s_\Delta(M') = M$.

c) Si $s_\Delta(A) = A'$ et $s_\Delta(B) = B'$, alors les droites (AB) et (A'B') se coupent en un point de la droite Δ. De plus, les droites (AA') et (BB') sont parallèles et A'B' = AB, c'est-à-dire que ABB'A' est un trapèze isocèle. Ce qui signifie que la réflexion conserve les distances.



d) L'image d'une droite (d) est une droite (d'); si (d) est parallèle à Δ, alors (d') leur est parallèle; si si (d) est perpendiculaire à Δ, alors (d') = (d).

e) l'image d'un cercle est un cercle de même rayon; si les deux cercles se coupent, alors les points d'intersection sont sur l'axe Δ.

f) L'image de deux droites parallèles sont deux droites parallèles; l'image de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires. Ce qui signifie que la réflexion conserve le parallélisme et l'orthogonalité.

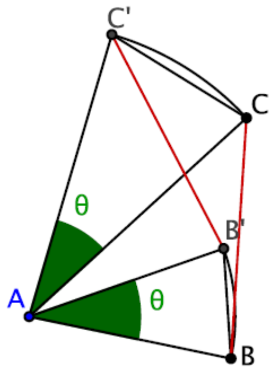
Exercice d'application voir livre au programme

III- ROTATION

Définition: On considère un point A et un nombre réel θ. La rotation de centre A et d'angle θ est la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' tel que AM' = AM et ($\overrightarrow{AM}$; $\overrightarrow{AM'}$)= θ [2π].

Notation: On note rot(A; θ) la rotation de centre A et d'angle θ.

Propriétés: a) Point invariant: Le point A, centre de la rotation, est l'unique point invariant.



b) Si rot(A; θ)(B) = B' et rot(A; θ)(C) = C' , alors BC = B'C' et ($\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{B'C'}$) = θ; ce qui signifie que la rotation conserve les distances.

c) L'image d'une droite (d) est une droite (d') telle que l'angle formée entre les deux droites égale θ; l'image d'un cercle est un cercle de même rayon.

d) L'image de deux droites parallèles sont deux droites parallèles; l'image de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires. Ce qui signifie que la rotation conserve le parallélisme et l'orthogonalité.

e) rot(A; π) = s_A .

Exercice d'application voir livre au programme

IV- PROPRIETES COMMUNES DES TRANSFORMATIONS CI-DESSUS

Conservation de l'alignement: L'image de trois points alignés sont trois points alignés dans le même ordre.
L'image d'une droite est une droite.
Conservation des distances: L'image d'un segment est un segment de même longueur.
L'image d'un cercle C est un cercle C' de même rayon. Si la droite (d) est tangente au cercle C, alors son image (d') est tangente à C'.
Conservation du parallélisme: Les images de deux droites parallèles sont deux droites parallèles.
Conservation de l'orthogonalité : Les images de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires .
Conservation du centre de gravité: L'image du centre de gravité d'un triangle est le centre de gravité du triangle image.
Conservation des aires: L'image d'un triangle est un triangle de même aire.
Conservation des angles: L'image d'un angle géométrique est un angle de même mesure.

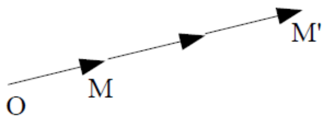
Leçon 2 : HOMOTHETIE

A Définition

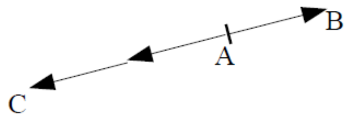
> O est un point, k est un réel non nul.
> On appelle homothétie de centre O et de rapport k la transformation qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{OM'}=k\cdot\overrightarrow{OM}$

Si on note h l'homothétie de centre O et de rapport k, les énoncés suivants sont équivalents :
- M' est l'image de M par h
- M' = h(M)
- $\overrightarrow{OM'}=k\cdot\overrightarrow{OM}$

Exemples



Le point M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport 3, en effet $\overrightarrow{OM'}=3\cdot\overrightarrow{OM}$.



Le point C est l'image de B par l'homothétie de centre A et de rapport – 2, en effet $\overrightarrow{AC}=-2\cdot\overrightarrow{AB}$.
Le point B est l'image de C par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{-1}{2}$, en effet $\overrightarrow{AB}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Conséquences immédiates
- les points O, M et M' sont alignés (en effet $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{OM'}$ sont colinéaires) et OM'=$|k|$ OM.
- le point O est sa propre image, on dit qu'il est invariant.
- si A, B et C sont trois points alignés, A étant distinct de B et C, alors il existe une unique homothétie de centre A qui transforme B en C.
- une symétrie centrale de centre O est une homothétie de centre O et de rapport – 1.
- une homothétie de rapport 1 laisse tous les points invariants.

