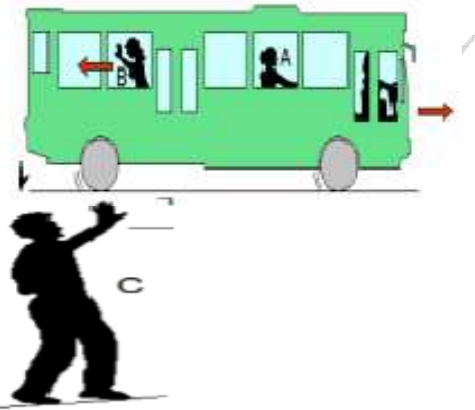


LECON 1 : LE CARACTERES RELATIF DU MOUVEMENT

I/ Caractère relatif d'un mouvement

Un bus roule lentement dans une ville. Alain (A) est assis dans le bus, Bella (B) marche dans l'allée vers l'arrière du bus pour faire des signes à Claude (C) qui est au bord de la route.



Compléter le tableau ci-dessous en disant si X est en mouvement ou immobile par rapport à Y :

Est en mouvement par rapport à	A	B	C	Le bus
A				
B				
C				
Le Bus				

Est en mouvement par rapport à	A	B	C	Le bus
A		Oui	Oui	Non
B	Oui		Non	Oui
C	Oui	Non		Non
Le Bus	Non	Oui	Oui	

Un corps est en mouvement lorsqu'il change de position dans le temps par rapport à d'autres corps.

Un voyageur assis dans un car en marche est :

- immobile par rapport aux autres voyageurs assis ou par rapport au car
- en mouvement par rapport au sol

L'état de mouvement d'un objet est décrit par rapport à un autre objet qui sert de référence (de référentiel)

1/ Notion de référentiel :

Un référentiel est l'objet de référence par rapport auquel on étudie le mouvement d'autres objets.

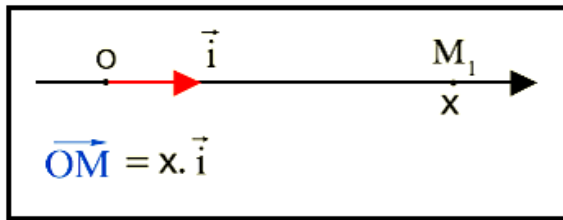
Différents référentiels :

- **Le référentiel terrestre** : c'est le référentiel constitué par l'ensemble des objets fixes par rapport à la Terre. (route, salle de TP ...). On l'utilise pour l'étude des mouvements sur Terre.
- **Le référentiel géocentrique** : son centre est le centre de la Terre, ses axes sont dirigés vers des étoiles lointaines considérées comme fixes. On l'utilise pour l'étude des mouvements des satellites de la Terre.
- **Le référentiel héliocentrique** : Il est lié au centre du Soleil et à 3 étoiles lointaines fixes. On l'utilise pour l'étude des mouvements des planètes du système solaire.

2/ Repère d'espace

Le repère d'espace permet de déterminer la position du mobile (l'objet en mouvement) par rapport à une position arbitraire choisie comme origine. Le choix du repère d'espace se ramène au choix d'un système d'axes liés à la référence.

a) Sur une droite

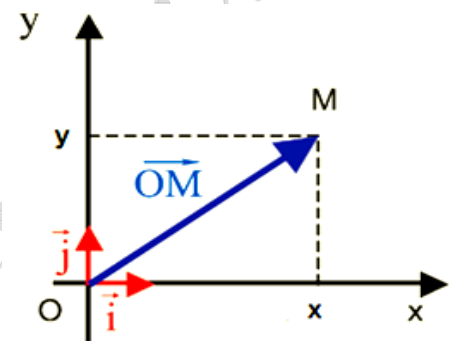


La position du mobile est déterminée par la connaissance de l'abscisse x du vecteur position $\overrightarrow{OM}$

b) Dans le plan

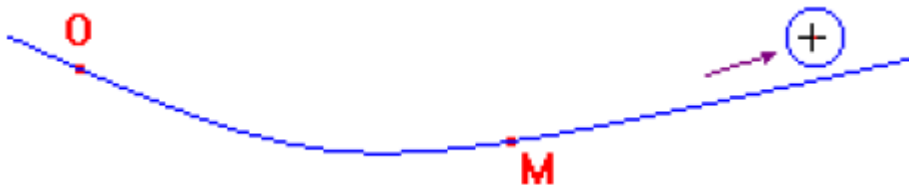
Lorsque le mouvement s'effectue dans un plan, il est intéressant de travailler dans un repère orthonormé pour repérer la position du mobile.

Le vecteur position est : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$



Coordonnées de M dans un plan repéré par $(O, \vec{i}, \vec{j})$

c) Sur une courbe quelconque

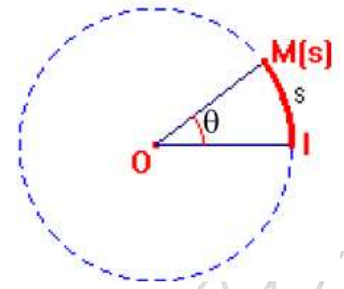
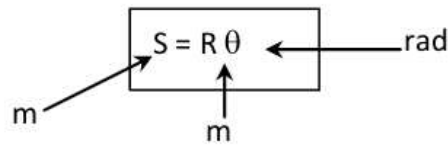


Le mobile M est repéré par son abscisse curviligne $s = \widehat{OM}$ (mesure algébrique de l'arc $\widehat{OM}$)

d) Sur un cercle

La position du mobile M peut être repérée en utilisant l'abscisse curviligne $\widehat{IM} = s$ ou l'abscisse angulaire θ (s et θ sont proportionnels).

$$\left. \begin{array}{l} \theta = 2\pi \rightarrow s = 2\pi R \\ \theta \rightarrow s \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2\pi}{\theta} = \frac{2\pi R}{s} \Rightarrow s = R\theta$$



3/ Repère de temps

Pour repérer un mobile dans le temps il est nécessaire de choisir une origine des temps qui correspond à un événement connu, une unité de mesure du temps (seconde, heure, jour, année) et un appareil de mesure du temps (une horloge). Tout événement est repéré par une date t bien connue.

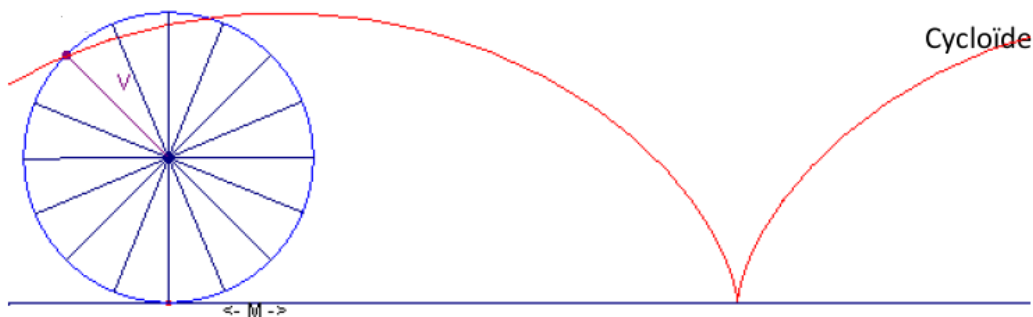
Remarque : la durée est l'intervalle de temps qui sépare deux dates (elle est toujours positive) : $\Delta t = t_{\text{final}} - t_{\text{initial}}$

4/ Trajectoire

La **trajectoire** d'un mobile est l'ensemble des positions successives qu'il occupe au cours du temps.

Remarque : comme le mouvement, la forme de la trajectoire dépend du référentiel choisi.

Exemple : la valve d'une roue de bicyclette décrit un cercle par rapport au cycliste et une cycloïde par rapport à la route



Le mouvement est **rectiligne** si la trajectoire est une droite ou un segment de droite.

Le mouvement est **curviligne** si la trajectoire est une courbe.

III/ La vitesse

On caractérise la rapidité d'un mouvement par une grandeur physique appelée vitesse. Cette grandeur est liée à la distance parcourue et à la durée du parcours.

1/ Vitesse instantanée

On appelle **vitesse instantanée** d'un objet, la vitesse de celui-ci à un instant donné. Elle est indiquée par un compteur ou par un tachymètre.

