

Troisième Partie

Cours de Mécanique

SOMMAIRE

TROISIÈME PARTIE: MECANIQUE

FICHES PÉDAGOGIQUES DE MÉCANIQUE.....	3
NOTIONS DE MOUVEMENT	7
1. INTRODUCTION.....	7
2. LA POSITION.....	7
3. LA DATE.....	9
4. LA TRAJECTOIRE	10
5. LA VITESSE.....	10
6.VITESSE ET MOUVEMENT DES POINTS D'UN SOLIDE INDEFORMABLE.....	14
NOTIONS DE FORCES.....	19
1. ACTIONS MÉCANIQUES	19
2. EXEMPLES DE FORCES.....	20
3. LE PRINCIPE DE L'ACTION ET DE LA RÉACTION (ACTIONS RÉCIPROQUES).....	24
EQUILIBRE D'UN SOLIDE SOUMIS À UN ENSEMBLE DE FORCES	29
1. GÉNÉRALITÉS	29
2. CAS D'UN SOLIDE SOUMIS À DEUX FORCES	29
3. CAS D'UN SOLIDE SOUMIS À TROIS FORCES.....	32
EQUILIBRE D'UN SOLIDE MOBILE AUTOUR D'UN AXE FIXE.....	39
1. MOMENT D'UNE FORCE PAR RAPPORT À UN AXE	39
2. EQUILIBRE D'UN SOLIDE.....	42

QUATRIÈME PARTIE: TRAVAUX PRATIQUES

ETUDE DE QUELQUES MOUVEMENTS	47
ETALONNAGE D'UN RESSORT EQUILIBRE D'UN SOLIDE SOUMIS À DEUX FORCES ...	51
EQUILIBRE D'UN SOLIDE SOUMIS À 3 FORCES ET D'UN SOLIDE MOBILE AUTOUR D'UN AXE	55

Titre : 1. NOTIONS DE MOUVEMENT**Durée : 7 heures****A. OBJECTIFS****1. CONNAISSANCES**

Retenir:

Caractères relatifs du mouvement (position, coordonnées, trajectoire)

Repère de temps (origine, instant, durée)

Vitesse moyenne et vitesse instantanée

Caractère vectoriel de la vitesse (mouvement rectiligne uniforme, mouvement circulaire uniforme)

2. SAVOIR-FAIRE THÉORIQUES

Donner les caractéristiques d'un vecteur vitesse

Représenter un vecteur en utilisant une échelle

Appliquer la formule $d = v \cdot t$

Distinguer un mouvement de translation d'un mouvement de rotation pour un solide

3. SAVOIR-FAIRE EXPÉRIMENTAUX

Exploiter un enregistrement du mouvement d'un point mobile.

B. PROPOSITION DE PLAN**INTRODUCTION****LA POSITION**

Mouvement à une dimension

Abscisse

Abscisse curviligne

Mouvement à deux dimensions

Coordonnées cartésiennes

Coordonnées polaires

Mouvement à trois dimensions

Relativité de la position

Unité de longueur

LA DATE**LA TRAJECTOIRE****LA VITESSE**

Vitesse moyenne

Cas d'un mouvement rectiligne

Cas d'un mouvement curviligne

Vitesse instantanée

Mouvement uniforme, accéléré, retardé

Unité de vitesse

Vecteur vitesse

Vecteur vitesse moyenne

Vecteur vitesse instantanée

Loi de composition des vitesses

VITESSE ET MOUVEMENT DES POINTS D'UN SOLIDE INDÉFORMABLE

Solide en translation

Solide en rotation autour d'un axe fixe

Titre : 2. NOTIONS DE FORCES**Durée : 7 heures****A. OBJECTIFS****1. CONNAISSANCES**

Retenir:

Effets statiques et dynamiques d'une force

Classification des forces (forces de contact ou à distance , forces réparties ou localisées)

Unités et relation poids - masse

Unités et relation entre tension et allongement d'un ressort

2. SAVOIR FAIRE THÉORIQUES

Représenter des forces en utilisant une échelle

Utiliser la courbe d'étalonnage d'un ressort

Définir un système et établir le bilan des forces qui lui sont appliquées

3. SAVOIR-FAIRE EXPÉRIMENTAUX

Utiliser un dynamomètre

Tracer la courbe d'étalonnage d'un ressort et déterminer graphiquement sa constante de raideur

B. PROPOSITION DE PLAN**ACTION MÉCANIQUES**

Les manifestations d'une action mécanique

Mise en mouvement d'un corps

Modification du mouvement d'un corps

Déformation d'un corps

La force

Notion de force exercée

Caractéristique d'une force

Unité de force et mesure d'une force

Le vecteur force

EXEMPLES DE FORCES

Le poids

La tension d'un fil

La tension d'un ressort

La réaction d'un support

Cas d'un contact sans frottement

Cas d'un contact avec frottement

Les forces de pression

LE PRINCIPE DE L'ACTION ET DE LA REACTION

Mise en évidence

Énoncé

Titre : 3. EQUILIBRE D'UN SOLIDE SOUMIS A UN ENSEMBLE DE FORCES**Durée : 7 heures****A. OBJECTIFS****1. CONNAISSANCES**

Retenir:

Conditions nécessaires à l'équilibre d'un solide soumis à deux ou trois forces.

2. SAVOIR-FAIRE THÉORIQUES

Etudier l'équilibre d'un solide donné selon la méthode suivante:

- définir le système en équilibre
- établir le bilan des forces
- représenter ces forces sur un schéma
- écrire les conditions d'équilibre

Savoir reconnaître, connaissant les forces appliquées, si un solide est en équilibre ou non.

Déterminer les caractéristiques d'une force inconnue appliquée à un solide en équilibre

3. SAVOIR-FAIRE EXPERIMENTAUX

Etudier l'équilibre d'un solide soumis à deux et trois forces

B. PROPOSITION DE PLAN**CAS D'UN SOLIDE SOUMIS À DEUX FORCES**

Conditions nécessaires à cet équilibre

Applications et Etude de cas

CAS D'UN SOLIDE SOUMIS À TROIS FORCES

Conditions nécessaires à cet équilibre

Etude de cas

Titre : 4. EQUILIBRE D'UN SOLIDE MOBILE AUTOUR D'UN AXE**Durée : 6 heures****A. OBJECTIFS****1. CONNAISSANCES**

Retenir:

Moment d'une force orthogonale ou non orthogonale à l'axe de rotation.

Couple et moment du couple par rapport à un axe perpendiculaire au plan de ce couple

Conditions nécessaires à l'équilibre d'un solide susceptible de tourner autour d'un axe fixe et soumis à l'action de forces localisées ou équivalentes à des forces localisées.

2. SAVOIR FAIRE THÉORIQUES

Utiliser les conditions d'équilibre à l'étude générale d'un solide en équilibre

Etudier le fonctionnement de quelques machines simples (poulies simple et à deux gorges, treuil, palan...)

3. SAVOIR-FAIRE EXPERIMENTAUX

Etudier l'équilibre d'un solide mobile autour d'un axe fixe et soumis à deux puis trois forces orthogonales.

B. PROPOSITION DE PLAN**MOMENT D'UNE FORCE PAR RAPPORT A UN AXE**

Rotation d'un solide autour d'un axe

Effet d'une force appliquée à un solide mobile autour d'un axe

Moment d'une force par rapport à un axe

Moment d'un couple par rapport à un axe

EQUILIBRE D'UN SOLIDE

Théorème des moments

Conditions générales d'équilibre d'un solide

NOTIONS DE MOUVEMENT

1. INTRODUCTION

Avant toute étude physique, on doit nécessairement se poser une question le plus souvent évidente, mais pas toujours, et essentielle: "*Qu'est ce que l'on veut étudier ?*"

Cela peut être la Lune qui tourne autour de la Terre, la bille qui tombe d'une certaine hauteur, ou un cycliste sur sa bicyclette. La réponse à la question est un corps ou un ensemble de corps. En physique on appelle le **système** l'objet ou l'ensemble des objets auxquels on s'intéresse.

Si le système conserve la même forme dans toutes les opérations usuelles, on dit qu'il s'agit d'un **système indéformable, solide** (pierre, bille d'acier) dans le cas contraire il constitue un **système déformable** (élastique, ressort, liquide, gaz, Terre-Soleil...). On prend souvent comme système, un **objet ponctuel** ou **point matériel**; il s'agit d'un corps dont les dimensions sont suffisamment petites pour qu'il soit assimilé à un point.

Le mouvement de ce point est **observé** objectivement par une personne, appelée **observateur**. Cet observateur, muni d'un repère (système d'axes orientés) et d'un système de mesure de distance et de temps (par exemple règles et horloge), détermine la **position** dans l'**espace** et la **date** associée à cette position dans le **temps**.

L'étude des relations entre la position et la date est appelée **la cinématique**.

2. LA POSITION

2.1. Mouvement à une dimension

La position d'un objet glissant sur un plan incliné est déterminée par la distance parcourue sur la ligne de plus grande pente.

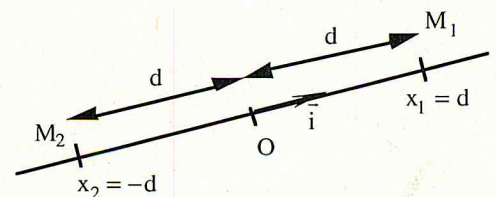
La position d'un train sur la ligne de chemin de fer Bobo - Ouagadougou peut être déterminée par la distance entre Ouagadougou et le train.

Dans ces deux cas **une seule** valeur numérique est nécessaire. Le mouvement est à **une dimension** ou **unidimensionnel**.

2.1.1. Abscisse

La position d'un point **M** se déplaçant sur une droite est mesurée par la distance de ce point à un point de référence appelé **origine O**.

Le repère le plus simple est un système à un axe orienté selon la droite $(O, \vec{i})$. **O** est un point de la droite, le vecteur normé $\vec{i}$ a la direction de cette droite.



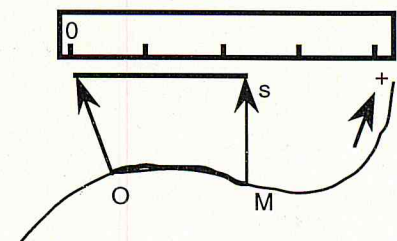
On définit le **vecteur position** $\vec{OM} = \vec{r} = x\vec{i}$; $\overline{OM} = x$; x est abscisse du point M.

La position d'un point M sur une droite est déterminée par son abscisse $\overline{OM} = x$

2.1.2. Abscisse curviligne

Soit un point **M** se déplaçant sur une ligne courbe. On choisit un point **O** comme origine et un sens positif sur cette courbe. La position d'un point **M** est définie par la valeur de l'**arc de courbe orienté de O à M**.

$s = \overline{OM}$. s est appelée abscisse curviligne.



2.2. Mouvement à deux dimensions

La position d'un bateau à la surface de la mer nécessite **deux** valeurs numériques (latitude et longitude par exemple) de même que la position d'une boule sur une table. Le mouvement est à **deux dimensions** ou **bidimensionnel**.

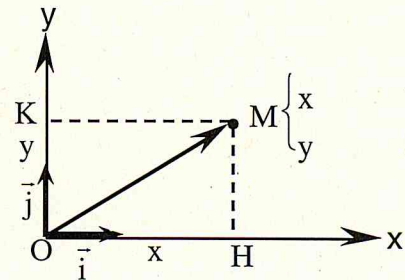
Dans le cas d'un mouvement bidimensionnel plan, on définit un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Les vecteurs normés $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont orthogonaux et leurs directions définissent le plan du mouvement.

2.2.1. Coordonnées cartésiennes

Le vecteur position $\vec{r}$ est donné par la relation:

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}.$$

$x = \overline{OH}$ et $y = \overline{OK}$. x est l'abscisse, y est l'ordonnée. Le couple de valeurs (x, y) sont les coordonnées cartésiennes du point M.

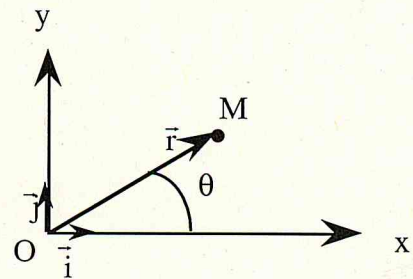


2.2.2. Coordonnées polaires

Il existe une autre façon de déterminer la position d'un point dans le plan

$\theta = (\vec{i}, \vec{r})$ et $r = \|\vec{r}\|$ le couple de valeurs (r, θ) sont les coordonnées polaires du point M.

On peut passer des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires en utilisant les relations suivantes:



$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases} \text{ et } \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \tan \theta = \frac{y}{x} \end{cases}$$

2.3. Mouvement à trois dimensions

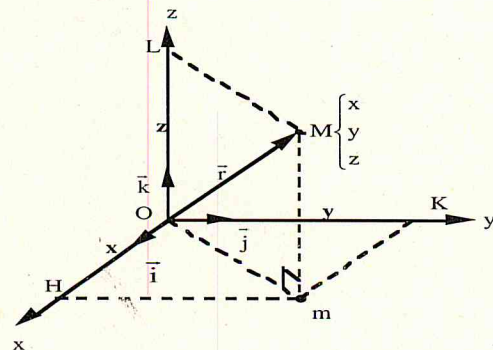
La position d'un avion en vol nécessite trois valeurs numériques (latitude, longitude et altitude). Le mouvement est à **trois dimensions** ou **tridimensionnel**.

Dans ce cas on définit un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les vecteurs normés $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ étant orthogonaux entre eux.

Le vecteur position $\vec{r}$ est donné par la relation:

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k};$$

$x = \overline{OH}$, $y = \overline{OK}$, $z = \overline{OL}$ x est l'abscisse, y est l'ordonnée. z est la cote



2.4. Relativité de la position

Les coordonnées d'une position dans l'espace dépendent du repère choisi par l'observateur pour mesurer cette position.

Soient deux repères du plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et $(O', \vec{i}', \vec{j}')$. A un point M correspondent deux couples de coordonnées cartésiennes (x, y) et (x', y') (fig. a)

Dans le cas le plus courant où les vecteurs de base sont identiques (fig. b) il est facile de passer d'un couple de coordonnées à l'autre.

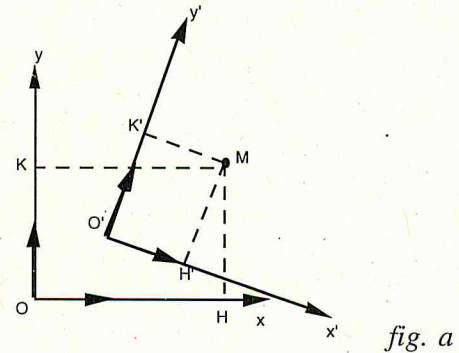


fig. a

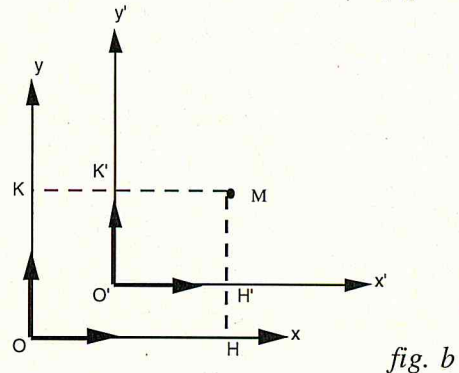


fig. b

$$\begin{aligned}\vec{OM} &= \vec{OO'} + \vec{O'M} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{O'} \\ y_{O'} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = x_{O'} + x' \\ y = y_{O'} + y' \end{cases}\end{aligned}$$

2.5. Unité de longueur

Pour mesurer les coordonnées x, y, z ou s d'un point M il faut avoir une unité de longueur. Dans le système international, les longueurs s'expriment en **mètre (m)**.