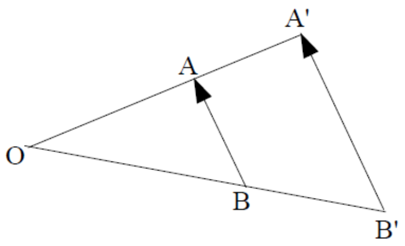
B Propriétés

On considère une homothétie h de centre O et de rapport k.

1- Propriété fondamentale

> Soient A et B deux points quelconques. Si A'=h(A) et B'=h(B), alors $\overrightarrow{A'B'}=k\cdot\overrightarrow{AB}$.

Démonstration

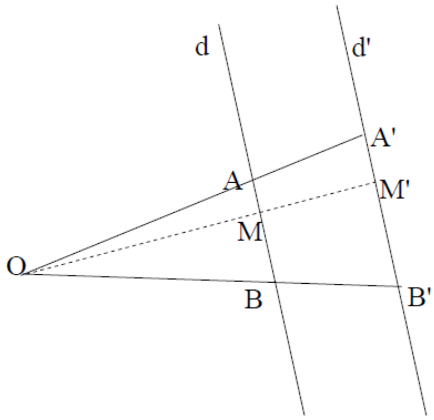


Comme A' = h(A) on a $\overrightarrow{OA'}=k\cdot\overrightarrow{OA}$ et comme B'=h(B) on a $\overrightarrow{OB'}=k\cdot\overrightarrow{OB}$.
Alors $\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{A'O}+\overrightarrow{OB'}=k\cdot\overrightarrow{AO}+k\cdot\overrightarrow{OB}=k(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB})=k\cdot\overrightarrow{AB}$

2- Image d'une droite

> Une homothétie transforme une droite d en une droite d' parallèle à d.
> Si la droite d passe par le centre de l'homothétie, alors d' = d.

Démonstration

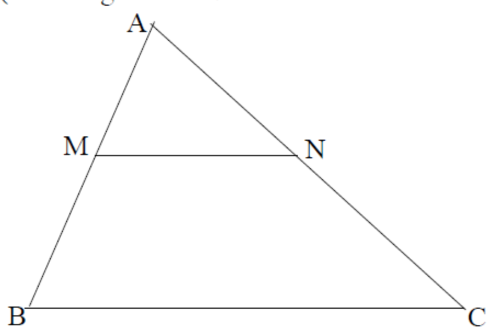


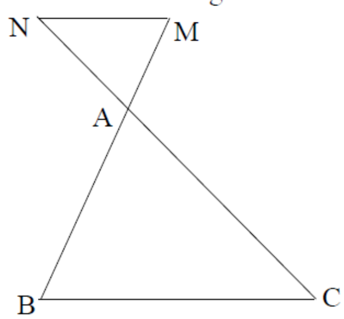
Soient A et B deux points de d, et A' et B' leurs images par l'homothétie de centre O et de rapport k.
Comme $\overrightarrow{A'B'}=k\cdot\overrightarrow{AB}$, la doite d' passant par A' et B' est parallèle à d.
Soit M un point de d. Montrons que M' = h(M) est sur d'.
Il existe un réel x tel que $\overrightarrow{AM}=x\cdot\overrightarrow{AB}$.
D'autre part, $\overrightarrow{A'M'}=k\cdot\overrightarrow{AM}$.
Donc $\overrightarrow{A'M'}=k\cdot x\cdot\overrightarrow{AB}=x\cdot k\cdot\overrightarrow{AB}=x\cdot\overrightarrow{A'B'}$
Cela montre que A', B' et M' sont alignés, donc que M' est sur d'.
En prenant x dans [0;1], cela montre aussi que le segment [A'B'] est l'image du segment [AB].

3- Triangles homothétiques

> Soit ABC un triangle, M un point de (AB) et N un point de (AC).
> Si (MN) est parallèle à (BC), alors l'homothétie de centre A qui transforme B en M transforme aussi C en N.

(les triangles AMN et ABC sont dits homothétiques, ils sont dans la configuration de Thalès)





Soit h l'homothétie de centre A qui transforme B en M.
Le point C se trouve à l'intersection des droites (AC) et (BC). Son image par h sera donc à l'intersection des images de (AC) et (BC).
L'image de (AC) est (AC) (droite passant par le centre de l'homothétie).
L'image de (BC) est une droite parallèle à (BC) passant par M image de B, c'est donc la droite (MN).
L'image de C par h est donc l'intersection des droites (AC) et (MN), c'est le point N.