2/ Vitesse moyenne

La vitesse moyenne v d'un objet en mouvement est obtenue en divisant la distance parcourue d , par la durée Δt du déplacement

$$V = \frac{d}{\Delta t} \quad \left\{ \begin{array}{l} d \text{ en m} \\ t \text{ en s} \\ v \text{ en m/s} \end{array} \right.$$

Exercice d'application

Un train A part de Yaoundé à 11 h 56 min pour Douala. Il roule à la vitesse moyenne de 120 km/h. La distance Yaoundé– Douala vaut 200 km. Quelle heure le train arrivera-t-il à destination ?

IV/ Evolution du mouvement au cours du temps.

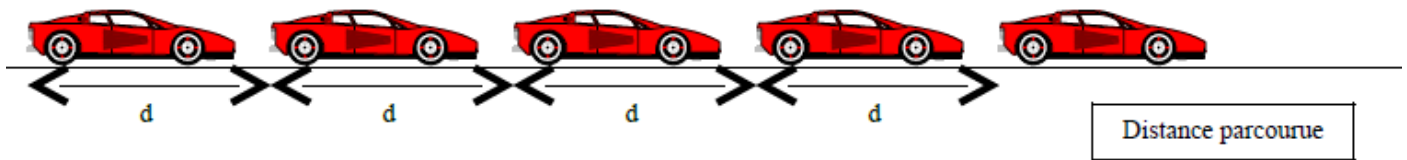
1/ La chronophotographie

La chronophotographie permet d'étudier le mouvement d'un objet au cours du temps. Elle consiste à photographier, sur une même pellicule, l'objet à des intervalles de temps égaux.

2/ Mouvement rectiligne uniforme

a) Définition

Un solide est animé d'un mouvement rectiligne uniforme si et seulement si le vecteur vitesse est constant et garde donc la même direction, le même sens et la même norme au cours du mouvement.



La voiture parcourt la même distance d pendant des durées égales.

La vitesse est constante au cours du temps donc le mouvement est rectiligne uniforme.

En résumé

$$\begin{cases} a = 0 \\ v = v_0 \\ x = v_0 t + x_0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{le mouvement est rectiligne uniforme}$$

a est l'accélération ; v_0 vitesse initiale ; x_0 position initiale

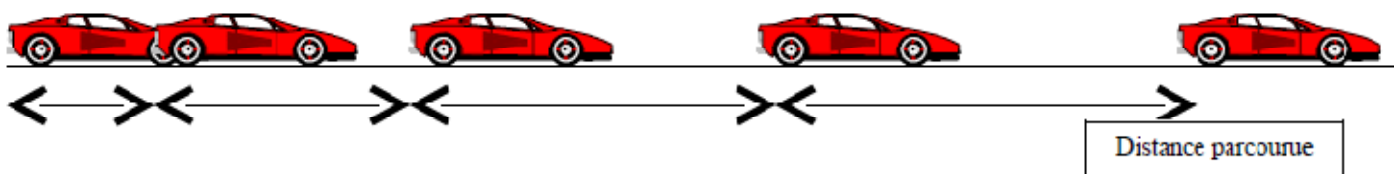
remarque : Pour $x_0 = 0$ alors $x = v_0 t$

2/ Mouvement rectiligne varié

Un mobile est en mouvement rectiligne varié s'il se déplace sur une droite avec un vecteur vitesse de module variable.

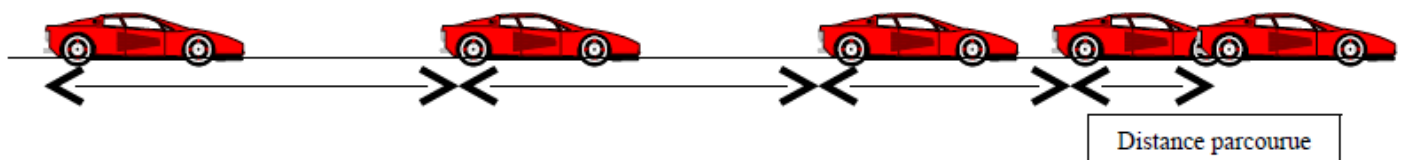
a/ Mouvement accéléré

La voiture parcourt des distances de plus en plus grande pendant des durées égales.
La vitesse augmente au cours du temps.



b/ Mouvement ralenti

La voiture parcourt des distances de plus en plus petite pendant des durées égales.
La vitesse diminue au cours du temps



En résumé
$$\begin{cases} a = \text{Cte} \\ v = at + v_0 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \end{cases} \Rightarrow \text{mouvement rectiligne uniformément varié}$$

a est l'accélération ; v_0 vitesse initiale ; x_0 position initiale

NB : - si $x_0 = 0$ et $v_0 = 0$ alors $x = \frac{1}{2}at^2$

-La relation $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ permet de déterminer la distance parcourue par un mobile pendant un mouvement rectiligne uniformément varié.

3/ Mouvement circulaire uniforme

a) Définition

Un mobile est en mouvement circulaire uniforme s'il se déplace sur un cercle (trajectoire circulaire) avec un vecteur vitesse de module constant.

b) Période et fréquence

- La période est la durée d'un tour complet. Elle s'exprime en s. Pour un tour

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{d'où} \quad \boxed{T = \frac{2\pi R}{v}}$$

- La fréquence est le nombre de tours effectué en une seconde. Elle est l'inverse de la période et elle s'exprime en hertz (symbole: Hz).

$$\boxed{f = N = \frac{1}{T}}$$

c) Vitesse angulaire

La vitesse angulaire est l'angle balayé par le mobile pendant l'unité de temps. Elle est

notée ω et s'exprime en rad.s^{-1} . $\boxed{\omega = \frac{\theta}{t}}$ avec θ en rad ; t en s et ω en rad/s .

e) Relation entre vitesse angulaire (ω) et vitesse linéaire (V) :

$$\boxed{V = R\omega}$$

f) accélération (a) d'un mouvement circulaire uniforme

$$\boxed{a = \frac{V^2}{R}} \quad \text{avec } V \text{ en m/s ; } R \text{ en m et } a \text{ en m/s}^2.$$

g) Relation entre accélération (a) et vitesse angulaire (ω) :

$$a = \frac{V^2}{R} \text{ or } V = R\omega$$

soit $a = R\omega^2$ avec ω en rad/s ; R en m et a en m/s^2 .

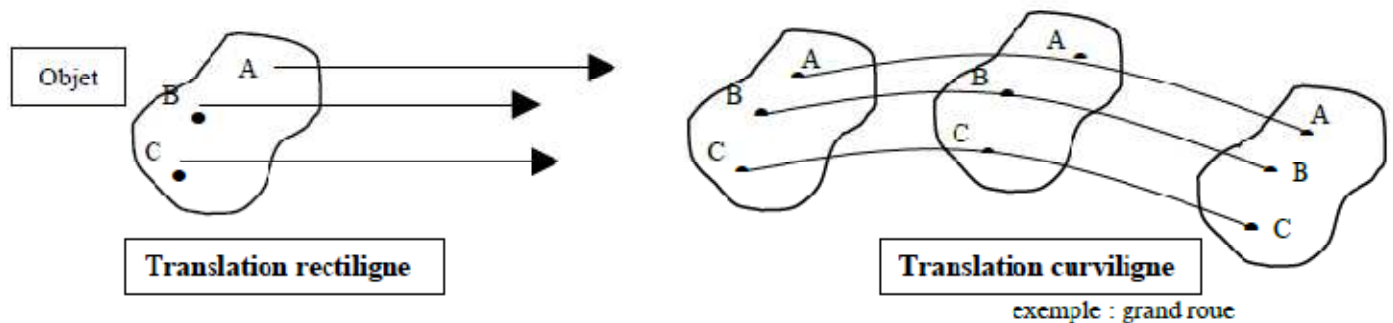
Application:

Un mobile M est animé d'un mouvement circulaire uniforme et décrit un cercle de rayon $R=2$ m.