Le mètre est la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant le temps:

$$\frac{1}{299\,792\,458} \text{ seconde}$$

On utilise souvent les multiples et sous multiples du mètre

Le kilomètre	$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$
Le centimètre	$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$
Le millimètre	$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$
Le micromètre	$1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$
Le nanomètre	$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$
Le picomètre	$1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$

3. LA DATE

L'observateur est muni d'un système de mesure de temps, qui est une horloge. A tout moment il peut lire une valeur sur son chronomètre. **La valeur t lue est appelée la date.**

La valeur d'une date correspondant à un événement dépend de l'origine choisie. Par exemple la date d'un événement historique n'est pas la même suivant que l'on prend le calendrier chrétien ou musulman. La différence vient du choix de l'origine ou plus précisément de l'événement origine, naissance de Jésus-Christ pour les chrétiens, retour de Mahomet à Médine pour les musulmans.

En cinématique, l'origine du temps choisie est également un événement. Par exemple, dans le cas d'un solide glissant sur un plan incliné, l'événement origine peut être le moment où on lâche le solide.

Tout événement postérieur (resp. antérieur) à l'événement origine a une date positive (resp. négative).

Dans le système international l'unité de temps est la **seconde (s)**.

Les multiples et sous multiples de la seconde sont:

L'année	1 an = 365,25 j
Le jour	1 j = 86 400 s
L'heure	1 h = 3 600 s
La minute	1 min = 60 s
La milliseconde	1 ms = 10^{-3} s
La microseconde	1 μ s = 10^{-6} s
La nanoseconde	1 ns = 10^{-9} s

4. LA TRAJECTOIRE

Le mobile se déplaçant dans l'espace, la position de celui-ci varie au cours du temps. Les coordonnées de la position sont des fonctions du temps. On les appelle les **équations horaires**:

Pour les coordonnées cartésiennes:

$$x = x(t); y = y(t); z = z(t)$$

Pour les coordonnées polaires:

$$r = r(t); \theta = \theta(t)$$

On appelle **trajectoire** d'un point mobile l'ensemble des positions occupées par le point mobile au cours du temps.

Un **mouvement rectiligne** est un mouvement pour lequel la trajectoire est une droite ou une portion de droite.

Un **mouvement curviligne** est un mouvement pour lequel la trajectoire est une courbe quelconque.

Un **mouvement circulaire** est un mouvement curviligne dont la courbe est un cercle ou une portion de cercle.

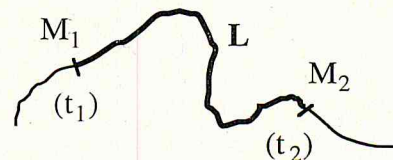
5. LA VITESSE

5.1. Vitesse moyenne

Le mobile M se déplace selon une trajectoire quelconque. A une date t_1 le point est en M_1 , plus tard, à une date t_2 il est en M_2 .

On appelle **vitesse moyenne** V_m du mobile sur l'**intervalle de temps** $[t_1, t_2]$ le rapport de la distance parcourue sur le temps nécessaire pour parcourir cette distance:

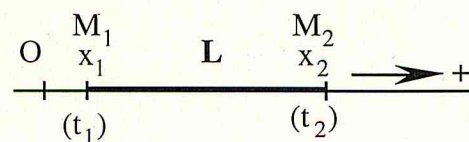
$$V_m = \frac{L}{t} = \frac{M_1 M_2}{t_2 - t_1}$$



5.1.1. Cas d'un mouvement rectiligne

Les abscisses des points M_1 et M_2 étant respectivement x_1 et x_2 , on peut écrire : $L = x_2 - x_1$

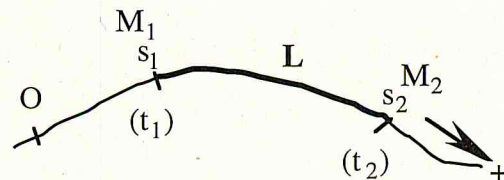
$$V_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



5.1.2. Cas d'un mouvement curviligne

Les abscisses curvilignes des points M_1 et M_2 étant respectivement s_1 et s_2 , on peut écrire : $L = s_2 - s_1$

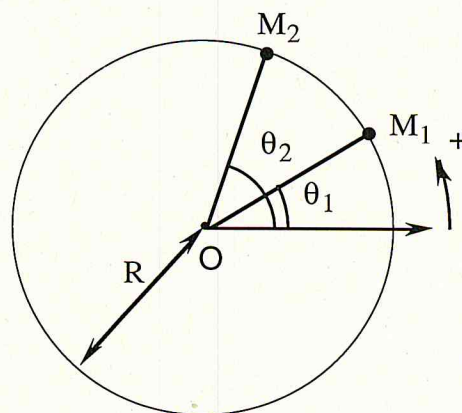
$$V_m = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$



5.1.3. Cas d'un mouvement circulaire

Les abscisses curvilignes des points M_1 et M_2 sont reliées aux coordonnées polaires et on en déduit l'expression de la vitesse moyenne:

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = R\theta_1 \\ s_2 = R\theta_2 \end{array} \right\} \Rightarrow V_m = \frac{R\theta_2 - R\theta_1}{t_2 - t_1} = R \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$



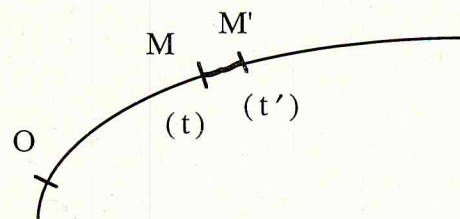
Le rapport $\omega_m = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$ représente la vitesse angulaire moyenne. Dans le système international la vitesse angulaire s'exprime en **radian par seconde (rad.s⁻¹)**.

$$V_m = R\omega_m$$

5.2. Vitesse instantanée

On appelle **vitesse instantanée V** ou **vitesse à un instant t** la vitesse moyenne calculée sur un **intervalle de temps** $[t, t']$ l'instant t' étant très proche de l'instant t . Dans ce cas la longueur du segment est pratiquement égale à la longueur de l'arc de courbe.

$$V = \frac{MM'}{t' - t} \approx \frac{\overline{MM'}}{t' - t}$$



De la même façon on définit la vitesse angulaire instantanée ω ou vitesse angulaire à l'instant t d'un mouvement circulaire comme la vitesse la vitesse angulaire moyenne calculée sur un intervalle de temps très court.

$(\theta' - \theta)$ étant le déplacement angulaire sur l'intervalle de temps $[t, t']$ on a :

$$\omega = \frac{\theta' - \theta}{t' - t}$$

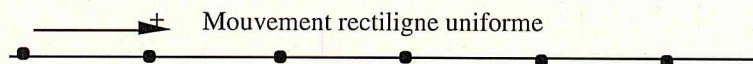
La vitesse et la vitesse angulaire instantanées vérifient la relation:

$$V = R\omega$$

5.3 Mouvements uniforme, accéléré ou retardé

Le mouvement d'un mobile est dit **uniforme** si sa vitesse reste constante au cours du temps.

Les distances parcourues par un mobile en mouvement uniforme pendant des intervalles de temps égaux restent constants au cours du temps.



Dans le cas d'un **mouvement circulaire uniforme**, c'est-à-dire un mouvement dont la trajectoire est un cercle et la valeur de la vitesse est constante, on définit la **période T** et la **fréquence f**.

La période T d'un mouvement circulaire uniforme est la durée pendant laquelle le mobile effectue un tour.

La distance parcourue sur un tour est $d = 2\pi R$, la vitesse constante est v .

La période T est donc: $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\frac{v}{R}} = \frac{2\pi}{\omega}$

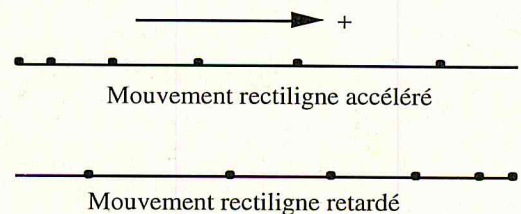
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \left| \begin{array}{l} \omega: \text{vitesse angulaire en radian par seconde (rad.s}^{-1}\text{)} \\ T: \text{période en seconde (s)} \end{array} \right.$$

La fréquence f d'un mouvement circulaire uniforme est le nombre de période ou le nombre de tours effectué dans une seconde.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad \left| \begin{array}{l} \omega: \text{vitesse angulaire en radian par seconde (rad.s}^{-1}\text{)} \\ f: \text{fréquence en hertz (Hz) ou en tour par seconde (tr.s}^{-1}\text{)} \end{array} \right.$$

Le mouvement d'un mobile est dit **accéléré** (respectivement **retardé**) si sa vitesse augmente (respectivement diminue) au cours du temps.

Les distances parcourues par un mobile en mouvement accéléré (respectivement retardé) pendant des intervalles de temps égaux augmentent (respectivement diminuent) au cours du temps.



5.4. Unité de vitesse

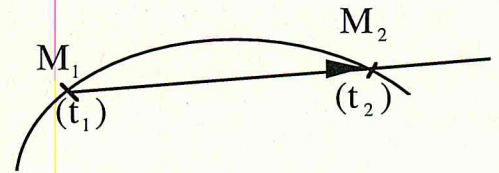
La vitesse est le rapport d'une distance par un temps. Dans le système international la distance s'exprime en mètre et le temps en seconde, donc **une vitesse s'exprime en mètre par seconde (m/s ou m.s⁻¹)**.

On peut également utiliser les multiples ou sous multiples du mètre et de la seconde. Par exemple: km/h ou km.h⁻¹, cm/s ou cm.s⁻¹ ...

5.5. Vecteur vitesse

5.5.1. Vecteur vitesse moyenne

A l'instant t_1 le mobile est en M_1 ; son vecteur position est $\vec{OM}_1 = \vec{r}_1$. A un instant t_2 il est en M_2 , son vecteur position est $\vec{OM}_2 = \vec{r}_2$.



On définit le vecteur déplacement $\vec{M_1M_2}$ et le **vecteur vitesse moyenne** $\vec{V}_{\text{moy}}$ sur l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$ comme le rapport du vecteur déplacement sur le temps nécessaire à ce déplacement.

$$\vec{V}_{\text{moy}} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \vec{M_1M_2} = \frac{\vec{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$$

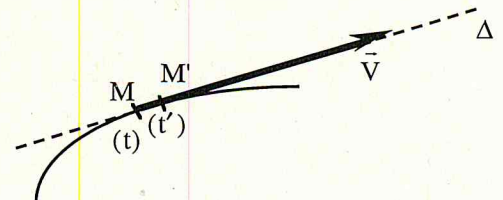
5.5.2. Vecteur vitesse instantanée

Pour un mouvement curviligne la longueur de la corde M_1M_2 est différente de la longueur de l'arc de courbe correspondant. La vitesse moyenne V_m calculée sur M_1M_2 est différente de la norme V_{moy} du vecteur vitesse moyenne.

Pour que ces deux grandeurs soient égales il faut que l'arc de courbe soit de longueur très petite (en fait infiniment petit) ou que l'intervalle de temps choisi soit très court (en fait infiniment petit). Dans ce cas on a la valeur instantanée de la vitesse.

Le **vecteur vitesse instantanée** $\vec{V}$ ou **vecteur vitesse** à l'instant t est le vecteur vitesse moyenne calculé sur un intervalle de temps $[t, t']$; l'instant t' étant très proche de l'instant t .

Le vecteur vitesse $\vec{V}$ a :



- pour direction la direction de la droite Δ tangente à la trajectoire à chaque instant;
- pour sens le sens du mouvement;
- pour norme la valeur absolue de la vitesse instantanée.

5.6. Loi de composition des vitesses

Soit un mobile M se déplaçant selon une trajectoire C relativement à un repère R fixe. A un instant t sa vitesse instantanée est $\vec{V}_{M/R}$.

Ce même mobile observé relativement à un autre repère R' en mouvement par rapport à R a, au même instant t , une vitesse instantanée différente $\vec{V}_{M/R'}$.

Les vitesses $\vec{V}_{M/R}$ et $\vec{V}_{M/R'}$, observées relativement aux repères R et R' au même instant t , vérifient la relation vectorielle suivante ou loi de composition des vitesses :

$$\boxed{\vec{V}_{M/R} = \vec{V}_{M/R'} + \vec{V}_{R'/R}}$$

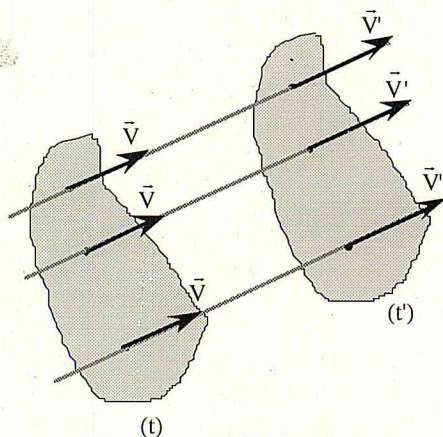
$\vec{V}_{R'/R}$ est la vitesse relative de R' par rapport à R .

6. VITESSE ET MOUVEMENT DES POINTS D'UN SOLIDE INDEFORMABLE

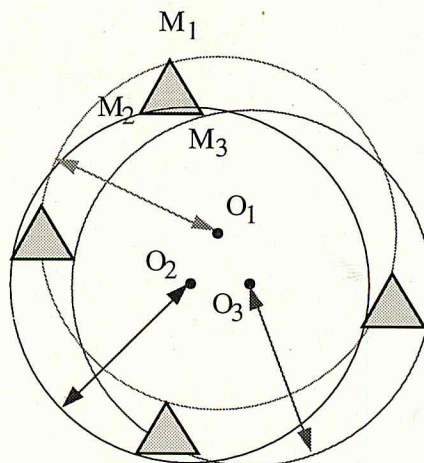
6.1. Solide en translation

Un solide, système indéformable, a un mouvement de translation si tous ses points ont le même mouvement. Il en résulte qu'à **chaque instant tous les points ont un vecteur vitesse identique**.

Remarquons qu'au cours du temps le vecteur vitesse peut changer. Ce n'est que dans le cas d'une translation rectiligne que le vecteur vitesse reste constant au cours du temps.