4- Image d'un cercle

> Un homothétie h de rapport k transforme un cercle de centre I et de rayon R en un cercle de centre I' et de rayon R' avec I' = h(I) et R' = $|k|$ R.

C Effets de l'homothétie

1- Distances, aires et volumes

> Une homothétie de rapport k multiplie les distances par $|k|$, les aires par k^2 et les volumes par $|k|^3$.

2- Conservation de l'alignement

> Si A, B et C sont trois points alignés, leurs images A', B' et C' par une homothétie sont aussi trois points alignés.

3- Conservation du parallélisme

> Si d_1 et d_2 sont deux droites parallèles, leurs images d_1' et d_2' par une homothétie sont aussi des droites parallèles.

5- Conservation des angles orientés

> Dans le plan orienté, si A, B et C sont trois points distincts deux à deux, et si A', B' et C' sont leurs images respectives par une homothétie, alors $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$

En particulier, les homothéties conservent les angles droits, donc l'orthogonalité.

MODULE 2 : **ORGANOSATION ET GESTION DES DONNEES**

DUREE : 10 heures

Chapitre : **STATISTIQUES**

MOTIVATION : A la fin de chaque année dans les établissements et certains de nos entreprises, nous sommes souvent amener à faire un bilan de travail qui nous donne les informations sur l'évolution de l'entreprise ou de l'établissement, en calculant les différents pourcentages et la variance. Cette leçon donne les techniques pour pouvoir le faire aisément.

LECON 1 : SERIES STATISTIQUES QUALITATIVES

Durée : 02 heures

Objectifs de la leçon :

- Collecter et ordonner les données d'une série à caractère qualitatif.
- Déterminer la fréquence et la mesure du secteur circulaire de chaque modalité.
- Déterminer le mode de la série.
- Représenter graphiquement une série qualitative par un diagramme circulaire (ou semi-circulaire) et par un diagramme à bandes.

Pré requis : regrouper les données dans un tableau statistique.

Situation problème :

Pendant les activités culturelles du lycée de mfou, les élèves organisent un concours des masters qui a mis en compétition des candidats suivants : Nestor (N), Mendou (M), André (A), Henri (H), Dany (D). Les élèves de la terminale D du lycée, désignés comme jury par le comite d'organisation, ont effectué un vote dont voici le dépouillement : D; N; H; H; H; A; D; M; N; D; D; N; N; D; D; A; D; H; H; N; D; A; A; H; D; A; N; D; N; A; H; H; N; D; A; M; M; D; M; M; N; N; D; H; D; A; A; M; D; D; D; N; M; M; D; D; M; N; D ; H .

Quel est le caractère étudié dans cette compétition ?

Quel est le Master de ce concours ?

Quel est le nombre d'élèves de la terminale D du lycée de mfou ?

Activité d'apprentissage :

On_ donne le tableau suivant :

Modalités	A	D	H	M	N	TOTAL
Effectifs	9	20	10	9	12	
Fréquences en %						
Mesure des angles en (°)						360°

1. Reproduire et compléter ce tableau
2. Représenter ce tableau par un diagramme à bandes puis par un diagramme circulaire.

3. Quel est le mode de cette série statistique ?

RESUME :

Une série statistique qualitative est celle dont les modalités ne sont pas des nombres. Le caractère étudié dans ce cas ne peut être dénombré (quantifié), on dit qu'il est qualitatif.

Soit n_i l'effectif de la modalité <<i>>, f_i la fréquence de la modalité <<i>>, et N l'effectif total de la série.

L'effectif total N de la série est donné par la somme des effectifs de chaque modalité.

La fréquence de la modalité <<i>> en pourcentage est donnée par : $f_i=\frac{ni}{N}\times100$

La fréquence simple de la modalité <<i>> est donnée par : $f_i=\frac{ni}{N}$

La mesure en degré de l'angle au centre de la modalité<<i>> est donnée par : $\alpha_i=\frac{ni}{N}\times360$.

Le mode d'une série statistique qualitative est la modalité qui a le plus grand effectif ou la plus grande fréquence ou le plus grand angle au centre ou la bande la plus élevée. Dans l'exemple ci-dessus, le mode est D.

LECON 2 : SERIES STATISTIQUES QUANTITATIVES DISCRETES

Durée : 04 heures

Objectifs de la leçon :

- Collecter et ordonner les données d'une série à caractère quantitatif.
- Déterminer, calculer et interpréter les caractéristiques de position et de dispersion.
- Représenter graphiquement une série quantitative discrète par un diagramme en bâtons.
- Construire le polygone des effectifs cumulés croissants et décroissants.