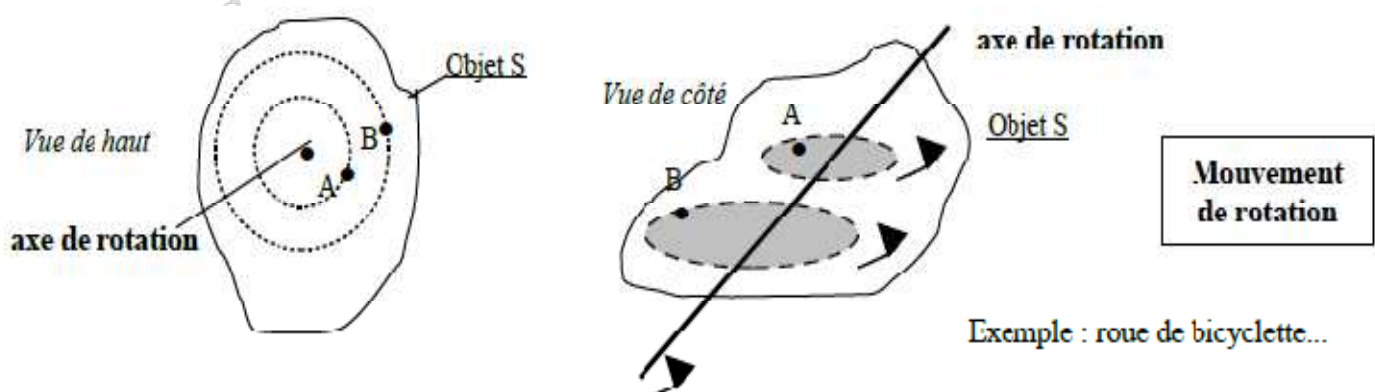
Sachant que les angles balayés pendant des intervalles de temps $\tau=40$ ms sont égaux $\theta = 45^\circ$. Calculer la vitesse angulaire. En déduire la vitesse linéaire.

V. Étude de quelques mouvements d'un solide**1/ Mouvement de translation**

Dans un **mouvement de translation**, tous les points d'un solide ont le même mouvement ; leurs trajectoires sont des **courbes parallèles**.

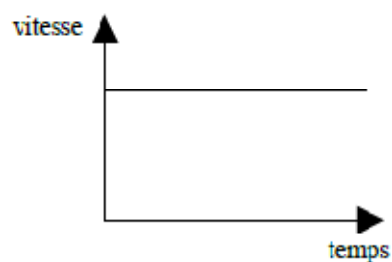
**2/ Mouvement de rotation**

Dans un **mouvement de rotation**, tous les points d'un solide ont une trajectoire circulaire et décrivent un cercle autour d'un axe appelé **axe de rotation**.

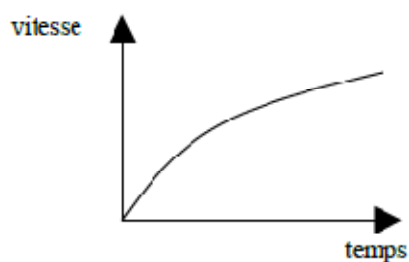


5/ Exploitation graphique

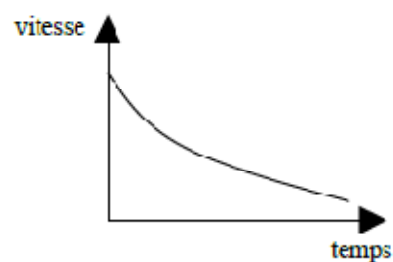
Observons des courbes donnant la variation de vitesse au cours du temps. On obtient les courbes suivantes:



Mouvement uniforme
La vitesse est constante au cours du temps



Mouvement accéléré
La vitesse augmente au cours du temps



Mouvement ralenti
La vitesse diminue au cours du temps

Leçon 2: Notion d'équilibre d'un solide

Situation - problème

Deux groupes d'enfants A et B composés du même nombre d'éléments, jouent à s'attirer chacun un cerceau dans son camp. Ils exercent leurs forces respectives par l'intermédiaire de deux cordes nouées au cerceau dont le poids est négligeable devant les forces appliquées. Ils constatent que la victoire d'un groupe n'est possible qu'avec la défection d'un élément de l'autre groupe.

1- Pourquoi la défection d'un élément d'un groupe entraîne-t-elle la victoire de l'autre ?

2- Sans une défection, comment est le cerceau ?

3- Comparer, à l'aide du tableau d'inventaire, les deux forces appliquées à ce cerceau.

Objectif : Expliquer et interpréter les situations d'équilibres mécaniques.

Introduction

Généralement, lorsqu'un système est soumis à l'action d'une seule force, il est mis en mouvement. L'étude de ce mouvement est la **dynamique**. Parfois, sous l'action de deux ou de trois forces, le système reste en équilibre, on parle de **statique**.

On appelle **système**, l'objet sur lequel porte une étude physique. **Ex** : pot de fleur sur une table.

On appelle **forces extérieures** à un système, des forces exercées sur un système par des corps n'appartenant pas au système **Ex** : action de la terre sur un corps de masse m .

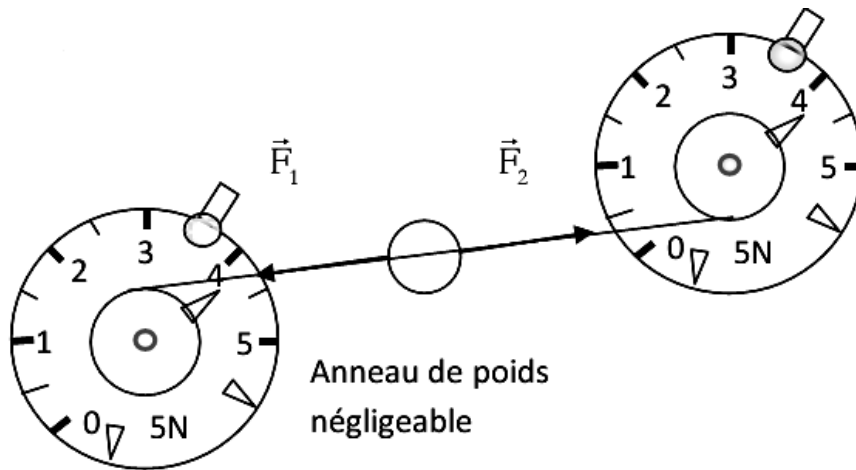
On appelle **forces intérieures** à un système, des forces exercées par une partie du système sur une autre partie du même système. Généralement elles se compensent deux à deux. **Ex** : forces exercées par deux wagons d'un train.

I. Equilibre d'un solide soumis à l'action de deux forces

Un solide est en équilibre, dans un repère déterminé si tous les points sont immobiles dans ce repère.

I.1 Etude expérimentale

A l'aide de deux dynamomètres circulaires fixé sur un tableau magnétique, accrochons aux extrémités un anneau de masse négligeable. Etudions les interactions sur l'anneau lorsque les fils sont tendus. On observe que :



- L'anneau est immobile : il est donc en équilibre.
- $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$, (action que les fils exercent sur l'anneau) ont la même droite d'action, des sens contraires et des intensités égales (les dynamomètres indiquent la même valeur).

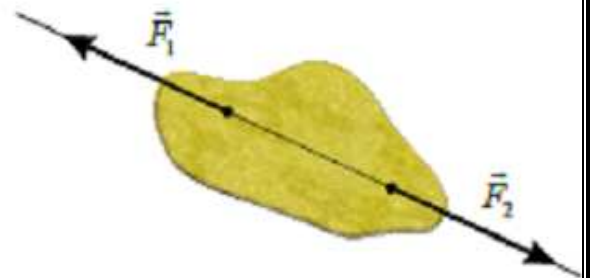
I.2 Conditions d'équilibre

Un solide (s) soumis à l'action de deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ appliquées en 2 points A et B est en équilibre si et seulement si :

- $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont même droite d'action.
- leur somme vectorielle est nulle c'est-à-dire : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ (ce qui signifie que les deux forces sont opposées).

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \Leftrightarrow F_1 = F_2 \text{ (elles ont même module).}$$

Remarques :



R_1 : Seule, la deuxième condition ($\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$) ne suffit pas pour conclure qu'un solide est en équilibre car si les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ n'ont pas la même droite d'action, le solide tournera sur lui-même. Dans ce cas, ces deux forces constituent un couple de forces.

R_2 : Il est possible qu'un solide initialement lancé à une vitesse constante, tout en vérifiant les deux conditions précédentes continue son mouvement de façon uniforme (vitesse constante). On conclut donc que, ses conditions sont nécessaires, mais pas suffisantes.

I.3 Quelques applications.

I.3.1 Réaction d'un support horizontal:

Considérons une caisse de masse m posée, sur un sol horizontal. Etudions son équilibre. Le système caisse est soumis à l'action de 2 forces extérieures :

- Système étudié : la caisse.
- Bilan des forces :
 - le poids $\vec{P}$ exercé par la terre sur la caisse
 - La réaction $\vec{R}$ exercée par le plan sur la caisse.