Mouvement de translation rectiligne



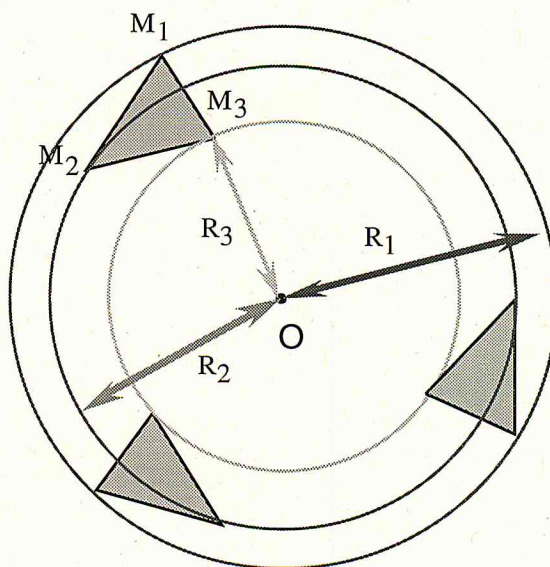
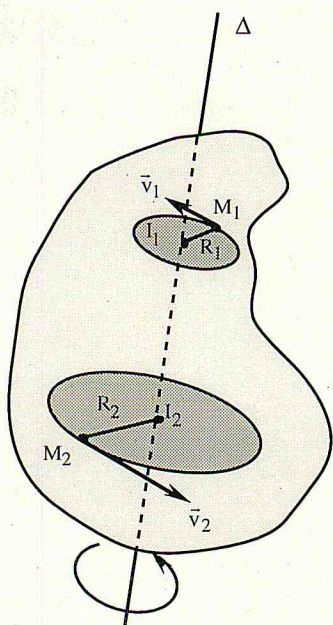
Mouvement de translation circulaire

Le triangle (M_1, M_2, M_3) décrit un mouvement de **translation circulaire**. Chaque point décrit un cercle de rayon R de centre différent.

Sur le schéma ci-contre sont représentés les trajectoires circulaires et les centres de chacun des sommets du triangle.

6.2. Solide en rotation autour d'un axe fixe

Soit un solide S en rotation autour d'un axe fixe Δ :



Mouvement de rotation autour d'un axe fixe

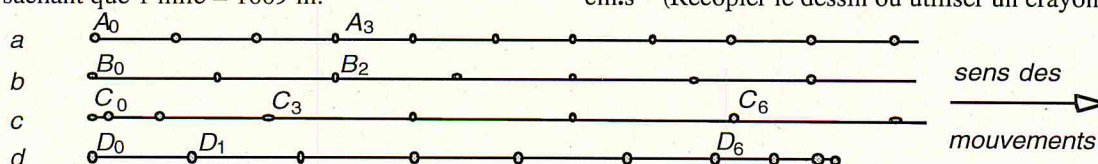
Les points du solide situés sur l'axe sont immobiles. Chaque point hors de l'axe décrit un cercle dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation et centré sur l'axe Δ .

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = R_1 \omega \\ v_2 = R_2 \omega \end{array} \right\} R_1 \neq R_2 \Rightarrow v_1 \neq v_2$$

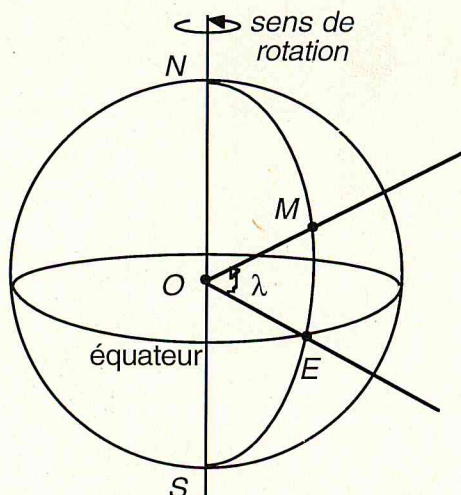
Situés sur des cercles de rayons différents, les points d'un solide indéformable ont en général des vitesses différentes, cependant à chaque instant ils ont la même vitesse angulaire .

EXERCICES

- 1 a) Un cycliste roule à 25 km à l'heure.
Exprimer sa vitesse en m.s^{-1} , puis en m.min^{-1} .
b) Une automobile roule à la vitesse de 35 m.s^{-1} . Quelle est, en km.h^{-1} l'indication de son compteur de vitesse?
- 2 En cyclisme, le record mondial de l'heure était détenu
* en 84, par l'Italien Moser, avec 51,151 km.
* en 94, par l'espagnol Indurain, avec 53,040 km.
a) Calculer la vitesse moyenne de ces deux coureurs en m.s^{-1} .
b) En supposant les deux mouvements uniformes, quelle est l'avance, en distance, d'Indurain sur Moser lorsque le premier a parcouru 40 km?
- 3 Un taxi se déplace en ville, pendant 30 minutes, à la vitesse constante de 40 km.h^{-1} , puis sur un boulevard périphérique pendant 30 nouvelles minutes, à la vitesse de 80 km.h^{-1} . Son voyage se termine après 2 heures de conduite sur route à la vitesse de 120 km.h^{-1} .
a) Quel chemin a-t-il parcouru?
b) Quelle est, en km.h^{-1} et en m.s^{-1} , sa vitesse moyenne?
- 4 Les records du monde du 100 m plat ont été établis en juillet 1983 en:
* 9,93 s par le coureur américain Calvin Smith;
* 10,79 s par l'athlète américaine Evelyn Ashford.
a) Calculer, en m.s^{-1} et en km.h^{-1} , la vitesse moyenne de ces deux athlètes pendant leur course.
b) Quel temps mettraient-ils pour parcourir 1 km s'ils pouvaient maintenir la même vitesse de course sur cette distance?
- 5 Une piste cycliste est formée de deux lignes droites de 80 m reliées par deux demi-cercles de rayon $R = 38,2$ m.
a) Faire le schéma de cette piste et calculer sa longueur avec 3 chiffres significatifs.
b) Quel temps mettra un coureur cycliste roulant à 45 km.h^{-1} pour parcourir 10 tours de cette piste?
c) Combien de tours le cycliste parcourt-il s'il roule à 40 km.h^{-1} pendant 18 minutes?
- 6 Le service des renseignements d'Air-Afrique communique les informations suivantes relatives au vol de l'avion sur l'itinéraire Ouaga-New York: Départ de Ouaga: 11 h; arrivée à N.Y.: 8 h 45.
La longueur du vol est de 3628 miles. Le décalage horaire entre Ouaga et N.Y. est de 5 h.
a) Calculer, en km.h^{-1} et en m.s^{-1} , la vitesse moyenne de l'avion sachant que 1 mile = 1609 m.
- b) Comparer la vitesse trouvée à la célérité du son dans l'air: $v = 330 \text{ m.s}^{-1}$.
- 7 Le train n° 60 quitte Paris à 7 h et arrive à Lyon à 9 h 02. En sens inverse, le train n° 71 quitte Lyon à 7 h 25 et arrive à Paris à 9 h 29. La distance entre les deux villes est de 480 km. On suppose que chaque train a un mouvement uniforme.
a) A quelle heure les deux trains se croisent-ils? A quelle distance de Paris le croisement a-t-il lieu?
b) Calculer, en m.s^{-1} , la vitesse moyenne du train le plus rapide.
c) A quelle vitesse le train n° 71 devrait-il rouler pour que le croisement s'effectue exactement à mi-parcours?
- 8 La distance entre les centres de la Terre et de la Lune a été mesurée, en 1946, en utilisant la technique de l'écho radar. La méthode consiste à envoyer vers la Lune, depuis la surface de la Terre, un signal radar. Celui-ci se propage à la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$, se réfléchit sur la surface de notre satellite et revient vers l'émetteur terrestre où il est capté 2,5 s après son émission.
En déduire la distance d entre les centres des deux astres. on admet que la Terre et la Lune sont des sphères de rayons respectifs $R_T = 6400 \text{ km}$ et $R_L = 1740 \text{ km}$.
(Les astronautes américains ont installé des réflecteurs laser sur la Lune. En remplaçant le signal radar par un faisceau laser, on peut mesurer la distance d à quelques centimètres près!)
- 9 La Lune décrit autour de la Terre une orbite approximativement circulaire dont le centre est confondu avec celui de la Terre et dont le rayon est voisin de $3,8.10^8 \text{ m}$. La durée d'une révolution est de 27,32 jours. Calculer, en m.s^{-1} , la vitesse moyenne de la Lune sur son orbite.
- 10 Un solide se déplace sur un rail rectiligne sans frottement.
Il inscrit sur sa trajectoire, à des instants séparés par des intervalles de temps égaux $t = 0,1 \text{ s}$, les points $A_0, A_1, A_2, \dots; B_0, B_1, B_2, \dots$. Quatre mouvements différents sont donnés au mobile. Les enregistrements correspondants sont reproduits en vraie grandeur ci-dessous.
a) Que peut-on dire, qualitativement, des mouvements (a), (b), (c) et (d)?
b) Représenter le vecteur vitesse du mobile aux points A_3, B_2, C_3, D_1 et D_6 . La longueur de chaque vecteur sera déterminée en prenant pour échelle 2 cm pour $v = 10 \text{ cm.s}^{-1}$ (Recopier le dessin ou utiliser un crayon).



- 11 La Terre effectue en 24 h un tour complet autour de l'axe S.N. qui relie ses pôles. On l'assimile à une sphère de rayon $R = 6400$ km.



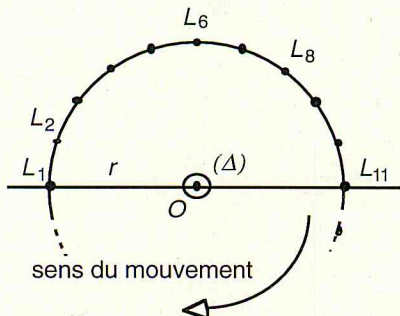
- a) Calculer la vitesse du point E de l'équateur par rapport au centre de la Terre.
 b) Une ville M , représentée sur la figure par le point M , est située à la latitude $\lambda = 40^\circ$. Quelle est la vitesse de M dans son mouvement de rotation autour de l'axe des pôles?

- 12 Un disque horizontal tourne autour d'un axe vertical (D) passant par son centre O . Sur la figure le disque coïncide avec le plan de la figure et (D) est perpendiculaire à ce plan.

Une petite lampe, dont le filament est quasi ponctuel, est fixée sur le disque, à la distance $r = 23$ cm du centre. Elle émet des éclairs très brefs séparés par des intervalles de temps égaux $t = 0,02$ s. La figure reproduit la photographie des positions successives $L_1, L_2, \dots$ de la lampe au cours du mouvement. La prise de vues est faite avec un grandissement de $1/10^6$.

- a) Quelle est la nature du mouvement de la lampe?
 b) Calculer la vitesse de rotation du disque en nombre de tours par seconde, puis en radians par seconde.
 c) Quelle est, en m.s^{-1} , la vitesse de la lampe ?
 d) Dessiner le vecteur vitesse de la lampe aux points L_1, L_6, L_8 et L_{11} , en prenant l'échelle 1 cm pour 1 m.s^{-1} .

Le vecteur vitesse est-il constant au cours du mouvement?



- 13 Une automobile avance à la vitesse $V = 3 \text{ m.s}^{-1}$.

Le diamètre de la roue, pneu compris, est de 70 cm; l'épaisseur du pneu est de 10 cm.

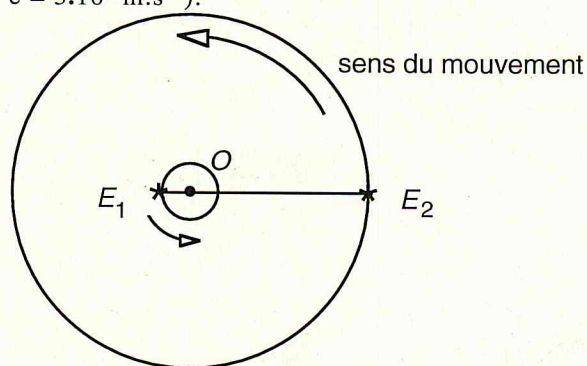
- a) Calculer la vitesse de rotation de la roue en nombre de tours par seconde.
 b) Les points E et I sont respectivement situés à l'extérieur et à l'intérieur du pneu. A quelles vitesses v_E et v_I se déplacent-ils par rapport à l'axe O de la roue?

Réponses: a) $N = 1,36 \text{ tr.s}^{-1}$.

b) $v_E = 3 \text{ m.s}^{-1}$; $v_I = 2,14 \text{ m.s}^{-1}$.

- 14 La figure représente les trajectoires de deux étoiles (étoiles doubles) E_1 et E_2 qui parcourent d'un mouvement uniforme des cercles de même centre O , et de rayons respectifs $R_1 = 2 \cdot 10^{12}$ m et $R_2 = 8 \cdot 10^{12}$ m. Les deux étoiles sont constamment alignées avec le point O et chacune d'elles effectue un tour complet en 300 ans.

- a) Combien la lumière met-elle de temps pour aller d'une étoile à l'autre? (vitesse de la lumière: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$).



- b) En supposant que la figure décrit le système à la date $t=0$, faire un schéma soigné représentant les positions des deux étoiles aux dates $t=75$ ans, 150 ans, 225 ans ainsi que les vecteurs vitesses des deux étoiles.

• Échelles: pour les longueurs: 1 cm pour 10^{12} m
 pour les vitesses: 1 cm pour 1 km.s^{-1} .

- 15 Un avion s'éloigne d'une station radar à la vitesse $v_1 = 1000 \text{ km.h}^{-1}$ en suivant une trajectoire rectiligne.

- a) La tour de contrôle qui suit le mouvement de l'avion envoie une impulsion radar et en recueille l'écho (dû à la réflexion de l'onde radar sur l'appareil) au bout de $2 \cdot 10^{-4}$ s. A quelle distance de la tour l'avion est-il localisé? Les ondes radar se propagent à la vitesse $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ que l'on considérera comme nettement supérieure à celle de l'avion.

- b) La tour envoie un second signal une minute plus tard. Au bout de combien de temps l'écho est-il reçu?

- 16 Pauline et Mariam se dirigent l'une vers l'autre, dans un couloir de métro, en empruntant un même tapis roulant de longueur $l = 180$ m, qui se déplace à la vitesse $v = 1 \text{ m.s}^{-1}$. Pauline marche à la vitesse de $1,5 \text{ m.s}^{-1}$ par rapport au tapis et avance dans le même

sens que lui. Mariam marche au même rythme, mais elle va à contresens.

- A quelle date se rencontrent-elles sachant qu'elles quittent les deux extrémités du tapis à l'instant $t = 0$?
- Quelles distances ont-elles parcouru, l'une et l'autre, sur le tapis?
- De combien ont-elles avancé, l'une et l'autre, par rapport au couloir?
- A quelle vitesse Pauline devrait-elle marcher pour que la rencontre ait lieu au milieu du tapis?

17 Un mobile M se déplace dans un repère

orthogonal $(\vec{Ox}, \vec{Oy})$. A $t = 0$, la position de M est M_0 de coordonnées $(x_0 = -2 \text{ cm}; y_0 = -1 \text{ cm})$. A partir de cet instant, M a un mouvement rectiligne uniforme

dont le vecteur vitesse $\vec{V}$ a pour composantes:

$(V_x = 1,5 \text{ cm.s}^{-1}; V_y = 2 \text{ cm.s}^{-1})$.

- Sur un schéma soigné, placer M_0 et représenter le vecteur vitesse $\vec{V}$ ainsi que la trajectoire de M .

• *Échelles: pour les longueurs: 1 cm pour 1 cm;*

pour les vitesses: 1 cm pour 1 cm.s⁻¹.