Pré requis : - regrouper les données dans un tableau statistique.

-calculer la moyenne, les fréquences et effectifs cumulés.

Situation problème :

Une étude sur le nombre de frères de certaines élèves d'une classe de 2^{nd}C a donné les résultats suivants :

1 ; 5 ; 7 ; 7 ; 1 ; 3 ; 0 ; 6 ; 1 ; 2 ; 3 ; 0 ; 1 ; 5 ; 2 ; 3 ; 7 ; 6 ; 3 ; 7 ; 0 ; 2 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 2 ; 5 ; 5 ; 6 ; 5 ; 4 ; 2 ; 0 ; 0 ; 5 ; 1 ; 6 ; 4 ; 0.

Quelle est la population étudiée dans cette série ?

Quel est le caractère étudié ?

Combien d'élèves compte cette classe ?

Quelle est la moyenne des frères des élèves de cette classe ?

Activité d'apprentissage :

Reproduire et compléter le tableau ci-dessous :

Notes (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	TOTAL
Effectifs (n_i)	6	5	5	5	5	6	4	4	
EEC									
ECD									
Fréquences en % (f_i)									100%
(n_ix_i)									
$n_i(x_i)^2$									
$n_i\lvert x_i-\bar{x}\rvert$									

RESUME :

1- Notion et vocabulaire.

x_i : La modalité de rang i <u>Exemple :</u> $x_1=0$ et $x_6=5$

n_i : L'effectif de La modalité x_i <u>Exemple :</u> $n_1=6$

N : Effectif total $N=\sum_{i=1}^{p}ni = n_1 + n_2 +...+ n_p$, on lit :<<somme des n_i, i allant de 1 à p>> <u>Exemple :</u> N =40

2- caractéristiques de position.

LE MODE : c'est la modalité qui correspond à l'effectif le plus élevé de la série statistique. <u>Exemple :</u> le mode de la série ci-dessous est 5.

<u>NB :</u> une série statistique peut être plurimodale, ie qu'elle peut avoir plusieurs modes.

La Moyenne de la série statistique (x_i, n_i) avec $1\leq i\leq p$ est le nombre $\bar{x}$ défini par : $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{p}nixi}{N}$

La Médiane : c'est le nombre réel Me tel que le nombre d'individus de modalité supérieure ou égale à Me et le nombre d'individus de modalité inferieure ou égale à Me soient tous deux au moins égaux a N/2.

<u>NB :</u> la médiane Me n'est pas forcement un nombre parmi les modalités. Elle peut être située entre deux modalités X_j et X_{j+1}.l'intervalle [X_j ; X_{j+1}] est alors appelé intervalle médian ; et tout nombre de cet intervalle est une médiane de la série.

<u>Remarque :</u> Graphiquement, la médiane Me est la modalité qui correspond au point de rencontre des polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants de la série.

3- caractéristiques de dispersion.

L'Ecart-moyen : c'est le nombre réel noté e_m, et defini par $e_m=\frac{\sum_{i=1}^{p}ni\lvert xi-\bar{x}\rvert}{N}$

La Variance : c'est le nombre réel positif note V et défini par $V=\frac{\sum_{i=1}^{p}ni(xi-\bar{x})^2}{N}$ ou $V=\frac{1}{N}[\sum_{i=1}^{p}ni(xi)^2]-\bar{x}^2$

(Formule de K O NIG)

L'Ecart-type est le nombre réel note σ, défini par $\sigma=\sqrt{V}$.

NB : L'Ecart-moyen et L'Ecart-type mesurent la dispersion (distance) autour de la moyenne. Lorsque cette distance est faible par rapport a la moyenne, on dit que la moyenne est représentative et les données ne sont pas dispersées.

Exercice d'application

On lance deux des 60 Foix de suite et on note, pour chaque lancer la somme des points obtenus.

On obtient le tableau suivant :

points	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectifs	2	3	3	5	8	11	9	8	5	3	3

1- Calculer la moyenne, L'Ecart-moyen et L'Ecart-type de cette série statistique.

2- Construire les diagrammes en bâtons des effectifs cumulés croissante et décroissants.

LECON 3 : SERIES STATISTIQUES QUANTITATIVES CONTINUES

Durée : 04 heures

Objectifs de la leçon :

- Collecter et ordonner dans des intervalles les données d'une série à caractère quantitatif.
- Calculer l'amplitude, le centre d'une classe.
- Déterminer, calculer et interpréter les caractéristiques de position et de dispersion.
- Représenter graphiquement une série quantitative continue par un histogramme.