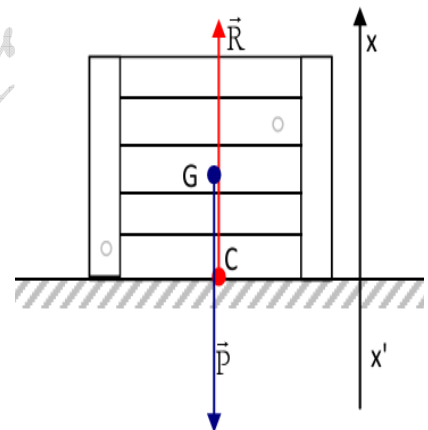
- Caractéristiques :

$\vec{P}$ { point d'application : G
 Direction : verticale
 sens : vers le bas
 norme : P

$\vec{R}$ { point d'application : C
 Direction : verticale
 sens : vers le haut
 norme : R

- Condition d'équilibre

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = -\vec{R} \Leftrightarrow \boxed{R = P = mg}$$



I.3.2 Tension d'un fil supportant un solide .

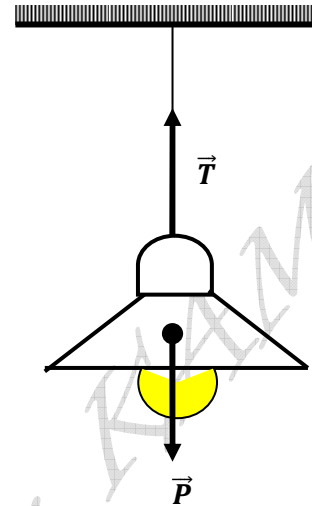
Un lustre de masse m suspendu à un plafond par l'intermédiaire d'un fil (f) de masse négligeable est en équilibre. L'ensemble constitue un pendule simple.

- Système étudié : le lustre.
- Bilan des forces :
 - le poids $\vec{P}$ exercé par la terre sur le lustre
 - La tension $\vec{T}$ exercée par le fil sur le lustre.

- Condition d'équilibre

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = -\vec{T} \Leftrightarrow T = P$$

$$\boxed{T = P = mg}$$



I.3.3 Tension d'un ressort supportant un solide

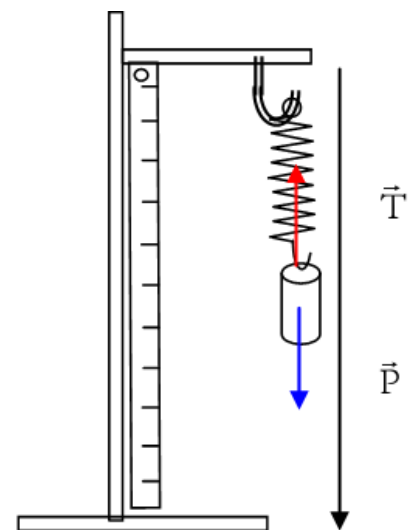
Soit un solide de masse m suspendu à l'aide d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . L'ensemble constitue un pendule élastique. ℓ étant la longueur du ressort à l'équilibre..

- Système étudié : le solide (s).
- Bilan des forces appliquées à ce solide :
 - Son poids $\vec{P}$
 - La tension du ressort $\vec{T}$.

- Condition d'équilibre

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = -\vec{T} \Leftrightarrow T = P$$

Or $P = mg$ et $T = k(\ell - \ell_0)$ d'où, $\boxed{k(\ell - \ell_0) = mg}$



Exercice d'application

A un support, on suspend par l'intermédiaire d'un ressort, un solide de masse $m = 500\text{g}$. La raideur du ressort vaut 50N/m .

- 1- Faire un schéma clair où on représentera les forces appliquées au solide.
- 2- Déterminer la tension du ressort à l'équilibre.
- 3- En déduire son allongement.
- 4- Quelle est l'intensité de la force exercée par le support sur le ressort? On donne $g = 10\text{N/kg}$.

II. Equilibre d'un solide soumis à trois forces.**II.1 Expérience**

Réalisons à l'aide d'un tableau magnétique, de deux poulies à support magnétique, d'un anneau de masse négligeable et de trois masses de poids connus ($P_1 = 1,94\text{ N}$; $P_2 = 2\text{ N}$ et $P_3 = 1,23\text{ N}$) le dispositif suivant :

Etudions le système (3) sur lequel s'exercent deux forces

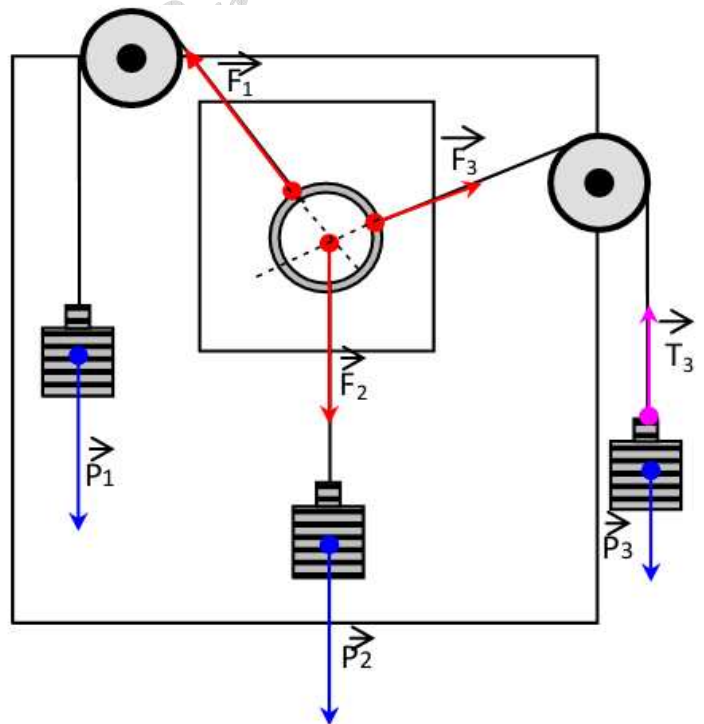
- Système étudié : solide (3).
- Bilan des forces :
 - le poids $\vec{P}_3$ exercé par la terre sur le lustre
 - La tension du ressort $\vec{T}_3$ exercée par le fil sur le lustre.

- Condition d'équilibre

$$\vec{P}_3 + \vec{T}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_3 = -\vec{T}_3 \Rightarrow T_3 = P_3$$

Le fil étant inextensible, la tension est partout la même d'où $T_3 = F_3 = P_3$.

Par analogie, on montre que $T_2 = F_2 = P_2$ et $T_1 = F_1 = P_1$

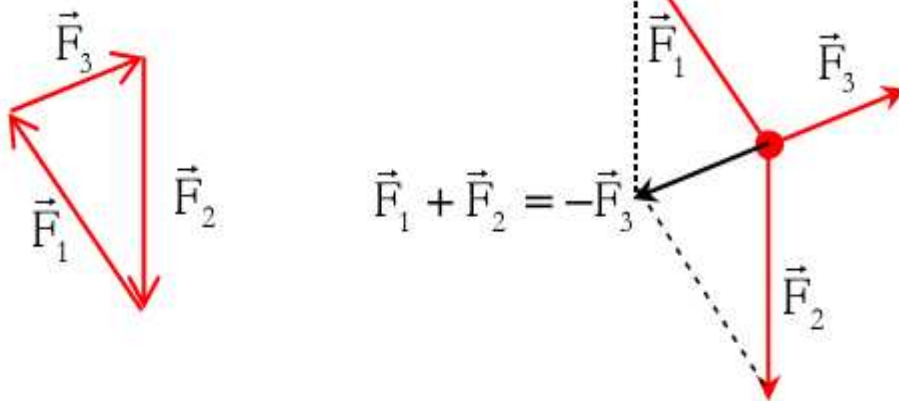


Remarques importantes

- Le long d'un fil inextensible, la tension est partout la même.
- Une poulie modifie la direction et le sens d'une force tout en gardant la même valeur de l'intensité.