- Calculer la vitesse V du mobile M .
- Déterminer la position M_1 du mobile M à l'instant $t_1 = 2 \text{ s}$; préciser les coordonnées de M_1 .
- Un second mobile M' part de l'origine O des coordonnées à un instant inconnu. Il se déplace sur l'axe Oy , dans le sens positif, à la vitesse $V' = 4 \text{ cm.s}^{-1}$. Déterminer l'instant de départ de M' en supposant qu'il rencontre le mobile M considéré dans les questions précédentes.

18 Dans un accélérateur de particules (cyclotron) les protons ont, à la fin de la phase accélératrice, une vitesse voisine de $v = 3000 \text{ km.s}^{-1}$. Ils se déplacent d'un mouvement uniforme sur un cercle de rayon $R = 25 \text{ cm}$.

1° Quel est le temps mis par un proton pour effectuer un demi-tour? Quelle est la période de révolution de ce mouvement circulaire uniforme?

2° En supposant qu'on puisse, dans la même machine, accélérer des électrons jusqu'à une vitesse voisine de celle de la lumière: $C = 300\,000 \text{ km.s}^{-1}$, quel temps mettraient ces particules pour effectuer une révolution?

19 La Terre tourne autour du Soleil sur une orbite quasi-circulaire de rayon $R = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$ et la Lune tourne autour de la Terre sur une orbite quasi-circulaire de rayon $r = 3,8 \cdot 10^5 \text{ km}$.

- Faire un dessin représentant les trois astres et les trajectoires de la Terre et de la Lune en supposant celles-ci dans le même plan.
- Quelle distance la Terre a-t-elle parcourue lorsque la Lune a effectué une révolution complète sur sa trajectoire? on donne:

• *Période de révolution de la Terre autour du Soleil:*
 $T_T = 365,25 \text{ jours}$.

• *Période de révolution de la Lune autour de la Terre:*
 $T_L = 27,32 \text{ jours}$.

c) Quel est le nombre de révolutions effectuées par la Lune lorsque la Terre a effectué un tour complet autour du Soleil?

20 Pour mesurer sa vitesse sur une route, un automobiliste détermine le temps t qu'il met pour aller d'une borne kilométrique à la suivante.

1° Calculer sa vitesse en m.s^{-1} puis en km.h^{-1} dans les deux cas suivants

- $t_1 = 40,0 \text{ s}$;
- $t_2 = 32,7 \text{ s}$.

2° Les indications du compteur de vitesse sont alors: cas a: 100 km.h^{-1} ; cas b: 120 km.h^{-1}

Calculer, dans chaque cas, l'erreur Δv avec laquelle la vitesse est donnée par le compteur ainsi que l'erreur relative (en %), celle-ci étant définie comme le quotient entre Δv et la vitesse exacte.

3° En admettant que cette erreur relative reste voisine de 10 %, quelle que soit la vitesse du véhicule, calculer:

- l'indication du compteur de vitesse lorsque la vitesse réelle du véhicule est 120 km.h^{-1} ;
- la véritable vitesse du véhicule lorsque l'indication du compteur est 160 km.h^{-1} .

N. B.: Les compteurs de vitesse des automobiles sont toujours " optimistes " Leur indication est toujours supérieure, d'environ 10 %, à la vitesse véritable de la voiture.

21 Une fusée est lancée verticalement et sa phase accélératrice comporte trois étapes:

- propulsion par le premier étage sur une distance $d_1 = 2 \text{ km}$, distance parcourue en un temps $t_1 = 12 \text{ s}$;
- propulsion par le second étage: cette étape dure 150 s , l'altitude atteinte étant, à la fin de cette étape, 47 km ;
- propulsion par le troisième étage: vitesse moyenne au cours de cette étape $1,5 \text{ km.s}^{-1}$ dont la durée est de 100 s .

a) Préciser pour chaque étape la durée, la distance parcourue, la vitesse moyenne.

b) Quelle est la durée de la phase accélératrice?

c) Quelle est la distance totale parcourue pendant cette phase?

d) Quelle est la vitesse moyenne pendant cette phase? L'exprimer en m.s^{-1} et km.h^{-1} .

e) A la fin de la phase accélératrice, la vitesse atteinte est de $3,5 \text{ km.s}^{-1}$, quelle est la distance ultérieure parcourue par la fusée en 15 min en supposant cette vitesse constante?

NOTIONS DE FORCES

1. ACTIONS MÉCANIQUES

1.1. Les manifestations d'une action mécanique

1.1.1. Mise en mouvement d'un corps

Lorsqu'un joueur de football tape dans un ballon sur un terrain, le pied du joueur exerce une action sur le ballon; cette action se traduit par la mise en mouvement du ballon.

Une action mécanique peut mettre en mouvement un objet.

1.1.2. Modification du mouvement

Pour reprendre l'exemple du football, lors d'un but marqué de la tête à partir d'un "centre", la tête du joueur exerce une action sur le ballon, cette action se traduit par la modification de la trajectoire du ballon.

Une action mécanique peut modifier le mouvement d'un objet.

1.1.3. Déformation

Un enfant qui vise un oiseau avec un lance-pierres, exerce une action mécanique sur le caoutchouc qui se déforme.

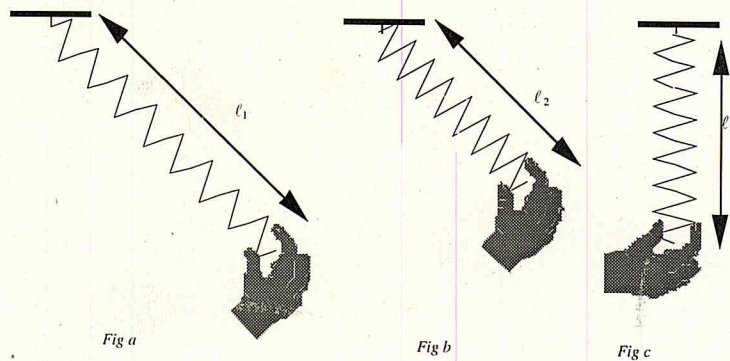
Une action mécanique peut déformer un objet.

1.2. La force

1.2.1. Notion de force exercée

La déformation d'un élastique (B) étiré par une personne (A) dépend de la force exercée par A sur B. Plus généralement nous dirons que **les effets d'une action mécanique exercée par un corps A sur un corps B ($A \rightarrow B$) sont dus à la force exercée par A sur B notée $F_{A \rightarrow B}$.**

1.2.2. Caractéristiques d'une force



A partir des exemples indiqués on voit que les déformations différentes du ressort sont dues à des forces exercées différentes.

Dans les figures *a* et *b* les intensités ou les valeurs des forces sont différentes (l'allongement est plus important dans le cas *a*) cependant les forces exercées ont la même direction.

Dans les figures *b* et *c* les valeurs des forces sont identiques (les allongements sont égaux) mais les directions des forces exercées sont différentes.

Les direction, sens et intensité sont trois caractéristiques d'une force.

1.2.3. Unité de force et la mesure d'une force

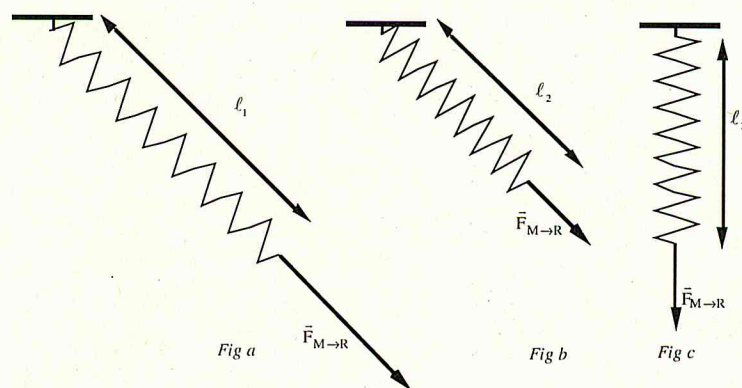
Pour mesurer l'intensité des forces on peut utiliser leurs effets dynamiques ou statiques. Dans la pratique on utilise les effets statiques de déformation des corps élastiques, en particulier des ressorts pour mesurer une force. Ces appareils de mesure sont appelés des **dynamomètres**.

L'unité de mesure d'une force dans le système S.I. est le newton (N).

La définition du newton est fondée sur les effets dynamiques d'une force et sera donnée en classe de terminale.

1.2.4. Le vecteur force

La force exercée par un corps A sur un corps B possède une direction, un sens et une intensité, elle possède les caractéristiques essentielles pour pouvoir être représentée par un vecteur $\vec{F}_{A \rightarrow B}$ dont les caractéristiques sont celles de la force.



La norme de ce vecteur est égale à l'intensité de la force exprimée en newton.

$$\|\vec{F}_{A \rightarrow B}\| = F_{A \rightarrow B}$$

La force exercée par la main sur un ressort est **localisée**, c'est à dire que l'action est appliquée en un point précis -ici l'extrémité du ressort- ce point est le **point d'application** de la force.

Après la direction, le sens et l'intensité le point d'application de la force est la quatrième caractéristique d'une force.

Remarque: Le caractère vectoriel des forces signifie que l'on peut déterminer la somme de plusieurs forces s'exerçant simultanément en utilisant les règles mathématiques de la somme vectorielle.

2. EXEMPLES DE FORCES

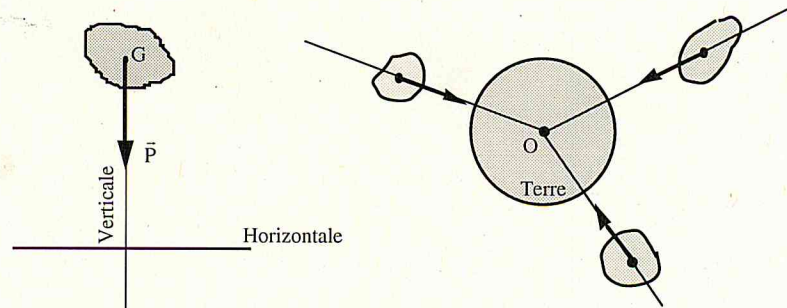
On différencie deux types de forces:

- les forces à distance: la force de gravitation, la force électrostatique, la force magnétique...
- les forces de contact: la force musculaire, l'action d'un support, les frottements, les forces de pression...

2.1. Le poids

Le poids d'un corps représente l'action mécanique exercée par la Terre sur ce corps. Cette action mécanique est attractive et dirigée vers le centre de la Terre.

- Le point d'application du vecteur poids d'un corps est son centre d'inertie ou de gravité (on admettra son existence sans démonstration)
- La direction du poids est la verticale.
- Le sens du vecteur poids d'un corps est la verticale descendante.
- La norme du vecteur poids $\vec{P}$ d'un corps est la valeur du poids exprimée en newton.



La valeur du poids d'un corps dépend de la masse de ce corps et du lieu où il se trouve:

- chaque lieu est caractérisé par la valeur d'une grandeur g qui s'appelle **l'intensité de la pesanteur** au lieu considéré.
- la **masse** d'un corps représente la **quantité de matière** contenue dans ce corps. C'est une grandeur scalaire, c'est à dire qui est entièrement caractérisée par un nombre réel, la valeur de la masse. Dans le système S.I. la masse s'exprime en **kilogramme (kg)**.

La valeur du poids d'un corps est reliée à la valeur de la masse de ce corps par la formule:

$P = m g$	P : poids du corps (N) m: masse du corps (kg) g: intensité de la pesanteur ($N.kg^{-1}$)
-----------	---

A la surface de la Terre on considère généralement la valeur approchée:

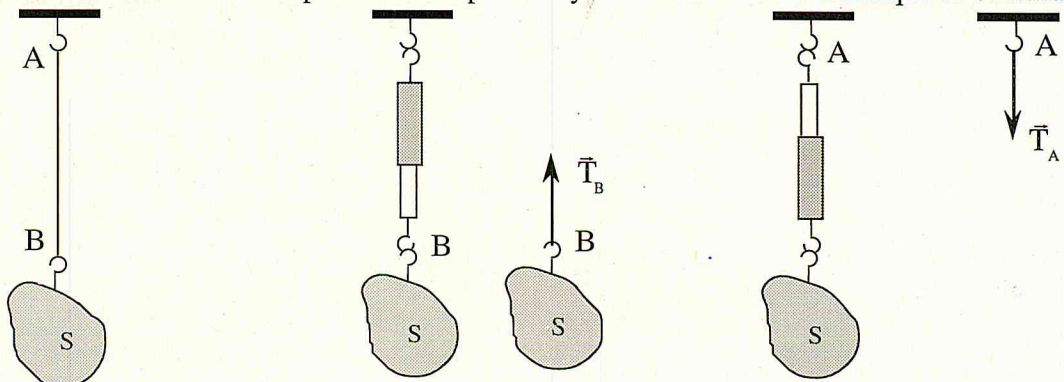
$$g \approx 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$

2.2. La tension d'un fil

L'extrémité d'un fil étant fixée en un point fixe A, l'autre extrémité B étant soumise à une force, le fil se tend et prend une certaine direction.

La tension du fil est la force exercée par le fil sur le corps qui lui est attaché.

L'intensité peut être mesurée en remplaçant le fil par un dynamomètre comme l'indique le schéma.



Dans ce cas retenons que:

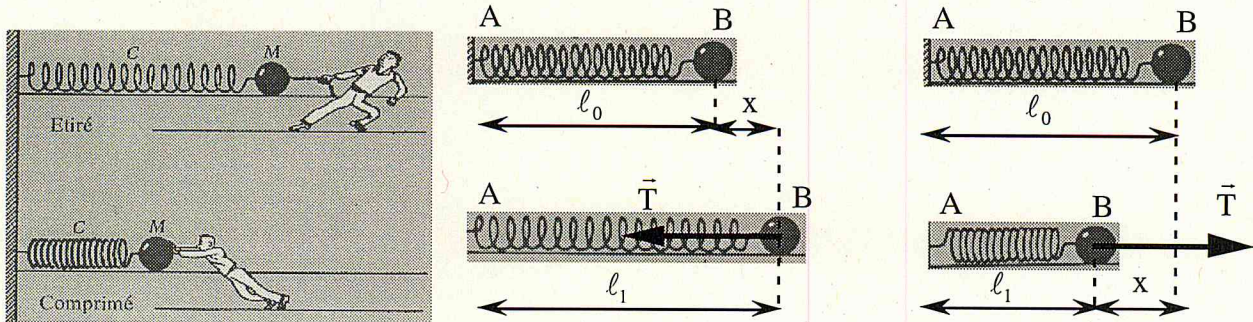
- La direction de la tension du fil est la direction du fil.
- Le sens de la tension du fil en A est le sens AB celui en B est BA.
- L'intensité de la tension est la même pour tous les points du fil.

2.3. La tension d'un ressort

Soit un ressort à spires non jointives, dont une extrémité A est fixe et l'autre extrémité B soumise, de la part d'un opérateur, à une force $\vec{F}$.

Sous l'action de cette force le ressort se déforme (s'allonge ou se comprime selon le sens de $\vec{F}$) et exerce sur l'opérateur une force $\vec{T}$ appelée **tension du ressort**.

La tension d'un ressort est la force exercée par ce ressort quand il est tendu ou comprimé.