Pré requis : - regrouper les données dans un tableau statistique.

-calculer la moyenne, la variance L'Ecart-moyen et L'Ecart-type.

Situation problème :

Voici les salaires mensuels, exprimes en milliers de francs CFA, des ouvriers d'un atelier de mécanique.

65	83	53	115	94	51	75	71	102	76	105
81	83	77	58	95	90	64	100	108	68	53
51	75	83	80	55	78	91	79	74	110	77
90	92	84	88	85	64	71.				

Regrouper ces données dans un tableau statistique dont les modalités sont les intervalles suivants : [50 ; 60[; [60 ; 70[; [70 ; 80[; [80 ; 90[; [90 ; 100[; [100 ; 110[; [110 ; 120[.

Activité d'apprentissage :

Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en vous servant des informations de l'exercice ci-dessus.

n_i : effectif ; f_i =fréquence ; a_i =amplitude ; c_i =centre.

Classes	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[	[90 ; 100[	[100 ; 110[	[110 ; 120[	Total
n_i								
f_i								100
ECC								
ECD								
a_i								
c_i								
$n_i\, c_i$								
$n_i\, (ci)^2$								

RESUME :

1- Notion et vocabulaire.

Soit l'intervalle [a ; b[de la modalité i d'un tableau statistique ; a et b étant des nombres réels.

Le centre de cette classe notée c_i et défini par $c_i=\frac{a+b}{2}$

L'amplitude notée a_i est définie par $a_i=b-a$

2-caractéristiques de position.

La classe modale : c'est la classe qui correspond à l'effectif le plus élevé de la série, si les amplitudes des classes sont identiques .

Le mode est le centre de la classe modale .

La Moyenne de la série statistique continue (x_i, n_i) avec $1\leq i\leq p$ est le nombre $\overline{x}$ défini par : $\overline{x}=\frac{\sum_{i=1}^{p} nici}{N}$.

Exemple : Déterminer la classe modale, le mode et la moyenne de la série ci-dessus.

L a médiane est le nombre des modalités qui correspond au point de rencontre des polygones des effectifs cumules croissant et décroissants.

3-caractéristiques de dispersion.

L'Ecart-moyen : c'est le nombre réel noté e_m, et defini par $e_m=\frac{\sum_{i=1}^{p} ni|\ ci - \overline{x}\,|}{N}$

La Variance : c'est le nombre réel positif note V et défini par $V=\frac{\sum_{i=1}^{p} ni(ci - \overline{x}\,)^2}{N}$ ou $V=\frac{1}{N}[\sum_{i=1}^{p} ni(ci\,)^2] - \overline{x}^{\,2}$

(Formule de K O NIG)

L'Ecart-type est le nombre réel note σ, défini par $\sigma=\sqrt{V}$.

4-Représentation graphique.

- On peut représenter une serie statistique continue par un histogramme, qui est un ensemble de rectangles dont la base est l'amplitude de la classe correspondante.
- Si les amplitudes des classes sont identiques, La hauteur de chaque rectangle est proportionnelle à l'effectif (ou la fréquence) de la classe correspondante.
- Si les amplitudes des classes ne sont pas identiques, La hauteur de chaque rectangle est proportionnelle à la densité de la classe correspondante.

Chapitre 14 : GÉOMÉTRIE DE L'ESPACE

Introduction : L'espace, noté généralement (£) est une ensemble infini de points admettant des sous-ensembles infinis appelés droites et plans.

Leçon 1 : POSITION RELATIVES DE DROITES ET DE PLANS DE L'ESPACE.

Objectifs pédagogiques : être capable de déterminer

> Les positions relatives d'une droite et d'un plan ;

> Les positions relatives de deux plans ;

> Les positions relatives de deux droites.

MOTIVATION :

* Un fil tendu entre deux poteaux électriques, l'arête rectiligne d'une règle ou d'une équerre donnent une idée de la notion physique de droites de l'espace.

* La surface d'un tableau ou d'un mur, la face d'un solide de l'espace donnent une idée de la notion physique de plans de l'espace.

SITUATION PROBLÈME :

Votre petit frère Emmanuel a fabriqué à l'aide d'un calendrier, le cube ABCDEFGH comme l'indique la figure ci-contre (faire une figure).