Etudions maintenant l'équilibre de l'anneau :

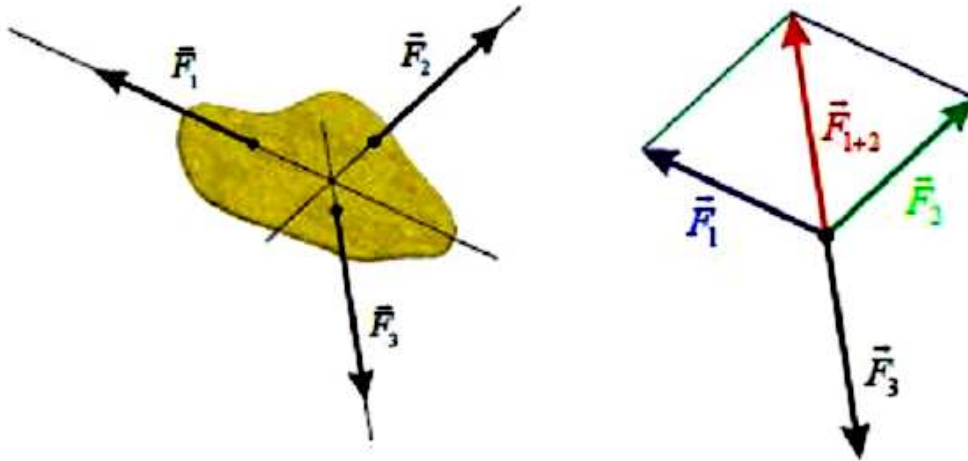
- Système étudié : anneau.
- Bilan des forces : $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$
- Les forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ sont dans un même plan : elles sont dites **coplanaires**
- Les droites d'action de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ se rencontrent en un point : les trois forces sont **concourantes**
- Les forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ forment un polygone de forces fermé dont la somme vectorielle est nulle. Les forces se compensent à l'équilibre du système.



▪ Condition d'équilibre

L'expérience ci-dessus montre que, lorsqu'un solide (s) est en équilibre sous l'action de trois forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$, non parallèles, les conditions suivantes doivent être vérifiées :

- Les trois forces doivent être coplanaires et concourantes
- Leur somme vectorielle doit être nulle $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.



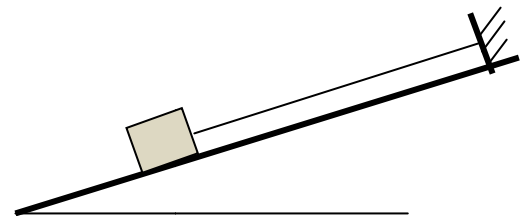
Remarque : De manière générale, dans le cas où on a plusieurs forces (n), une condition pour qu'un solide soit en équilibre soumis à l'action de ses n forces est :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0} \quad , \quad \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

II.2 Application

a) Solide maintenu en équilibre sur un plan par un fil

Soit un solide (s) de masse $m = 150\text{g}$, pouvant glisser sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontal est maintenu en équilibre par une corde parallèle au plan incliné et fixé sur un mur (voir schéma ci-dessous)



- 1- Faire le bilan des forces extérieures qui s'exerce sur le solide et les représenter.
- 2- Ecrire la condition d'équilibre du solide (s).
- 3- Déterminer l'intensité de la réaction du plan et de la tension du fil.

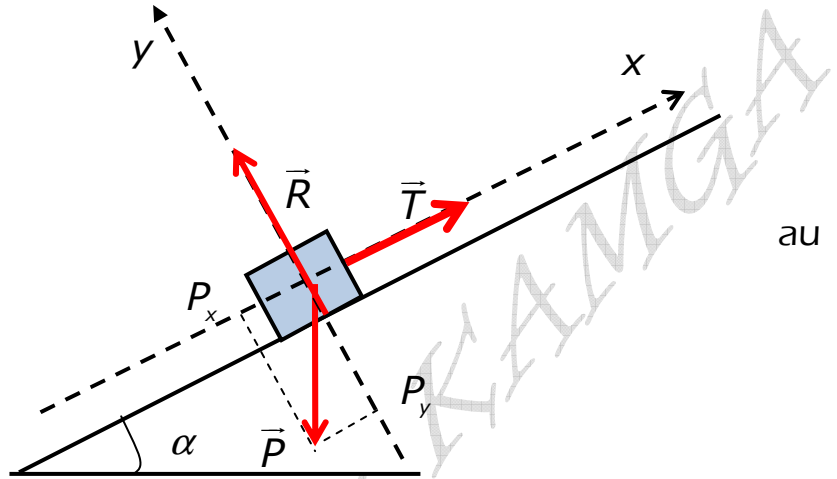
Solution

1) bilan des forces

- Le poids $\vec{P}$ du solide appliqué en son centre de gravité.
- La réaction du plan $\vec{R}$ perpendiculaire au plan
- La tension du fil $\vec{T}$ parallèle plan incliné.

2) Condition d'équilibre :

- Les forces $\vec{P}$, $\vec{R}$ et $\vec{T}$ sont coplanaires et concourantes.
- $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$



3) Détermination des intensités de $\vec{R}$ et $\vec{T}$

- 1^{ère} Méthode** : projection de la relation d'équilibre sur un système d'axe

Le solide étant en équilibre : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$

Définissons un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, dans lequel nous projeterons la relation vectorielle ci-dessus on a :

$$\vec{P} \begin{pmatrix} -P \sin \alpha \\ -P \cos \alpha \end{pmatrix} + \vec{T} \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix} + \vec{R} \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} = \vec{0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -P \sin \alpha + T + 0 = 0 \Rightarrow T = P \sin \alpha \\ -P \cos \alpha + 0 + R = 0 \Rightarrow R = P \cos \alpha \end{cases}$$

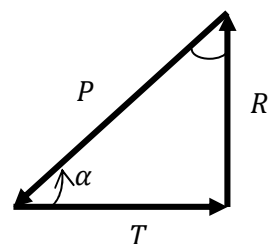
La projection de la condition d'équilibre sur les axes nous donne :

$$\boxed{T = P \sin \alpha = mg \sin \alpha} \quad \text{et} \quad \boxed{R = P \cos \alpha = mg \cos \alpha}$$

- 2^{ème} Méthode** : Dynamique des forces

Cette méthode consiste à construire le polygone fermé de vecteur force en traçant les vecteurs forces les uns à la suite des autres en respectant leurs caractéristiques.

On obtient un triangle rectangle et en appliquant des lois de



trigonométrie, on peut déterminer les valeurs des intensités des forces.

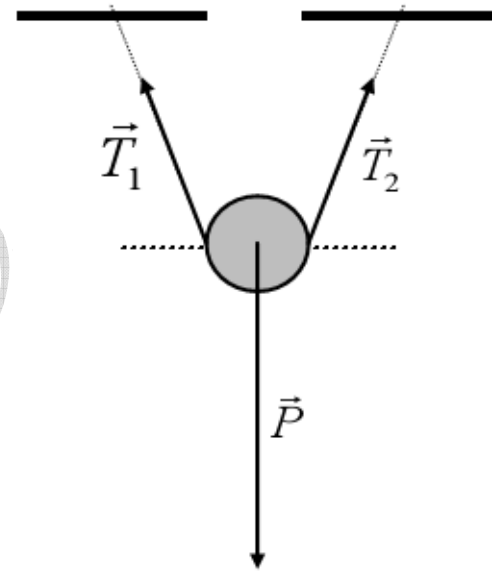
$$\sin \alpha = \frac{T}{P} \Leftrightarrow T = mg \sin \alpha \quad \cos \alpha = \frac{R}{P} \Leftrightarrow R = mg \cos \alpha$$

b) Suspension d'un solide

Déterminer à l'équilibre les tensions des deux câbles retenant en suspension un solide (S) sachant que leur longueur est la même et qu'il sont inclinés d'un angle de $\alpha = 20^\circ$ sur l'horizontale. On donne

$$g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

- Système étudié : solide (3).
- Bilan des forces :
 - le poids $\vec{P}$
 - La tension $\vec{T}_1$ exercée par le câble AB.
 - La tension $\vec{T}_2$ exercée par le câble BC.
- Condition d'équilibre
 - Les trois forces sont coplanaires et concourantes
 - $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$



Méthode algébrique

Choisissons un système d'axe et projetons la relation vectorielle $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$

$$\vec{P} \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} + \vec{T}_1 \begin{pmatrix} -T_1 \cos \alpha \\ T_1 \sin \alpha \end{pmatrix} + \vec{T}_2 \begin{pmatrix} T_2 \cos \alpha \\ T_2 \sin \alpha \end{pmatrix} = \vec{0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \alpha = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 \\ -P + 2T_1 \sin \alpha = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{P}{2 \sin \alpha} \end{cases}$$

Leçon 3: Équilibre d'un solide mobile autour d'un axe fixe

1/ Définition et exemple

Un solide est mobile autour d'un axe fixe si deux au moins de ses points restent immobiles au cours d'un mouvement quelconque de ce solide. La droite qui joint les deux points fixes constitue l'axe de rotation.