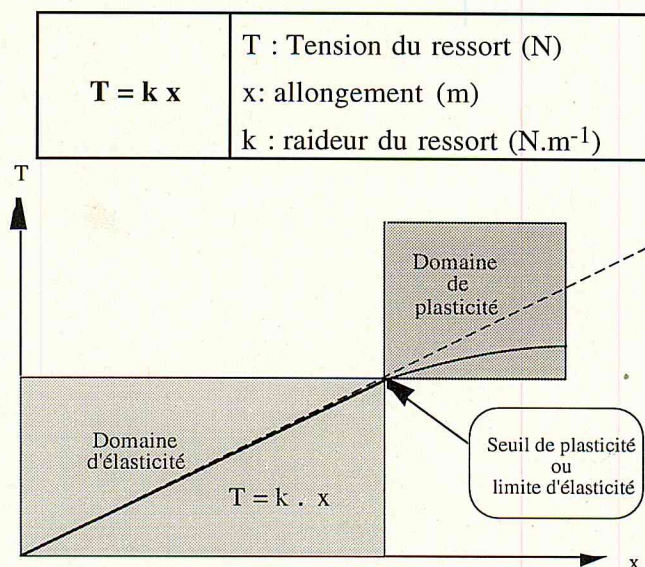


- La direction de la tension du ressort est dirigée selon l'axe du ressort.
- Si le ressort est allongé (respectivement comprimé) le sens de la tension du ressort en B est BA (respectivement AB).

L'intensité T de la tension $\vec{T}$ dépend de l'allongement ou du raccourcissement x du ressort. On définit x par la valeur absolue de la différence entre la longueur du ressort "à vide" ou non tendu et la longueur du ressort tendu.

$$x = |\ell_1 - \ell_0|$$

On vérifie expérimentalement que les valeurs de T et de x sont proportionnelles.



La courbe représentant en abscisse l'allongement et en ordonné la force appliquée est appelée **courbe d'étalonnage du ressort**. Cette courbe présente deux domaines:

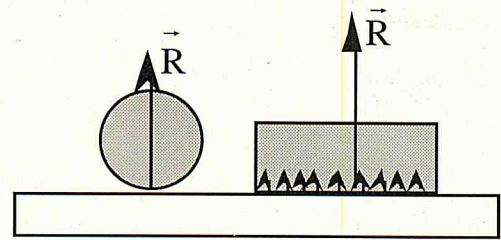
- un domaine linéaire ou domaine de déformation dite élastique;
- un domaine non linéaire ou domaine de déformation dite plastique.

Les déformations dites plastiques ne sont pas réversibles et on évite de se placer dans ces conditions.

2.4. La réaction d'un support

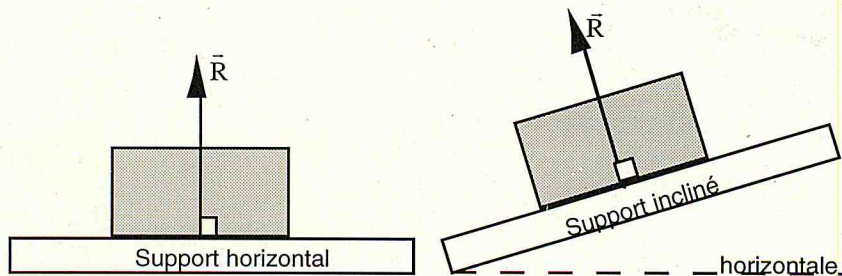
Un objet en contact avec une surface est soumis à l'action de cette surface appelée réaction du support et notée $\vec{R}$. Cette force empêche l'objet de pénétrer le support.

Si le contact est ponctuel la réaction est localisée, si le contact est surfacique la réaction est répartie sur l'ensemble de cette surface et dans ce cas la réaction $\vec{R}$ est la somme des forces de contact sur l'ensemble des points de la surface de contact.



2.4.1. Cas d'un contact sans frottement

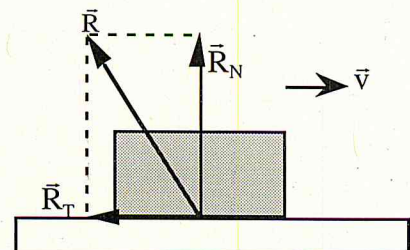
Dans le cas d'un contact sans frottement la direction de $\vec{R}$ est **normale**, c'est à dire perpendiculaire, au support.



2.4.2. Cas d'un contact avec frottement

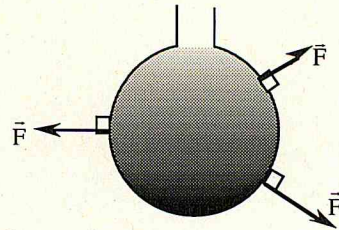
Dans le cas d'un contact avec frottement, la direction de $\vec{R}$ n'est pas normale; la réaction possède alors deux composantes:

- $\vec{R}_N$: la **composante normale** qui, comme son nom l'indique est normale au support.
- $\vec{R}_T$: la **composante tangentielle** qui est parallèle ou tangente au support et dont le sens est opposé au mouvement de l'objet ou, s'il est immobile, au sens que prendrait l'objet s'il n'y avait pas de frottement. Cette composante est parfois appelée **force de frottement** et notée $\vec{f}$.



2.5. Les forces de pression

Un fluide (gaz ou liquide) s'appuyant sur une surface S exerce sur cette surface une force, appelée **force pressante** ou **force de pression** $\vec{F}$



Retenons que pour une petite surface s plane centrée autour d'un point M les caractéristiques de la force qui s'exercent sur cette surface sont:

- la direction de la force qui est normale à la surface.
- le sens de la force qui est extérieur au fluide
- l'intensité de la force pressante qui est reliée à la pression du fluide en M par la relation:

$F = P s$	F : force de pression (N) s : surface (m^2) P : pression du fluide (pascals Pa)
-----------	---

Remarque: La somme des forces pressantes qui s'exercent sur un corps situé dans un fluide est appelée poussée d'Archimède.

3. LE PRINCIPE DE L'ACTION ET DE LA RÉACTION (OU DES ACTIONS RÉCIPROQUES)

3.1. Mise en évidence

Approchons les pôles nord de deux aimants A et B ; nous sentons qu'ils se repoussent. On dit que les aimants sont en interaction que l'on peut noter $A \leftrightarrow B$. Si on lâche les aimants ils s'éloignent l'un de l'autre.

- L'action de A sur B ($A \rightarrow B$) provoque la mise en mouvement de B . Cette action est caractérisée par la force $\vec{F}_{A \rightarrow B}$.
- L'action de B sur A ($B \rightarrow A$) provoque la mise en mouvement de A . Cette action est caractérisée par la force $\vec{F}_{B \rightarrow A}$.

Ces deux forces ont **même droite d'action**, ont des **sens contraires** et ont **même intensité**. Cela peut se traduire par la relation vectorielle:

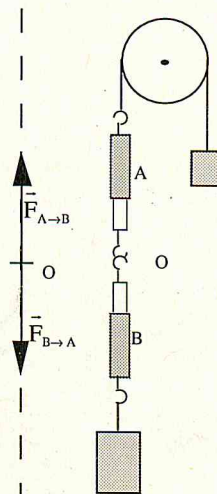
$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$

3.2. Enoncé

L'exemple précédant est général à toute interaction. d'où le Principe:

Lorsqu'un corps A exerce sur un corps B une action mécanique caractérisée par une force $\vec{F}_{A \rightarrow B}$, le corps B exerce sur A une réaction caractérisée par une force $\vec{F}_{B \rightarrow A}$. Que les corps soient au repos ou en mouvement les forces caractérisant l'interaction sont directement opposées c'est à dire que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A} \\ \text{Les deux forces ont même droite d'action} \end{array} \right.$$



EXERCICES

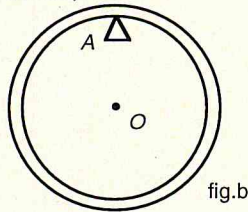
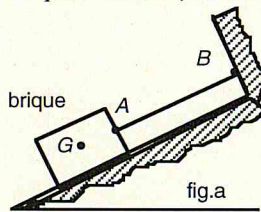
- 1 La masse volumique du cuivre est: $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.
 a) Calculer la masse de 2 cm^3 de cuivre.
 b) Calculer la masse d'un cube de cuivre d'arête $a = 10 \text{ cm}$. (Volume du cube d'arête a : $V = a^3$).
 c) Calculer les poids des objets précédents en un lieu où $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.
- 2 Deux sphères, l'une en fer, l'autre en aluminium, ont la même masse. Déterminer le rapport de leurs volumes puis le rapport de leurs rayons connaissant les masses volumiques du fer et de l'aluminium:
 Pour le fer: $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.
 Pour l'aluminium: $\rho' = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.
 (Volume de la sphère de rayon R : $V = \frac{4}{3} \pi R^3$)
- 3 a) Sachant que la masse molaire du dihydrogène H_2 est 2 g.mol^{-1} et que le volume molaire normal vaut $22,4 \text{ l.mol}^{-1}$, calculer la masse volumique ρ du dihydrogène dans les conditions normales. L'exprimer en g.l^{-1} , puis en kg.m^{-3} .
 b) A 100°C ($p = 1 \text{ atm}$), la masse volumique du dihydrogène devient: $\rho' = 6,53 \cdot 10^{-2} \text{ g.l}^{-1}$. Calculer la masse de dihydrogène contenue dans un ballon de 5 litres.
- 4 a) Quelle est la masse d'une sphère d'acier de rayon $R = 2 \text{ cm}$, sachant que la masse volumique de l'acier est $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. Calculer le poids de la sphère ($g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$).
 b) Une sphère d'acier de rayon $R = 2 \text{ cm}$ présente une cavité sphérique non apparente. Sa masse est $m = 260,5 \text{ g}$. Quelle est la valeur du rayon r de la cavité?
 (Volume de la sphère de rayon R : $V = \frac{4}{3} \pi R^3$).
- 5 Il existe dans l'Univers des étoiles arrivées au terme de leur vie. on les appelle *étoiles à neutrons*; ce sont de toutes petites étoiles, mais leur masse volumique est énorme, sans commune mesure avec celles que l'on connaît pour les corps terrestres. L'une d'elles est une sphère de rayon $R = 2 \text{ km}$; sa masse M vaut $6,7 \cdot 10^{25} \text{ kg}$. Calculer la masse volumique de cette étoile.
- 6 La masse volumique de l'or pur vaut $19,3 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ celle du cuivre pur vaut $8,92 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. Un bijou est fait d'un alliage homogène de cuivre et d'or. Son volume est $v = 0,8 \text{ cm}^3$, sa masse $m = 11,96 \text{ g}$. Calculer la masse volumique de l'alliage et déterminer le pourcentage en masse de l'or qu'il contient.
- 7 La masse volumique de l'aluminium est: $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$; celle du cuivre est: $\rho' = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.
 a) Quelle est la masse d'un cylindre de cuivre de rayon $r = 1 \text{ cm}$ et de hauteur $h = 10 \text{ cm}$? Quel est son poids?
 * Volume du cylindre: $V = \pi R^2 h$.
 * Intensité de la pesanteur: $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.
- b) Quelle doit être la valeur de l'arête a d'un cube d'aluminium pour que la masse de ce cube soit égale à celle du cylindre de cuivre précédent?
- 8 On mélange 400 cm^3 d'alcool à brûler et 200 cm^3 d'eau et on admet (*ce qui est une approximation*) que le volume final est de 600 cm^3 .
 a) Calculer les masses d'alcool et d'eau mises en jeu.
 b) Quelle est la masse volumique du liquide obtenu après mélange?
 Masses volumiques: * de l'eau: $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
 * de l'alcool: $\rho' = 8 \cdot 10^2 \text{ kg.m}^{-3}$.
- 9 Le poids d'un camion est $P = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N}$ à Paris.
 Quelle est la masse de ce camion? Quel est le poids du camion à l'équateur, puis au pôle?
 Intensité de la pesanteur:
 • à Paris: $g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$;
 • au pôle Nord: $g = 9,83 \text{ N.kg}^{-1}$;
 • à l'Équateur: $g = 9,78 \text{ N.kg}^{-1}$.
- 10 La masse d'un vaisseau spatial est $m = 2 \text{ tonnes}$.
 a) Calculer le poids du vaisseau, sur la Terre, puis sur la Lune. Intensité de la pesanteur:
 • sur la Terre: $g_T = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$
 • sur la Lune: $g_L = 1,6 \text{ N.kg}^{-1}$
 b) Pensez-vous que le poids du vaisseau, au voisinage de la Lune, dépende de son altitude par rapport à cet astre?
- 11 L'intensité g de la pesanteur varie avec l'altitude z selon la loi:

$$g = g_0 \cdot \frac{R^2}{(R+z)^2}$$

 Dans cette formule, g_0 désigne l'intensité de la pesanteur à l'altitude zéro: $g_0 = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$;
 R est le rayon de la Terre: $R = 6400 \text{ km}$.
 a) Le poids d'un corps au niveau du sol est $P_0 = 10^3 \text{ N}$. Quel est son poids à l'altitude $z = 300 \text{ km}$?
 b) Quelle altitude faut-il atteindre pour que le poids d'un corps diminue de 1 %?
- 12 Une sphère homogène de poids P , de centre O , est accrochée à un fil sans masse.
 a) Représenter, en prenant une échelle arbitraire, les forces qui s'exercent:
 — sur la sphère; — sur le fil AB ; — sur le support.
 Faire un dessin pour chacun des trois cas.
 b) Préciser le sens de la tension du fil au point A et au point B .
- 13 Une brique de poids P est en équilibre sur un plan incliné grâce à un fil AB (fig.a).
 a) Préciser par deux dessins le sens des tensions du fil en A et B .
 b) Le contact entre la brique et son support est sans frottement. Dessiner la réaction du support en admettant que sa ligne d'action passe par le centre d'inertie G de la

brique. Dessiner également, sans vous soucier de leurs intensités, les autres forces appliquées à la brique.

c) Dessiner les forces qui sont appliquées au système: brique + fil AB (faire un nouveau dessin).

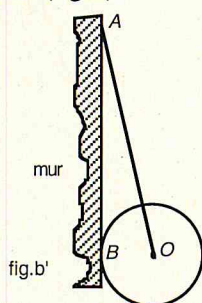
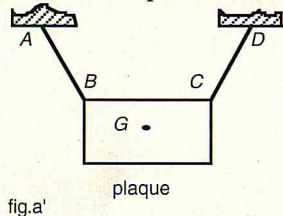


14 Un cerceau de centre O , de masse $m = 500 \text{ g}$, est posé sur une arête A , horizontale, comme le montre la figure b. L'ensemble est en équilibre.

a) Calculer le poids du cerceau (intensité de la pesanteur: $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.)

b) Faire le bilan des forces appliquées au cerceau et les dessiner; déterminer également la direction et le sens de la force exercée par le cerceau sur l'arête (faire un nouveau dessin).

15 Une plaque verticale de poids P est suspendue par deux fils AB et CD d'égale longueur. L'ensemble est en équilibre dans le plan vertical $ABCD$ (fig.a').



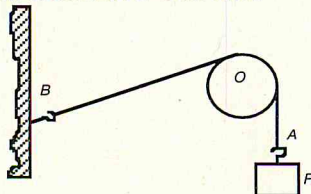
a) Faire le bilan des forces auxquelles la plaque est soumise. Les dessiner en précisant le point d'application, la direction et le sens.

b) Dessiner les tensions des fils aux points A et D .