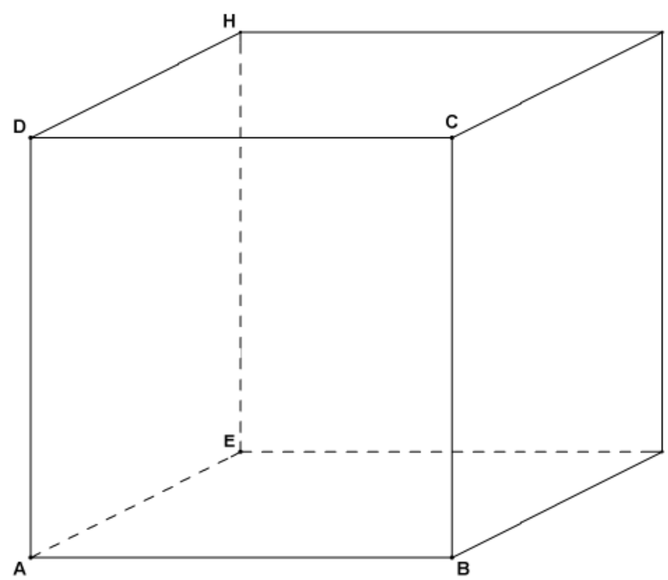
1- Nomme quatre droites de ce cube ;

2- Nomme trois plans de ce cube ;

3- Quelle est la position relative du plan (ABC) et de la droite (GC) ?

4- Quelle est la position relative des plans (GCD) et (FBA) ?

5- Quelle est la position relative des droites (BC) et (EF) ?



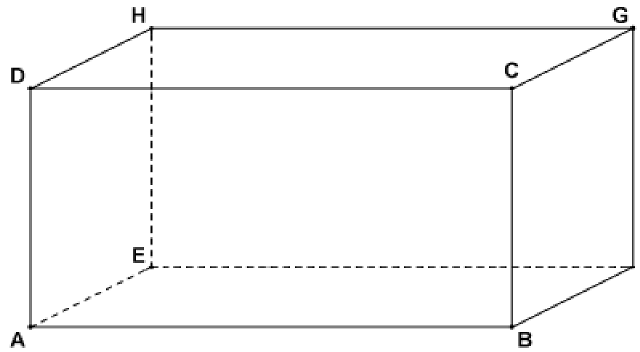
PRE-REQUIS

* Combien de faces comportent le cube ci-dessus ?

* Combien de droites comportent le cube ci-dessus ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

On donne le pavé droit ABCDEFGH ci-dessous tel-que AB = 8cm, BC = 6cm et BF = 4cm (faire une figure).



1- Dessine en vraie grandeur les faces BCGF,

puis les triangles DCB et ABC.

2- a) Cite quatre points du plan (DBF)

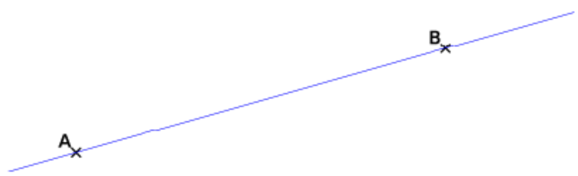
b) Cite quatre droites du plan (ABC)

3- Quelle est la nature du triangle DGC ? Calcule DG.

RESUMES :

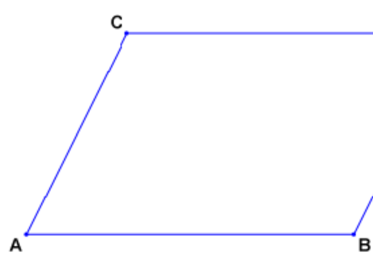
1) Règles de bases de la géométrie de l'espace

R1 : Par deux points distincts A et B de l'espace, il passe une droite unique notée (AB). (Figure)

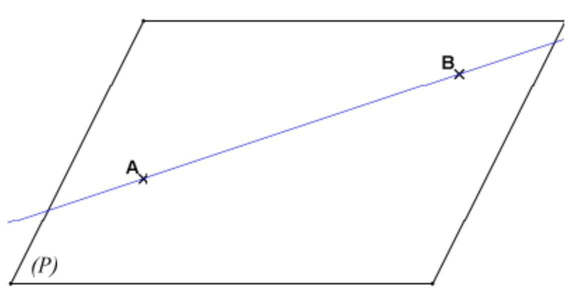


Droite(AB) de l'espace

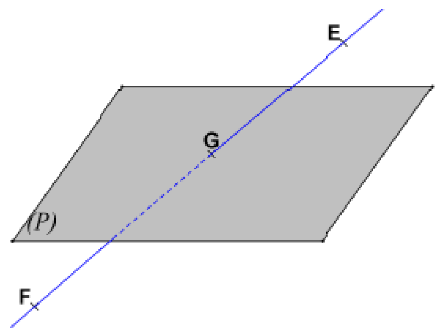
R2 : Par trois points non alignés A, B et C de l'espace, il passe un plan unique notée (ABC). On convient de noté un plan par un parallélogramme (Figure).