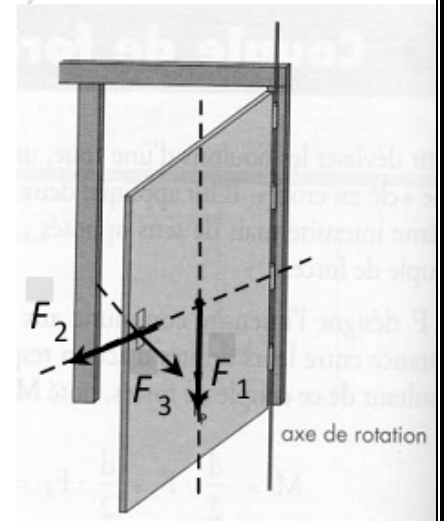
Exemple : une porte est mobile autour de ses gonds dans un référentiel terrestre.

2/ Force orthogonale à l'axe.

a) Observation.

Appliquons sur le battant d'une porte ouverte trois forces dont les directions sont indiquées sur la figure ci-contre.

- ✓ Si on exerce une force $\vec{F}_1$ parallèle à l'axe de rotation celle-ci ne tourne pas.
- ✓ Si on exerce une force $\vec{F}_2$ dont la droite d'action rencontre l'axe, elle ne tourne pas non plus.
- ✓ Une force $\vec{F}_3$ orthogonale à l'axe de rotation provoque une rotation. L'efficacité de la rotation dépend de l'intensité de la force et de la position de la droite d'action, par rapport à l'axe de rotation.



L'expérience ci-dessus montre donc que, pour provoquer un effet de rotation sur un solide mobile autour d'un axe fixe, il faut exercer une force dont la droite d'action :

- n'est pas parallèle à l'axe de rotation.
- Ne rencontre pas l'axe de rotation.

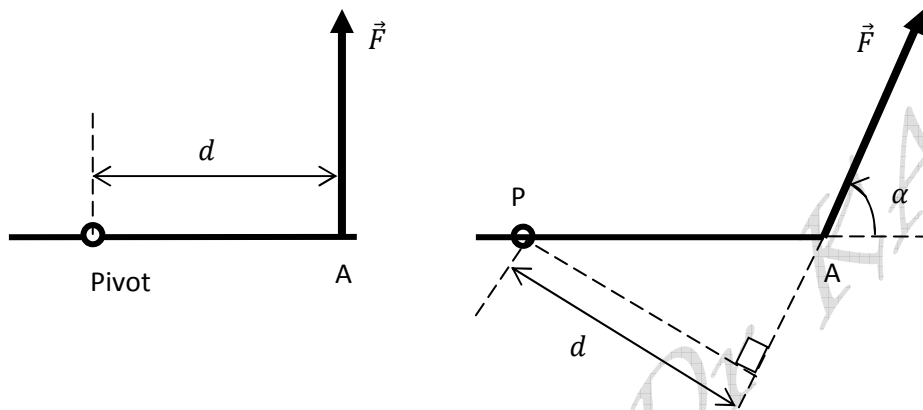
b) Définition d'une force orthogonale à un axe

On dit qu'une force est orthogonale à l'axe si elle est située dans un plan perpendiculaire à l'axe.

c/ Distance de la droite d'action d'une force et l'axe de rotation : bras de levier

La distance d séparant la droite d'action de la force et l'axe de rotation est appelée « **bras de levier** ». Le bras de levier est la longueur du segment perpendiculaire à la fois à :

- L'axe de rotation (Δ)
- La droite d'action de la force.



3/ Moment d'une force par rapport à un axe

a) Définition du moment d'une force

Le **moment d'une force** par rapport à un axe de rotation (Δ) noté $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F})$ se définit alors comme étant le produit de l'intensité de la force par la longueur d du bras de levier.

On a donc $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = F \times d$. Avec F en (N), d en (m) et $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F})$ en (N.m),

Le moment d'une force par rapport à un axe (Δ) traduit son efficacité à produire un effet de rotation du solide autour de cet axe (Δ)

b) Moment : une grandeur algébrique

Afin de distinguer les deux possibilités de sens de rotation, nous évaluerons algébriquement le moment d'une force par rapport à un axe (Δ) par l'une des expressions suivante :

- $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = + F \times d$ lorsque $\vec{F}$ tend à faire tourner dans le sens positif choisi.

- $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = -F \times d$ lorsque $\vec{F}$ tend à faire tourner dans le sens contraire au sens positif choisi.

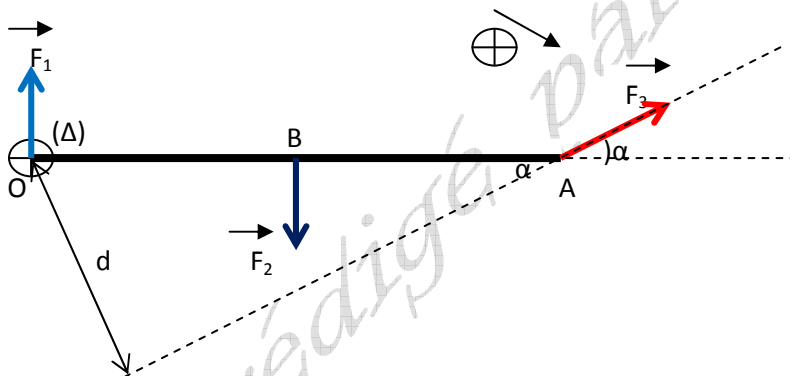
Remarque :

Une force parallèle à l'axe de rotation, ou dont la droite d'action rencontre l'axe de rotation (Δ) a un moment nul.

Exemple : sur la porte : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_1) = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_2) = 0$

Exercice d'application

Une tige (OA) est libre de tourner autour d'un axe (Δ) passant par l'extrémité O. elle est soumise à l'action de trois forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ appliquées respectivement en O, en B milieu de OA et en A (voir figure). On donne $F_1 = 2\text{N}$, $F_2 = 4\text{N}$ et $F_3 = 6\text{N}$ $\alpha = 30^\circ$, $OA = 50\text{ cm}$. Calculons le moment de chacune des forces.



Solution

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_1) = 0\text{ N.m}$ car sa droite d'action rencontre l'axe de rotation.

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_2) = + F_2 \times OB$ **AN :** $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_2) = 4 \times 0,25 = 1\text{ N.m}$.

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_3) = - F_3 \times d$ or $\sin \alpha = \frac{d}{OA} \Leftrightarrow d = OA \times \sin \alpha$ d'où $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_3) = - F_3 \times OA \times \sin \alpha$

AN : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_3) = -6 \times 0,5 \times \sin 30^\circ = -1,5\text{ N.m}$

4 Couple de forces

4.1 Expérience

Pour tourner le volant d'une voiture, on exerce deux forces parallèles de même intensité et dans de sens contraire : on dit qu'on applique au volant un couple de force.



4.2 Définition.

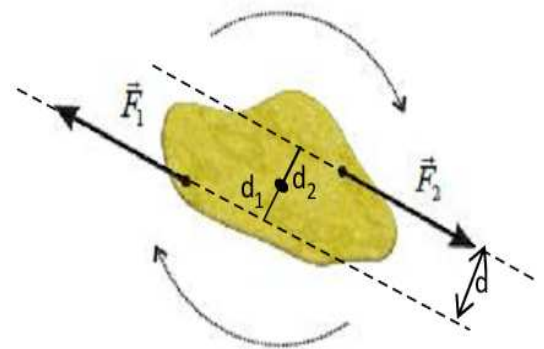
Un **couple de force** est un système de deux forces parallèles, de sens contraire de même intensité et n'ayant pas la même droite d'action.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \text{ couple} \Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \\ \text{droite d'action différentes} \end{cases}$$

Un couple de force produit sur un solide mobile autour d'un axe, un effet de rotation. Lorsque le solide tourne dans le sens imposé par le couple, le couple est dit **moteur**, dans le cas contraire, il est dit **résistant**.