16 Un disque homogène, de centre O , repose contre un mur vertical tout en étant maintenu par une double tige AO de masse négligeable (fig.b').

Faire l'inventaire de toutes les forces appliquées au disque et les dessiner. Représenter également, sur un autre schéma les forces qui s'exercent sur le mur. Le contact entre le disque et le mur est sans frottement.

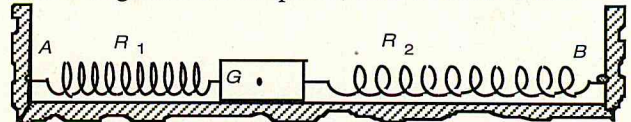
17 Un fil passe sur la gorge d'une poulie d'axe horizontal O . Son extrémité A est attachée à une charge de poids P ; son extrémité B à un mur.



a) Faire le bilan des forces appliquées: — à la charge; — à l'extrémité A du fil; — à l'extrémité B du fil; — au mur et les dessiner en en précisant la direction et le sens.

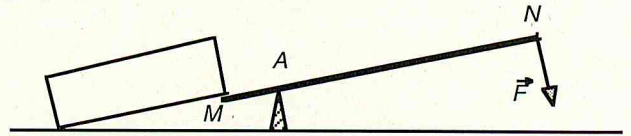
b) Comparer l'intensité, la direction et le sens des 4 forces suivantes: — exercée par le mur sur le fil; — tension du fil au point B ; — tension du fil au point A ; — poids de la charge.

18 Un solide de poids P repose sans frottement sur une surface horizontale. Il est maintenu dans la position dessinée sur la figure. Les points A , B et le centre d'inertie G du solide sont dans le plan de figure. Les ressorts R_1 et R_2 exercent une force sur le solide; le ressort de gauche est comprimé, celui de droite dilaté.



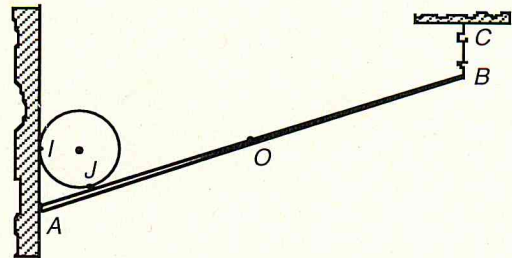
Représenter sur un même schéma toutes les forces appliquées au solide et, sur un nouveau schéma, les forces qui s'exercent sur les ressorts.

19 La barre MN , de masse négligeable, sert de levier pour soulever une pierre. Les contacts entre la barre, la pierre et l'appui A sont sans frottement. Un ouvrier exerce au voisinage de N une force $\vec{F}$ perpendiculaire à la barre.



Quelles sont les autres forces auxquelles la barre est soumise?

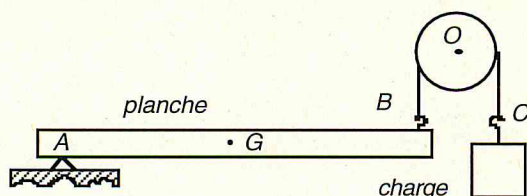
20 Un cylindre homogène de poids P horizontal est calé entre un mur vertical et une planche AB , mobile autour d'un axe horizontal A . La planche est soutenue en B par un fil vertical BC ; elle est homogène, son poids est P' et son centre d'inertie O . Tous les contacts sont sans frottement.



a) I et J désignent les points de contact respectifs du cylindre avec le mur et la planche. Faire le bilan des forces appliquées au cylindre et les dessiner.

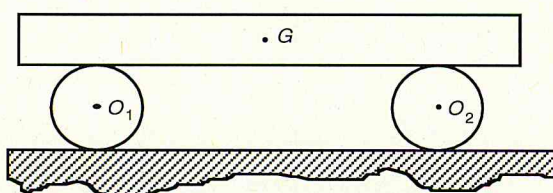
b) Dessiner sur un nouveau schéma les forces appliquées à la planche en J , O et B . Est-elle encore soumise à d'autres forces?

21 Observer la figure : la charge de droite (poids P) maintient la planche (poids P') en équilibre dans la position horizontale.



Le contact entre la planche et l'arête A est sans frottement. Représenter les forces appliquées: — à la planche; — aux extrémités B et C du fil; — à la charge en précisant leur nom, leur point d'application, leur direction et leur sens. Faire un schéma pour chaque cas.

- 22 Une lourde planche de masse $M = 50$ kg repose horizontalement sur deux rouleaux cylindriques identiques de masse $m = 5$ kg et d'axes O_1 , O_2 , parallèles. Le centre d'inertie de la planche est à égale distance des axes O_1 et O_2 .



Tous les contacts sont sans frottement; le système est au repos.

- a) Dessiner les forces appliquées: — à la planche seule; — aux rouleaux; — au sol en indiquant leur nom, leur point d'application, leur direction et leur sens. Faire trois dessins.
b) Calculer, en newtons, le poids de tout le système.

- 23 Un ressort s'allonge de 5 cm lorsqu'on lui applique une force égale à 10 N. Calculer:
a) son allongement pour une force appliquée d'intensité 35 N;
b) l'intensité de la force appliquée quand son allongement est 12,5 cm;
c) sa raideur en unité S.I.

- 24 On considère un ressort travaillant à l'allongement, dont la longueur naturelle vaut $l_0 = 10$ cm. Son allongement est 1 cm quand on lui applique une force d'intensité 0,5 N. Calculer:
a) sa longueur quand on exerce sur lui une force d'intensité égale à 3 N;
b) sa longueur quand on lui suspend un objet de masse 200 g. (Intensité de la pesanteur: $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$).
c) sa raideur en unité S.I.

- 25 Soit un ressort travaillant à l'allongement, dont la longueur naturelle vaut $l_0 = 15$ cm. Sa longueur devient 17 cm quand on lui accroche une masse égale à 150 g (l'intensité de la pesanteur est $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$).
a) Calculer sa raideur en unité S.I.
b) Quelle est sa longueur quand on lui accroche une masse de 525 g?
c) Quelle masse faut-il accrocher au ressort pour que sa longueur soit 20 cm?

- 26 Le tableau de mesures ci-dessous donne les valeurs de l'allongement x d'un ressort lorsqu'on lui accroche la masse m

m (g)	0	50	100	150	200	250	300
x (cm)	0	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0	4,8

- a) Tracer la courbe donnant les variations de la tension T du ressort en fonction de son allongement x . Conclure.
b) Quelle est la valeur de la raideur du ressort (préciser l'unité)? on prendra: intensité de la pesanteur: $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$.

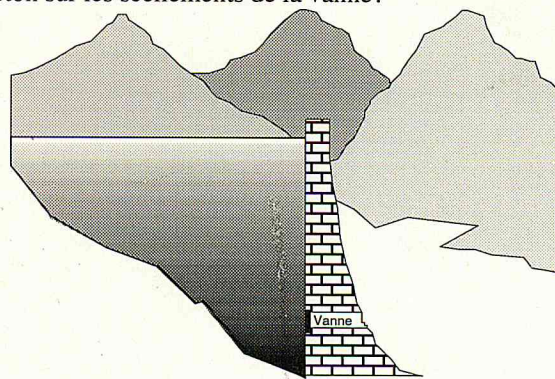
- 27 On considère un dynamomètre formé d'un ressort travaillant à la compression. Le tableau de mesures ci-dessous donne les valeurs de la longueur l du ressort lorsque la masse accrochée au dynamomètre est m :

m (g)	0	100	200	300	400	500	600
l (cm)	20	19	18	17	16	15	14

- a) Tracer la courbe d'étalonnage de ce dynamomètre en précisant clairement ce qu'est cette courbe.
b) Quelle est la valeur de la raideur du ressort formant le dynamomètre ($g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$)?
c) Calculer la longueur du ressort lorsque la masse accrochée est 420 g. Quelle est la valeur de la masse accrochée si la longueur du ressort vaut 13,2 cm?

- 28 La pression de l'eau, à une profondeur h au dessous du niveau d'un barrage, est donnée par la relation: $p - p_0 = \rho \cdot h \cdot g$ avec $p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (pression atmosphérique); ρ : masse volumique de l'eau; $g \approx 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.

Evaluer la force moyenne qui s'exerce sur la partie immergée d'une vanne assimilable à un disque circulaire de diamètre $d = 1$ m et située à une profondeur $h = 60$ m. Quelle est l'intensité des forces de contact exercées par le béton sur les scellements de la vanne?

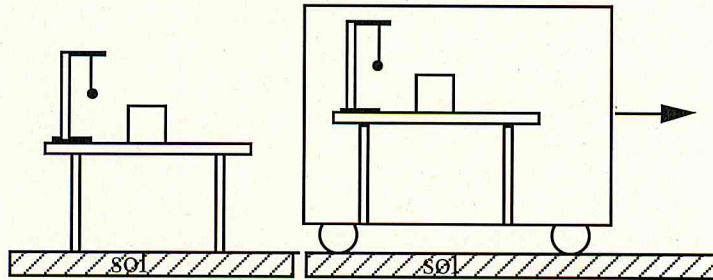


- 29 A 10 000 m, la pression de l'air à l'extérieur est égale à 310 millibars. A l'intérieur de l'avion la pression est maintenue à 1013 millibars.
1) Calculer la force pressante qui s'exerce sur la face intérieure d'un hublot de 30 cm de diamètre
2) Calculer la force pressante qui s'exerce sur la face extérieure.
3) A quelle force les fixations du hublot doivent-elles résister?

EQUILIBRE D'UN SOLIDE SOUMIS À UN ENSEMBLE DE FORCES

1. GÉNÉRALITÉS

La branche de la mécanique dont le but est l'étude de l'équilibre s'appelle la **statique**. L'équilibre, c'est à dire l'immobilité d'un corps, est observé à partir d'un repère terrestre (immobile par rapport à la Terre) ou, nous admettrons cette généralité cette année, à partir d'un repère se déplaçant en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un repère terrestre.

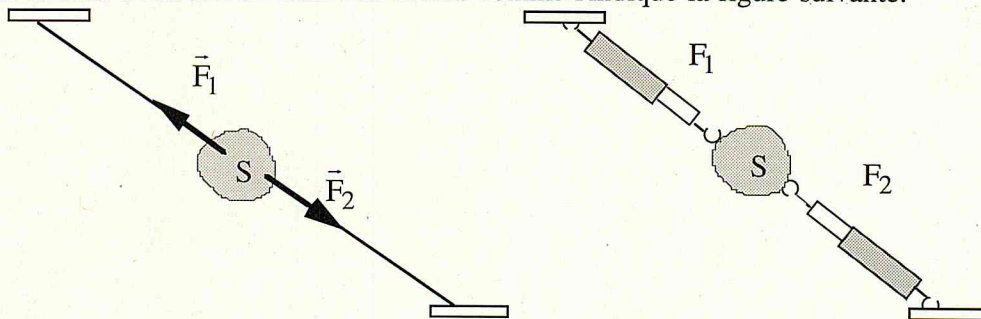


2. CAS D'UN SOLIDE SOUMIS À DEUX FORCES

2.1. Conditions nécessaires à cet équilibre

Soit un solide S de masse suffisamment faible de manière à pouvoir négliger la valeur de son poids devant les autres forces qui lui sont appliquées.

Ce solide est soumis à l'action de deux fils tendus comme l'indique la figure suivante.



On observe que:

- Les directions des deux fils tendus sont confondues. La direction des fils étant la direction des forces exercées sur le solide, on en déduit que les deux forces appliquées au solide ont même direction ou support.
- Les sens de ces deux forces sont opposés
- La mesure de l'intensité de ces deux forces indique la même valeur:

$$\|\vec{F}_1\| = \|\vec{F}_2\|$$

Les deux dernières observations permettent de poser: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ ou $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$

Lorsqu'un solide soumis à deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ est en équilibre, alors, nécessairement:

- La somme vectorielle des ces deux forces est nulle

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

- Les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont même support.

Remarques:

- Si la première condition n'est pas satisfaite alors le vecteur vitesse du centre d'inertie du solide varie.
- Si la seconde condition n'est pas satisfaite, alors que la première l'est, le solide est soumis à un couple et se met à tourner.
- Ces deux conditions nécessaires ne sont pas suffisantes. En effet un solide soumis à deux forces directement opposées peut avoir son centre d'inertie en mouvement rectiligne uniforme et aussi un mouvement de rotation autour de ce point. (Principe de l'Inertie).

2.2. Applications et Études de cas

2.2.1. Poids et centre de gravité

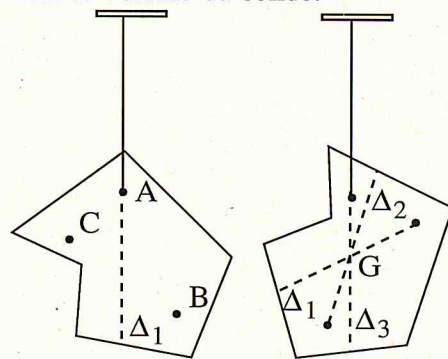
Suspendons une plaque de contre-plaqué à un fil.

Ce solide est soumis à deux forces:

- à l'action du fil en A, la force correspondante à cette action est la tension du fil. Sa direction est la verticale du lieu, on peut le vérifier en utilisant un fil à plomb;
- à l'action des forces de pesanteur, forces réparties sur tout le volume du solide.

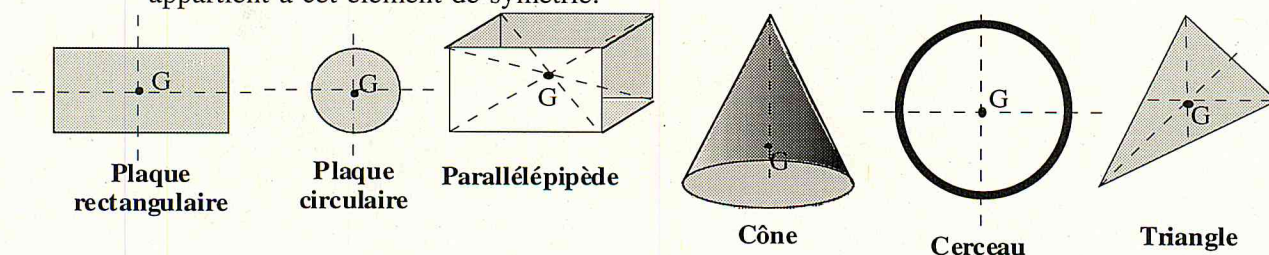
Le solide est en équilibre les deux forces ont même support (l'autre condition n'est pas utile pour la suite de la démonstration). La direction du poids se confond avec la direction du fil à plomb; soit Δ_1 cette direction.

Changeons le point d'accrochage du solide plusieurs fois et matérialisons à chaque fois la direction du fil à plomb sur la plaque. On constate que ces directions se coupent en un seul point G. Ce point est appelé **centre de gravité** (ce point est aussi appelé le **centre d'inertie**).



L'action, sur un corps, des forces de pesanteur est équivalente à une force unique localisée, appelée poids du corps et appliqué au centre de gravité G.

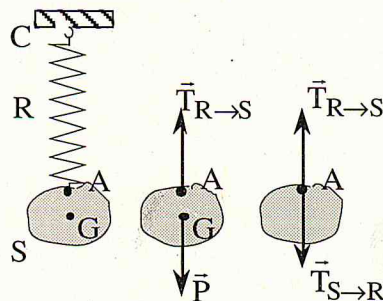
Remarque: Le centre de gravité peut être situé hors de la matière constituant l'objet. Si le solide est homogène et possède un élément de symétrie (plan, axe ou point) le centre de gravité appartient à cet élément de symétrie.