R3 : Si A et B sont deux points distincts d'un plan (P) alors (P) contient la droite (AB). (Figure *).



R4 : Tout plan (P) partage l'espace en deux régions (E1) et (E2) situées de part et d'autre de (P), de façon que toute droite ayant un point dans l'une des régions et un point dans l'autre région coupe (P) en un point. (Figure**).



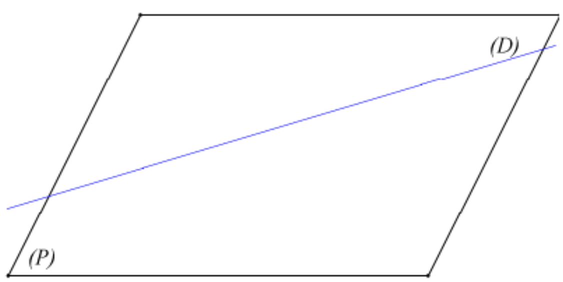
Les points E et F appartiennent respectivement aux regions (E1) et (E2).

R5 : Les théorèmes de géométrie plane sont vrais dans tout plan de l'espace.

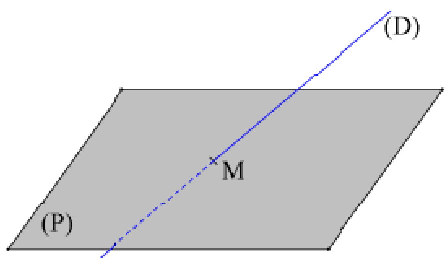
2) Positions relatives d'une droite et d'un plan

a. Propriétés : Étant donné une droite (D) et un plan (P), les différentes positions relatives sont :

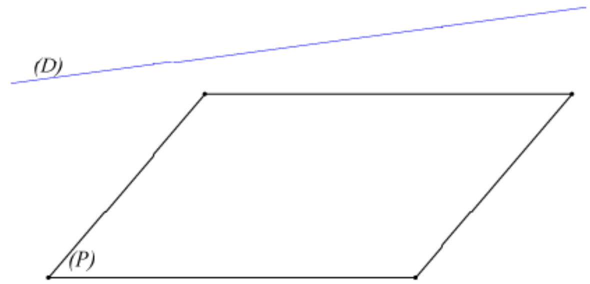
> (D) est incluse dans (P) : (D) c (P). (Voir figure *)



> L'intersection de (D) et de (P) est réduite à un point. (Figure **)



> (D) et (P) sont disjoints.



b. Définitions

> On dit qu'une droite (D) est parallèle à un plan (P) lorsque (D) est inclus dans (P) ou lorsque (D) et (P) sont disjoints.

> On dit que le plan (P) est sécant à la droite (D) au point I lorsque l'intersection de (D) et de (P) est réduite au point I.

3) Positions relatives de deux plans

a. Propriétés : Étant donné deux plans (P) et (P'), les différentes positions relatives sont :

> (P) et (P') sont confondus ;

> L'intersection de (P) et (P') est une droite ;

> (P) et (P') sont disjoints.

b. Définitions

> Deux plans confondus ou disjoints sont dits parallèles.

> Deux plans non parallèles sont dits sécants, leur intersection est alors une droite.

4) Positions relatives de deux droites

a. Propriétés : Étant donné deux droites de l'espace (D) et (D'), les différentes positions relatives sont :

> Les droites (D) et (D') sont non coplanaires

> Si (D) et (D') sont coplanaires :

. (D) et (D') sont sécants dans un plan (P) ;

. (D) et (D') sont confondues ou strictement parallèles dans un plan (P).

NB : Deux droites non coplanaires sont disjoints.

b. Définitions

> Deux droites de l'espace sont dites parallèles lorsqu'elles sont confondues ou bien lorsqu'elles sont coplanaires et disjoints.

> Deux droites de l'espace sont dites sécantes lorsque leur intersection est réduite à un point.

Remarque : Deux droites disjoints ne sont pas nécessairement parallèles, elles peuvent être non coplanaires.

DETERMINATION D'UN PLAN

> Il existe un seul plan contenant trois points non alignés.

> Il existe un seul plan contenant une droite et un point extérieur à cette droite.

> Il existe un seul plan contenant deux droites sécantes.