4.3 Moment d'un couple de forces par rapport à un axe.

le moment d'un couple ne dépend pas de la position de l'axe de rotation mais seulement de la distance des deux droites d'action.



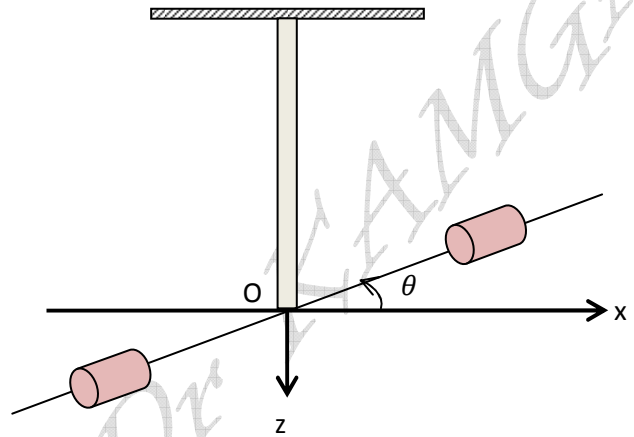
$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) = F_1 \times d_1, \quad \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) = F_2 \times d_2$$

$$\mathcal{M}_\Delta(C) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) = F_1 \times d_1 + F_2 \times d_2 = F \times d \text{ avec } F = F_1 = F_2 \text{ et } d = d_1 + d_2$$

On peut conclure que le moment d'un couple de force par rapport à un axe est le produit de l'intensité d'une des forces par la distance qui sépare leurs droites d'action. $\mathcal{M}_A(C) = F \times d$

5 Couple de torsion.

Un pendule de torsion est un solide suspendu à un fil vertical, le centre de masse étant sur l'axe du fil, l'autre extrémité du fil étant maintenu fixe dans un support. Quand le solide tourne autour d'un axe du fil, celui-ci réagit à la torsion en exerçant des forces de rappel équivalentes à un couple dont le moment par rapport à l'axe est proportionnel à l'angle de torsion.



$\mathcal{M}_A = -C \times \theta$ $\mathcal{M}(Nm)$, $\theta(rad)$ et $C(Nm/rad)$. La constante C dite constante de torsion dépend de la longueur et du diamètre du fil (supposé cylindrique) et de la nature de matériau constituant le fil.

Exercice d'application

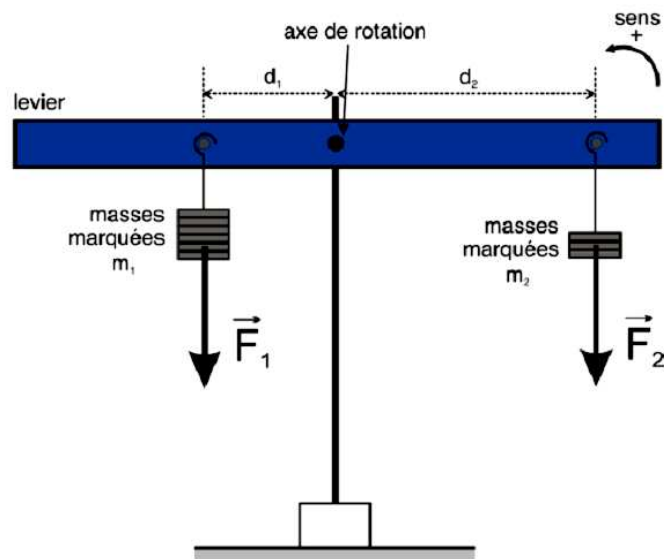
Calculer la constante de torsion d'un fil sachant que la valeur du moment du couple de torsion est $0,2Nm$ pour les valeurs des angles de torsion α suivantes : $0,25\pi rad$ et 36° .

6. Equilibre des solides mobile autour d'un axe : Théorème des moments.

6.1 Expérience

Réalisons le schéma du dispositif suivant en utilisant le matériel suivant : levier avec différents points d'attache ; masses marquées ; support pour les masses marquées, support (pied) pour le levier

Schéma du dispositif :



Pour différentes positions d_1 et d_2 et pour différentes masses m_1 et m_2 (qui vont exercer des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ égales en intensité aux poids des masses) accrochées au levier, repérer des combinaisons qui permettent d'équilibrer le levier.

Mesure n°	1	2	3
$d_1(m)$	$2 \cdot 10^{-2}$	$4,5 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$
F_1	0,2	0,2	0,2
$d_2(m)$	$1 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$
F_2	0,4	0,6	0,8

Calculons pour chaque mesure les produits $F_1 \times d_1$ et $F_2 \times d_2$

$F_1 \times d_1 (N \cdot m)$	$4 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$12 \cdot 10^{-3}$
$F_2 \times d_2 (N \cdot m)$	$4 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$12 \cdot 10^{-3}$

On constate que le produit $F \times d$ est constant d'où

$$\mathcal{M}_A(\vec{F}_1) + \mathcal{M}_A(\vec{F}_2) = F_1 \times d_1 - F_2 \times d_2 = 0$$

6.2 Théorème des moments

Lorsqu'un solide, mobile autour d'un axe (Δ), est en équilibre, la somme algébrique des moments par rapport à cet axe, de toutes les forces extérieures appliquées à ce solide est nulle. $\boxed{\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = 0}$

6.3 Conditions générales d'équilibre

Lorsqu'un système est en équilibre dans un référentiel terrestre, deux conditions doivent être satisfaites :

-Immobilité du centre de gravité : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

- Absence de rotation autour d'un axe (Δ) : $\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = 0$

7. Applications

7.1 Méthode de résolution d'un problème de statique.

Résoudre un problème de statique consiste à pouvoir déterminer les caractéristiques des forces qui s'exercent sur un système donné.

Pour cela, la méthode suivante est conseillée :

- Délimiter soigneusement le système à étudier.
- Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au système.
- Ecrire la condition d'équilibre $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ et projeter cette relation sur deux axes orthogonaux
- Ecrire la condition d'équilibre $\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = 0$ par rapport à un axe quelconque que l'on choisira.
- Résoudre les équations découlant de ces conditions.

On commencera par le choix d'un système d'axe de coordonnées permettant ainsi d'exprimer les différentes forces en fonction de leurs coordonnées. En suite on fera

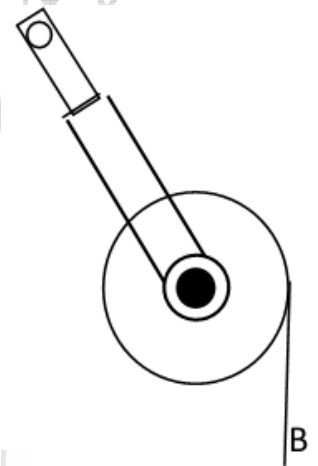
le choix d'un axe de rotation par rapport auquel on exprimera le moment des forces extérieures.

NB: Il est avantageux de choisir l'axe de rotation passant par un point de la droite d'action de la force dont on connaît le moins d'élément et d'exploiter en premier lieu le théorème des moments.

7.2 Les treuils

Exercice

Un treuil mobile sans frottement est constitué d'un cylindre homogène de poids $P_0 = 200\text{N}$ et de rayon $r = 10\text{cm}$, et d'une manivelle de poids négligeable et de longueur $L = 40\text{cm}$. Un solide exerce à l'extrémité inférieure B de la corde de masse négligeable une force d'intensité $P = 200\text{N}$. Déterminer à l'équilibre la valeur de la force motrice F qu'il faut appliquer sur la poignée A (perpendiculaire à la manivelle) (voir figure).