2.2.2. Equilibre d'un solide accroché à un ressort

Le solide S est soumis:

- aux forces de pesanteur, réparties dans tout le volume de S et équivalentes à une force unique, le poids $\vec{P}$ dont la droite d'action verticale passe par G.
- à l'action de contact du ressort R en A: $\vec{T}_{R \rightarrow S}$



Appliquons les conditions d'équilibre:

- $\vec{P} + \vec{T}_{R \rightarrow S} = \vec{0}$ (1)
- Les deux forces sont portées par la verticale passant par A et G.

Appliquons le Principe de l'interaction aux forces localisées en A:

- $\vec{T}_{R \rightarrow S} = -\vec{T}_{S \rightarrow R}$ (2)

En combinant les relations (1) et (2) on obtient:

$$\vec{T}_{S \rightarrow R} = \vec{P}$$

La force de liaison exercée par le solide sur le ressort est égale au poids du solide à l'équilibre. C'est-à-dire qu'un ressort étalonné, qui mesure l'intensité de la force de liaison, mesure du même coup le poids du solide.

Remarque: Si le ressort oscille ce dernier résultat n'est plus vrai. En effet la valeur $\|\vec{T}_{R \rightarrow S}\|$ varie avec l'allongement du ressort alors que le poids reste constant. La raison en est que la relation (1) n'est plus vraie puisque le système n'est pas en équilibre.

2.2.3. Équilibre d'un solide sur un plan horizontal ou incliné

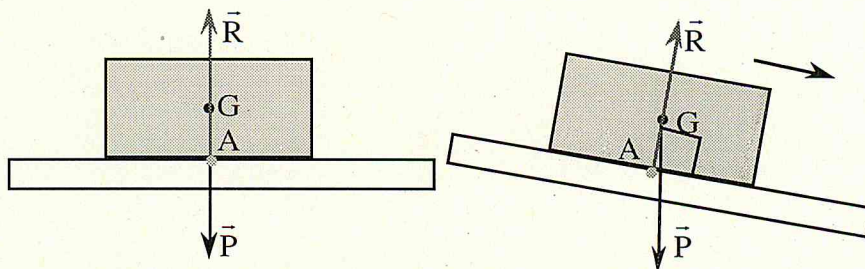
Le solide S est soumis:

- aux forces de pesanteur, réparties dans tout le volume de S et équivalente à une force unique, le poids $\vec{P}$ dont la droite d'action verticale passe par G.
- aux forces de contact du plan sur le solide réparties sur l'ensemble de la surface en contact avec le plan.
- **1^{er} cas:** Les surfaces en contact sont telles que l'on peut négliger les forces de frottements devant les autres forces exercées.

Si le plan est horizontal et le solide en équilibre alors les deux forces ont même support.

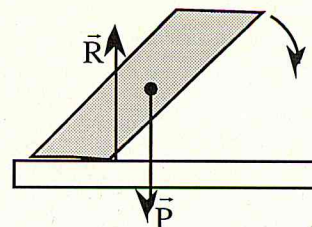
Les forces de contact sont équivalentes à une force unique $\vec{R}$ localisée en un point A intersection de la verticale passant par G et de la surface d'appui.

Si on incline le plan, le solide se met en mouvement il n'y a plus d'équilibre. La force reste perpendiculaire au plan et la relation $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ n'est plus satisfaite.



En absence de frottement les forces de contact sont équivalentes à une force unique $\vec{R}$ perpendiculaire ou normale au support.

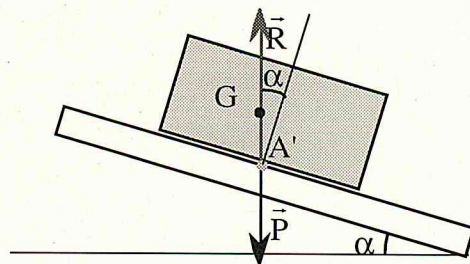
Remarque: On appelle base d'appui le polygone convexe obtenu en joignant les points de contact les plus éloignés. Si la verticale passant par G ne coupe pas la base d'appui, le solide n'est pas en équilibre; et on observe un basculement.



- **2ème cas:** Les surfaces en contact sont telles que l'on ne peut plus négliger les forces de frottements devant les autres forces exercées.

Inclinons légèrement le support d'un angle α , le solide immobile reste en équilibre. Les forces de pesanteur équivalente à $\vec{P}$ et de contact équivalente à $\vec{R}$ sont directement opposées.

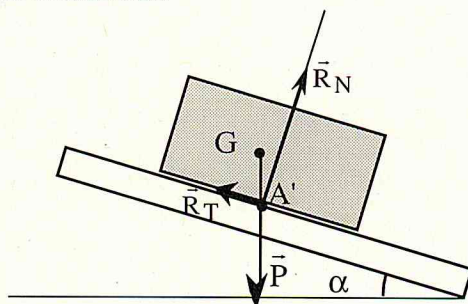
La direction de $\vec{R}$ est verticale, elle n'est pas normale à la surface de contact. L'angle entre $\vec{R}$ et la normale est égal à α .



Les forces de contact sont équivalentes à une force unique $\vec{R}$ localisée en un point A' intersection de la verticale passant par G et de la surface d'appui.

La réaction $\vec{R}$ possède deux composantes:

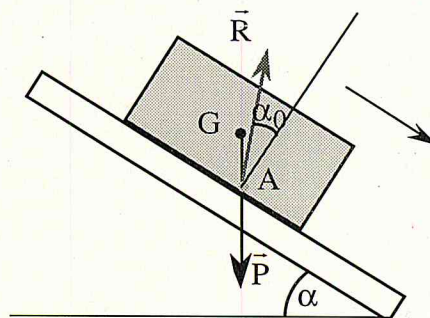
- $\vec{R}_N$: la composante normale perpendiculaire à la surface de contact.
- $\vec{R}_T$: la composante tangentielle qui est parallèle à la surface de contact. C'est cette composante qui est équivalente aux forces de frottement.



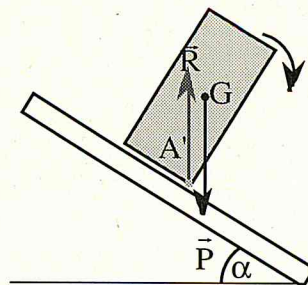
Augmentons l'angle d'inclinaison du support petit à petit; deux cas peuvent se présenter:

- A partir d'un angle α_0 , appelé **angle limite d'adhérence**, le solide se met en mouvement: il n'est plus en équilibre. Cet angle dépend de la nature des surfaces en contact, il est d'autant plus grand que les surfaces en contact sont rugueuses.

La force de frottement correspondant à un contact rugueux entre deux surfaces ne peut pas dépasser une certaine valeur maximale. Quand l'angle d'inclinaison augmente la force de frottement nécessaire à l'équilibre du solide augmente; et on atteint cette valeur maximale pour α_0 .



- Avant d'atteindre l'angle limite d'adhérence le solide peut basculer. Le point A' est extérieur à la surface de contact ou plus précisément à la base d'appui.



3. CAS D'UN SOLIDE SOUMIS À TROIS FORCES

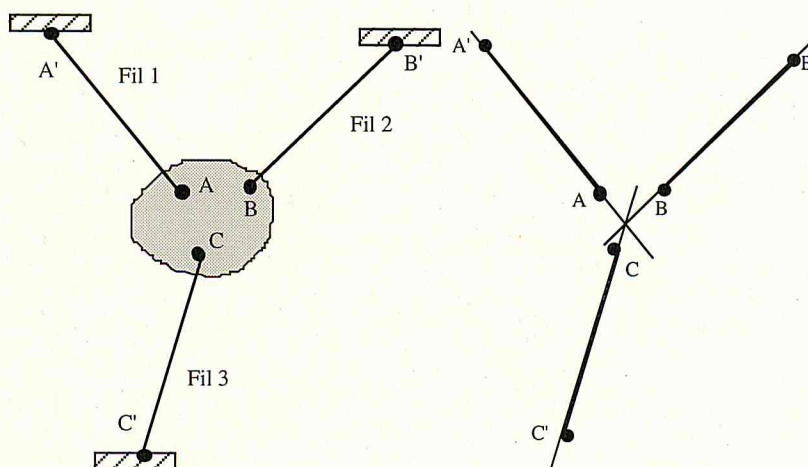
3.1. Conditions nécessaires à cet équilibre

Soit un solide S de masse suffisamment faible de manière à pouvoir négliger la valeur de son poids devant les autres forces qui lui seront appliquées.

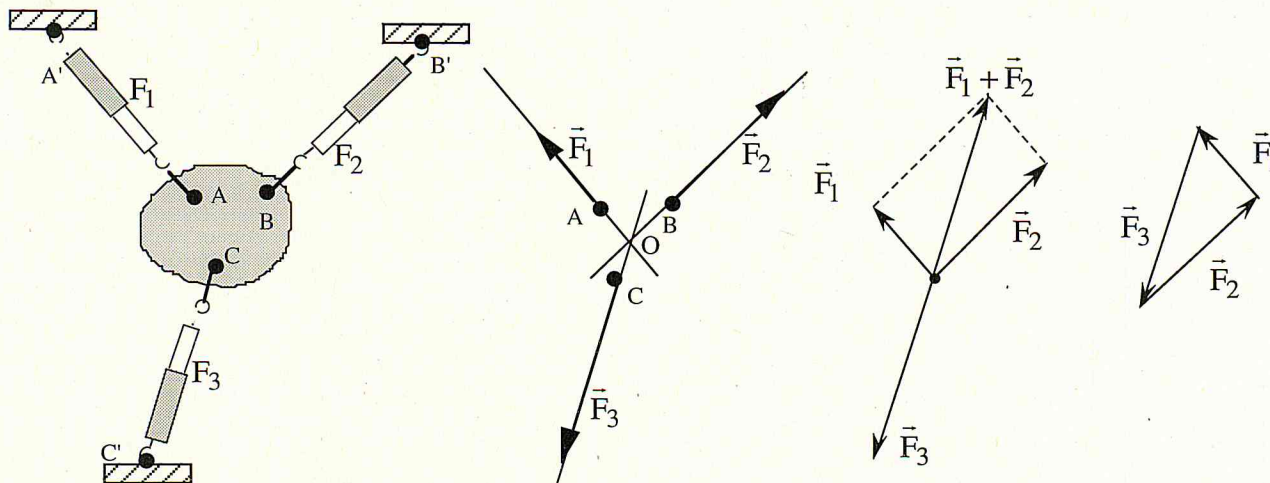
Ce solide est soumis à l'action de trois fils tendus comme l'indique la figure ci-après.

On observe que :

- les trois fils qui indiquent les directions des forces appliquées sont **coplanaires** c'est-à-dire qu'elles appartiennent au même plan;
- ces directions sont **concurrentes**, c'est-à-dire qu'elles se coupent en un même point.



On mesure les intensités des trois forces en interposant des dynamomètres, les positions des points d'accrochage étant les mêmes, de manière à pouvoir tracer avec une échelle convenable, les trois vecteurs forces.



On constate que la somme vectorielle des forces appliquées est nulle:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

Lorsqu'un solide soumis à trois forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ est en équilibre, nécessairement:

- la somme vectorielle des trois forces est nulle:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

- les supports des trois forces sont concourants

Remarques:

- Si la première condition n'est pas vérifiée alors le vecteur vitesse du centre d'inertie du solide varie.
- Si la seconde condition n'est pas satisfaite on observe une rotation.
- Ces deux conditions nécessaires ne sont pas suffisantes. En effet lorsqu'elles sont vérifiées, on peut observer un mouvement rectiligne uniforme du centre d'inertie G et (ou) un mouvement de rotation autour de G (Principe de l'Inertie).

Généralisation:

Dans le cas d'un solide en équilibre soumis à un nombre quelconque de forces la condition nécessaire à cet équilibre s'écrit: $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$

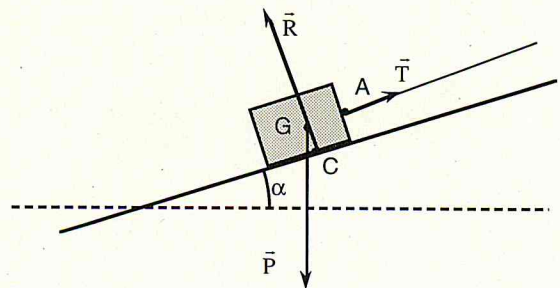
3.2. Études de cas

3.2.1. Equilibre sur un plan incliné

Soit un solide de masse m connue, posé sur un plan incliné d'un angle α parfaitement lisse de manière à pouvoir négliger les forces de frottement. Ce solide est maintenu en équilibre à l'aide d'un fil parallèle à la ligne de plus grande pente.

La relation vectorielle de l'équilibre d'un solide soumis à trois forces s'écrit:

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$$



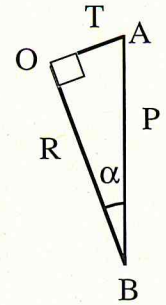
Déterminons les intensités R et T.

- Première méthode:

Faisons glisser les vecteurs forces bout à bout; l'extrémité du dernier vecteur est confondue au point d'application du premier puisque nous avons la relation $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$. Ainsi disposés les trois vecteurs constituent un triangle.

Le triangle (OAB) est rectangle en O. On en déduit les relations:

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{OB}{AB} = \frac{R}{P} \\ \sin \alpha &= \frac{OA}{AB} = \frac{T}{P} \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \begin{cases} R = P \cos \alpha \\ T = P \sin \alpha \end{cases}$$



• Deuxième méthode:

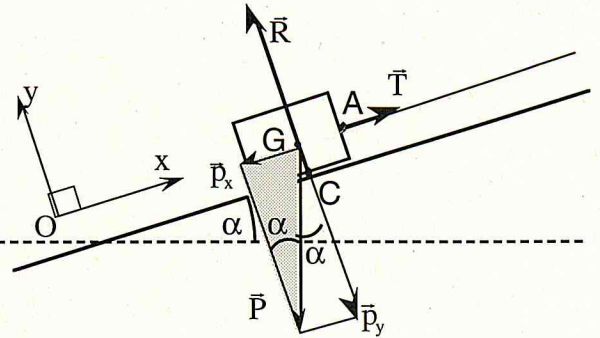
Projetons la relation vectorielle $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$ sur deux axes perpendiculaires de manière à obtenir deux relations algébriques entre les intensités des forces.

Projection sur Ox

- $\vec{P}$ se projette en $\vec{P}_x$ qui est dirigé vers le bas, la projection est donc négative et vaut $-p_x$.

$$\sin \alpha = \frac{p_x}{P} \text{ ou } p_x = P \sin \alpha$$

- La projection de $\vec{T}$ coïncide avec $\vec{T}$, elle est positive et vaut T.
- La projection de $\vec{R}$ sur Ox est nulle puisque $\vec{R}$ est perpendiculaire à Ox.