> Il existe un seul plan contenant deux droites strictement parallèles.

CORRECTION SITUATION PROBLÈME. " Le prof "

Devoir à faire à la maison

Soit une pyramide régulière SABCD à la base le carré ABCD de centre O. Soit M un point de [SO]. Détermine l'intersection de la droite (AM) avec le plan (SBC).

Leçon 2 : ETUDE DU PARALLÉLISME

Objectifs pédagogiques : Être capable de montrer que :

> Deux droites de l'espace sont parallèles ;

> Une droite et un plan de l'espace sont parallèles ;

> Deux plans de l'espace sont parallèles.

MOTIVATION :

> Les poteaux électriques reliés par un câble sont régulièrement espacés. Elles donnent une idée de la notion physique de droites parallèles de l'espace.

> La surface d'un tableau et du mur opposé à cette surface donne ainsi une idée de la notion physique de plans de l'espace.

SITUATION PROBLÈME :

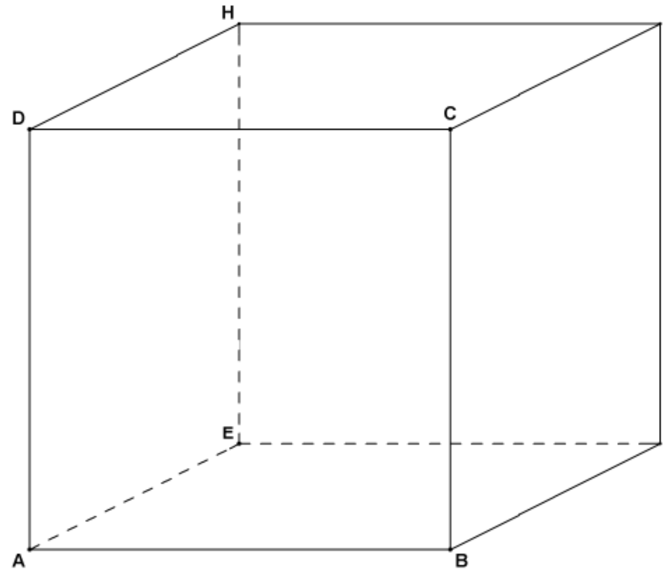
Votre petit frère Emmanuel a fabriqué à l'aide d'un calendrier, le cube ABCDEFGH (figure situation problème leçon 1).

1- Nomme toutes les droites parallèles à (BC) passant par A.

2- Nomme toutes les droites parallèles à (BC).

3- Nomme un plan parallèle à la droite (BC).

4- Nomme deux plans parallèles entre elles.



PRE-REQUIS :

Combien de droites sont parallèles à la droite (EF) ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

ABCDEFGH est un cube, I un point de [AB].

1- Que peux-tu dire des plans (ABC) et (EFG) ?

2- Que peux-tu dire des plans (ABC) et (ADE) ?

3- Que peux-tu dire des plans (IEG) et (ABC) ?

RESUME :

1) Parallélisme de deux droites

Propriétés :

> Par un point donné de l'espace, il passe une et une seule droite parallèle à une droite donné.

> Si deux droites sont parallèles, tout plan coupant l'une coupe l'autre.

> Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.

Conséquence : Deux droites coplanaires respectivement parallèles à deux droites non parallèles sont sécantes.

2) Parallélisme d'une droite et d'un plan

Propriétés :

> Une droite (D) est parallèle à un plan (P) si et seulement si, il existe dans (P) une droite parallèle à (D).

> Si une droite (D) est parallèle à un plan (P), alors toute droite parallèle à (D) est parallèle à (P).

Remarque : Deux droites parallèles à un même plan (P) ne sont pas nécessairement parallèles entre elles.

> Une droite parallèle à deux plans sécants est parallèle à leur droite d'intersection.

3) Parallélisme de deux plans

Propriétés :

> Deux plans sont parallèles si et seulement si l'un contient deux droites parallèles à l'autre et sécantes entre elles.

> Deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux.

> Par un point donné de l'espace, il passe un et un seul plan parallèle à un plan donné.

> Si deux plans sont parallèles :

- Tout plan sécant à l'un est sécant à l'autre et les droites d'intersection sont parallèles.
- Toute droite parallèle à l'un est parallèle à l'autre.
- Toute droite sécante à l'un est sécante à l'autre.

CORRECTION SITUATION PROBLÈME. " Le prof "

Devoir

ABCDEFGH est un cube et I, J et K sont les milieux respectifs des arêtes [EF], [FB] et [FG].

Démontre que les plans (IJK) et (EGB) sont parallèles.