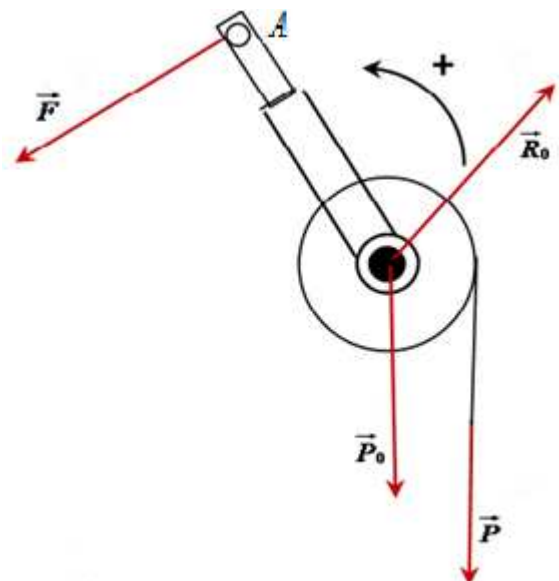


Solution

Détermination de F

- Système étudié (corde + Treuil)
- Bilan des forces extérieures
 - Le poids $\vec{P}_0$ de la poulie
 - La force $\vec{F}$ appliquée en A
 - La force $\vec{P}$ appliquée en B
 - La réaction $\vec{R}_0$ de l'axe.
- Conditions d'équilibre
- Immobilité de G :

$$\vec{P}_0 + \vec{F} + \vec{R} + \vec{R}_0 = \vec{0}$$



- Absence de rotation :

$$\mathcal{M}_A(\vec{P}_0) + \mathcal{M}_A(\vec{F}) + \mathcal{M}_A(\vec{P}) + \mathcal{M}_A(\vec{R}_0) = 0$$

$$\mathcal{M}_A(\vec{P}_0) + \mathcal{M}_A(\vec{F}) + \mathcal{M}_A(\vec{P}) + \mathcal{M}_A(\vec{R}_0) = 0$$

$$\Rightarrow 0 - F \times L + P \times r + 0 = 0 \quad \text{soit} \quad F = P \times \frac{r}{L} = 50 \text{ N}$$

Remarque : la relation traduisant l'immobilité de G permettrait de déterminer la réaction R_0 de l'axe.

V.7 Quelques dispositifs dont l'équilibre fait intervenir le moment des forces.

Les moments des forces trouvent leurs applications dans certains dispositifs tel que :
 Les poulies de levage, les leviers, la balance romaine, les balances à bras de fléau
 (balance Roberval, le trébuchet).

Leçon 3: LA NOTION DE QUANTITE DE MOUVEMENT

Objectifs : À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- Définir la quantité de mouvement.
- D'utiliser le principe de conservation de la quantité de mouvement pour expliquer le changement ou la constance de la vitesse d'un mobile

1. Rappel sur le mouvement.

L'étude du mouvement d'un objet se fait toujours par rapport à un objet de référence appelé **référentiel**. Il existe plusieurs types de référentiel mais les plus utilisés sont, le référentiel du laboratoire et le référentiel géocentrique (dont l'origine est le centre de la terre). Ces deux référentiels sont dits Galiléen car le principe d'inertie y est vérifié.

2. Le principe de l'inertie.

2.1 Système isolé, système pseudo-isolé

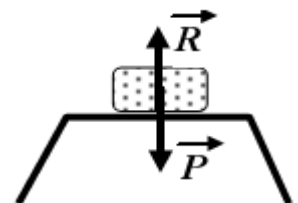
a) Système isolé

Un système est dit **isolé** s'il n'est soumis à aucune force extérieure

Ex : On admet qu'un objet lancé dans l'espace et se trouvant à une grande distance de tout astre constitue un système isolé

b) Système pseudo-isolé

Un système est dit **pseudo-isolé** si la somme vectorielle des forces extérieures qui agissent sur lui est égale au vecteur nul. **Ex :** En supposant les frottements négligeables, une boîte de craie en équilibre sur une table est un système pseudo-isolé.



$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$$

2.2 Centre d'inertie d'un système

Le centre d'inertie d'un système est le barycentre de tous les points qui constituent ce système. C'est un point particulier de l'axe de symétrie du système. Pour les solides homogènes, le centre d'inertie est confondu avec le centre de masse ou centre de gravité.

Exemple : pour un disque homogène de faible épaisseur, le centre d'inertie est au centre.

2.3 Enoncé du principe de l'inertie.

Le centre d'inertie d'un système isolé ou pseudo-isolé est :

- au repos si le système était initialement au repos ($V = 0$).
- Animé d'un mouvement rectiligne uniforme, si le système était en mouvement ($V = Cte \neq 0$)

3. Le vecteur quantité de mouvement.

3.1 vecteur quantité de mouvement d'un point matériel.

Généralement noté $\vec{p}$, le vecteur quantité de mouvement d'un point matériel de masse m animé d'un mouvement de vitesse $\vec{V}_G$ est égale au produit de la masse de ce point matériel par le vecteur vitesse de son centre d'inertie

$$\vec{p} = m\vec{V}_G.$$

3.2 Caractéristiques du vecteur quantité du mouvement

Le vecteur quantité du mouvement $\vec{p}$ est une grandeur vectorielle ayant les caractéristiques suivantes :

- **Point d'application:** c'est le centre d'inertie G du solide.
- **Direction et sens :** même direction et même sens que $\vec{V}_G$.
- **Module :** $p = mV_G$. Avec m (kg), V (m/s), P (kg · m · s⁻¹).

3.4 Quantité de mouvement d'un système de point matériel.

Considérons un système constitué de plusieurs points matériels $G_1, G_2, \dots, G_n$ de masses respectives $m_1, m_2, \dots, m_n$ animé chacun d'un mouvement à la vitesse $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n$; Le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ du système est égale à la somme vectorielle des quantités de mouvement de chaque point du système. Ainsi nous aurons :

$$\vec{P} = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 + \dots + m_n \vec{V}_n.$$

3.5 Conservation de la quantité de mouvement.

3.5.1 Enoncé du principe de la conservation de la quantité du mouvement

La quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo-isolé déformable ou non, reste constante au cours du déplacement du système.

3.5.2 Applications

a) Notion de choc entre deux solides.

On appelle **choc** une collision entre deux objets ou particules. Il existe deux types de choc :

- **Choc mou** : un choc est dit mou lorsque les deux solides s'accrochent après la collision.
- **Choc élastique** : Un choc est dit élastique lorsqu'il s'effectue sans accrochage et avec conservation de l'énergie cinétique.

Applications

▪ Le choc mou

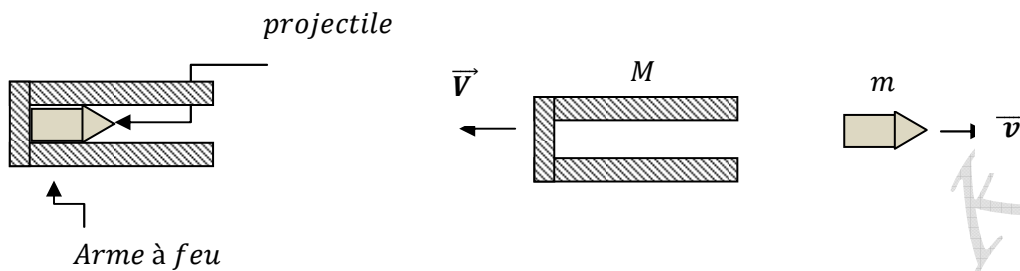
Considérons 2 solides S_1 et S_2 de masses respectives m_1 et m_2 . Le solide S_1 animé d'une vitesse $\vec{V}_1$ rencontre S_2 immobile. Après le choc, les deux solides se déplacent avec une même vitesse $\vec{V}$. Déterminer le module de la vitesse $\vec{V}$ de l'ensemble après le choc.

▪ Le choc élastique

Un Bille B_1 de masse m_1 animé d'une vitesse $\vec{v}_1$ rencontre une autre bille B_2 de masse m_2 initialement au repos. Après le choc, les directions respectives de B_1 et B_2 font un angle de $\alpha = 30^\circ$ et $\alpha = 60^\circ$ avec la direction initiale de B_1 . Déterminons les vitesses $\vec{v}'_1$ et $\vec{v}'_2$ respectives de B_1 et B_2 après le choc.

b) Recul d'une arme à feu

Considérons une arme à feu de masse M contenant un projectile de masse m



Avant le tir

$$\vec{P} = \vec{0}$$

après le tir

$$\vec{P}' = m \times \vec{v} + M \times \vec{V}$$

Le système arme à feu-projectile est pseudo-isolé : $\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow \vec{0} = m \times \vec{v} + M \times \vec{V}$; soit

$$\boxed{\vec{V} = -\frac{m}{M} \times \vec{v}} . \text{ La vitesse } \vec{V} \text{ de l'arme est donc proportionnelle à la vitesse } \vec{v} \text{ du}$$

projectile et de signe contraire : l'arme à feu se recule après le tir.

Remarque : la conservation de la quantité de mouvement trouve aussi une application dans la propulsion des fusées. En effet on démontre que la variation de la vitesse de la fusée est proportionnelle à la vitesse d'éjection des gaz.