La projection de la condition d'équilibre sur Ox donne: $-p_x + T + 0 = 0$

$$T = p_x = P \sin \alpha$$

Projection sur Oy

- $\vec{P}$ se projette en $\vec{P}_y$ qui est dirigé vers le bas, la projection est donc négative et vaut $-p_y$.

$$\cos \alpha = \frac{p_y}{P} \text{ ou } p_y = P \cos \alpha$$

- La projection de $\vec{R}$ coïncide avec $\vec{R}$, elle est positive et vaut R.
- La projection de $\vec{T}$ sur Oy est nulle puisque $\vec{T}$ est perpendiculaire à Oy

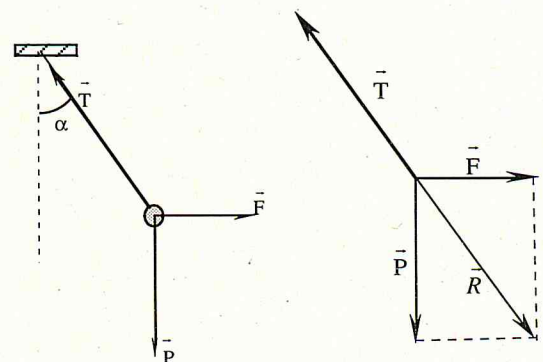
La projection de la condition d'équilibre sur Oy donne: $-p_y + R + 0 = 0$

$$R = p_y = P \cos \alpha$$

3.2.2. Équilibre d'un pendule électrique

Un pendule électrique de masse m est soumis à une force électrostatique $\vec{F}$ horizontale, d'intensité connue. Le fil du pendule s'incline d'un angle α . On se propose de déterminer l'intensité T de la tension du fil.

La force électrostatique est, comme le poids, une force d'action répartie, nous admettrons qu'elle est équivalente à un vecteur force unique $\vec{F}$ appliquée au centre d'inertie.



Les trois vecteurs forces sont des vecteurs glissants ils peuvent être appliqués en un point quelconque. Les actions superposées du poids et de la force électrostatique sont équivalentes à une force unique résultante $\vec{R}$ égale à la somme vectorielle de $\vec{P}$ et de $\vec{F}$:

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{F}$$

La condition d'équilibre $\vec{T} + \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ peut s'écrire: $\vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$.

La tension $\vec{T}$ et la résultante $\vec{R}$ sont directement opposées; leurs intensités sont égales.

$$T = R = \sqrt{P^2 + F^2}$$

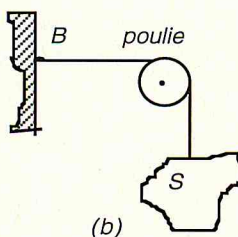
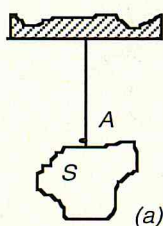
EXERCICES

- 1 On dispose d'un ressort. Quand on lui accroche un corps de poids $P_1 = 0,1 \text{ N}$, il s'allonge de 2 cm. Quel est son allongement quand on lui accroche un poids $P_2 = 0,3 \text{ N}$? Calculer la raideur de ce ressort en précisant l'unité.

- 2 a) Un solide S de poids $P = 10 \text{ N}$ est accroché à un fil (fig.a)

a) Représenter la tension $\vec{T}$ du fil en A et calculer son intensité.

b) Représenter la force exercée par le fil sur le point B dans le montage de la figure b. Quelle est l'intensité de cette force?

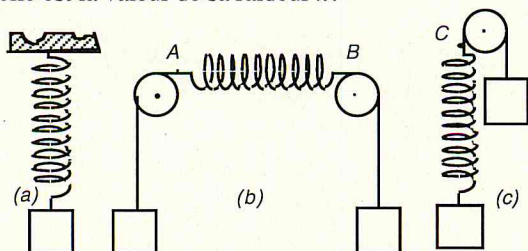


- 3 Un ressort vertical, de masse négligeable, subit un allongement de 4 cm lorsqu'on accroche à son extrémité inférieure un corps de masse $m = 2 \text{ kg}$. Calculer sa raideur k .

• Intensité de la pesanteur: $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.

- 4 Un même ressort (de masse négligeable) est utilisé pour réaliser les équilibres décrits sur les figures. Les charges qui interviennent ont toutes le même poids $P = 50 \text{ N}$; les poulies tournent sans frottement autour de leur axe.

a) Dans l'équilibre (a), le ressort est allongé de 4 cm; quelle est la valeur de sa raideur k ?



b) Déterminer son allongement pour chacun des équilibres (b) et (c).

• Indication: L'intensité T de la tension d'un fil en équilibre est constante le long de ce fil. Vous pouvez, par ailleurs, écrire que des points tels que A, B, C sont en équilibre.

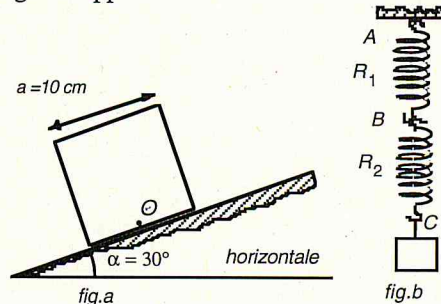
- 5 Un cube homogène, d'arête $a = 10 \text{ cm}$, de poids $P = 80 \text{ N}$, est en équilibre sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal. O désigne le centre de la face de contact entre le cube et son support (fig.a).

a) Dessiner les forces qui s'exercent sur le cube à l'équilibre. Le contact a-t-il lieu avec ou sans frottement? Préciser clairement votre réponse.

b) Soit I le point d'application de la réaction du support. Préciser la position de I par rapport à O et calculer la distance OI.

c) on suppose maintenant que l'on peut augmenter l'inclinaison du support sans que le cube glisse le long de la pente.

Déterminer complètement les forces appliquées au cube lorsque $\alpha = 45^\circ$. Que se passe-t-il lorsqu'on incline davantage le support?



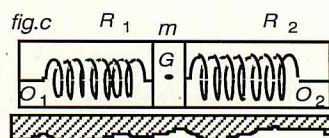
- 6 Deux ressorts R_1 et R_2 de masse négligeable, de même raideur k , ont même longueur naturelle $l_0 = 20 \text{ cm}$. On les accroche bout à bout, comme l'indique la figure b, et on suspend à l'extrémité C une charge de poids $P = 10 \text{ N}$. La longueur AC à l'équilibre est égale à 50 cm.

a) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le point d'attache B des deux ressorts. En déduire une comparaison des allongements x_1 et x_2 des deux ressorts.

b) Calculer la raideur k des ressorts ainsi que l'intensité R de la réaction du support au point A.

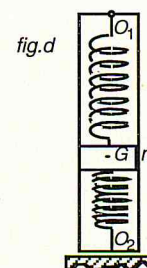
c) On remplace les deux ressorts précédents par un ressort R_0 unique, de longueur naturelle $L_0 = 40 \text{ cm}$. Il s'allonge de $X = 10 \text{ cm}$ lorsqu'on le soumet à une traction verticale descendante, d'intensité $F = 10 \text{ N}$. Quelle est sa raideur K ? En comparant les valeurs de K et de k , déterminer ce que serait la constante de raideur k' d'un des ressorts que l'on obtiendrait en coupant R_0 en quatre parties égales.

- 7 Un cylindre de masse $m = 200 \text{ g}$ peut coulisser sans frottement à l'intérieur d'un tube, entre deux ressorts identiques R_1 et R_2 (raideur k , masse négligeable) dont les extrémités sont fixées en O_1 et O_2 .



Lorsque le tube est en position horizontale, les ressorts ne sont ni comprimés ni dilatés, et l'on a $GO_1 = GO_2 = 15 \text{ cm}$.

Lorsqu'on place le tube en position verticale, le cylindre évolue vers une nouvelle position d'équilibre



dans laquelle $GO_2 = 11 \text{ cm}$ (fig.c et d). on étudie désormais cet équilibre.

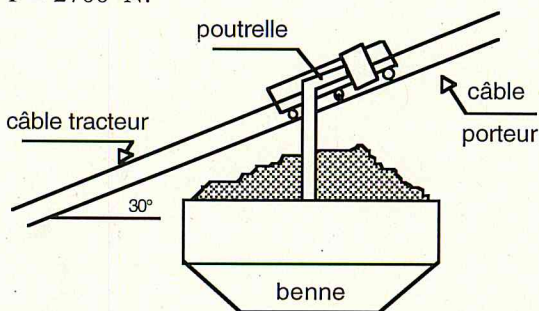
a) Faire le bilan des forces appliquées au cylindre.

En déduire la valeur de la tension de chaque ressort.

($g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$).

b) Calculer la raideur k des ressorts et déterminer complètement les forces qui s'exercent sur les points O_1 et O_2 du tube.

- 8 Dans une mine, une benne, de poids total $P = 4000 \text{ N}$, est en équilibre sur son câble porteur qui fait un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale. Le câble tracteur exerce, dans ces conditions, une force parallèle au câble porteur, dirigée vers le haut, et d'intensité $T = 2700 \text{ N}$.



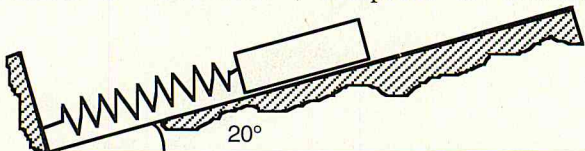
a) Dessiner les forces appliquées au système constitué par la benne, le dispositif de roulement sur le câble et la poutrelle de suspension. On prendra un point d'application arbitraire.

* Échelle: 1 cm pour 1000 N.

b) En déduire graphiquement, la direction, le sens et l'intensité de la réaction exercée par le câble porteur sur le système de suspension de la benne. La réaction est-elle, ou non, perpendiculaire au câble? Quelle interprétation qualitative donnez-vous du résultat observé?

- 9 Une brique de poids $P = 20 \text{ N}$ repose sans

frottement sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport à l'horizontale. Un ressort de masse négligeable, de longueur à vide $l_0 = 20 \text{ cm}$, et de raideur $k = 200 \text{ N.m}^{-1}$, l'empêche de tomber.



a) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur la brique à l'équilibre; préciser leurs directions, leurs sens et calculer leurs intensités.

b) Quelle est la nouvelle longueur du ressort?

- 10 Une charge de poids $P = 500 \text{ N}$ est suspendue grâce à deux fils f_1 et f_2 de même longueur qui forment un angle égal à 2α . Calculer la tension des deux fils de suspension. Application numérique: $\alpha_1 = 30^\circ$; $\alpha_2 = 60^\circ$; $\alpha_3 = 75^\circ$.

Pour quelles valeurs de α ce système de suspension présente-t-il un intérêt? (fig.a)

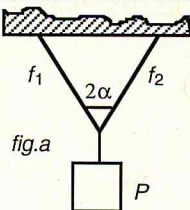
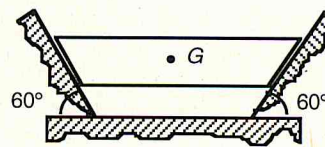
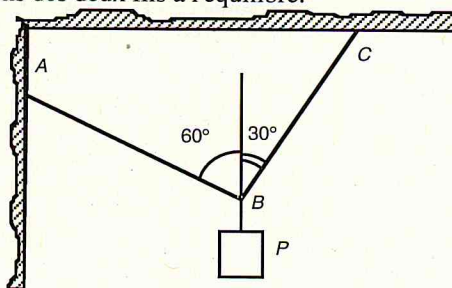


fig.b

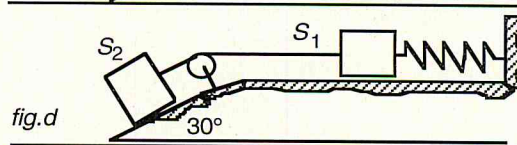
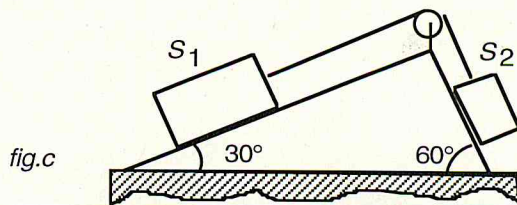


- 11 Un bloc prismatique homogène, de poids $P = 200 \text{ N}$ est coincé entre deux supports plans inclinés de 60° sur l'horizontale, comme le montre la figure b ci dessus. Les contacts sont sans frottement. Déterminer les directions, sens et intensités des réactions exercées sur le bloc par les supports.

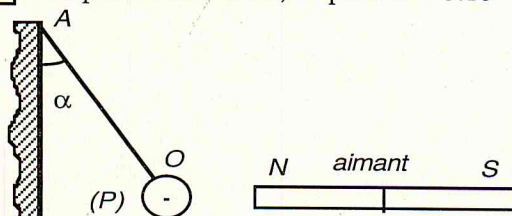
- 12 Une charge de poids $P = 100 \text{ N}$ est soutenue par 2 fils AB et BC qui font respectivement, avec la verticale, des angles de 60° et 30° . Calculer les tensions des deux fils à l'équilibre.



- 13 On étudie les équilibres décrits par les figures c et d. Tous les contacts sont sans frottement; le poids du solide S_1 est $P_1 = 200 \text{ N}$; le ressort de la figure d est allongé de 5 cm , sa raideur est $k = 400 \text{ N.m}^{-1}$. Quel poids P_2 faut-il choisir, dans chaque cas, pour le solide S_2 de façon que l'ensemble soit en équilibre? Indication: la tension est constante le long d'un fil en équilibre.



- 14 Une petite bille d'acier, de poids $P = 5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$,

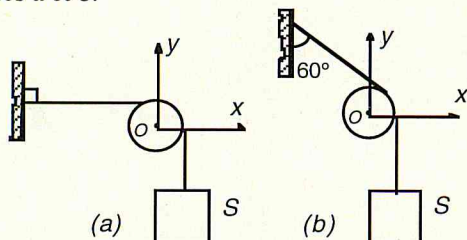


est attachée à un support vertical par un fil de Nylon AO .

En outre, un aimant exerce sur elle une force magnétique horizontale attractive. A l'équilibre, le fil est incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$

Calculer l'intensité de la force magnétique ainsi que la valeur de la tension du fil.

- 15 On étudie les équilibres représentés aux figures a et b.

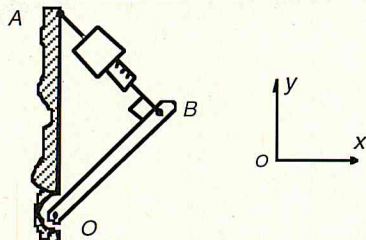


La poulie a une masse négligeable et le solide S un poids $P = 100 \text{ N}$.

Déterminer la direction, le sens et l'intensité de la réaction de l'axe O sur la poulie dans chaque cas.

Indication: on peut s'aider du système d'axes Ox (horizontal) et Oy (vertical) pour effectuer les projections des forces qui régissent l'équilibre de la poulie, mais ce n'est pas la seule méthode.

- 16 Une tige, de longueur $l = 1 \text{ m}$, peut tourner sans frottement autour d'un axe horizontal O .



Elle est retenue en B par un fil, dont la tension T est indiquée par un dynamomètre. A l'équilibre, le fil est perpendiculaire à la tige OB , $AB = 1 \text{ m}$ et $T = 17,7 \text{ N}$.

a) Le poids de la tige est appliqué au milieu de OB ; son intensité est égale à 50 N . Faire le bilan de toutes les forces qui s'exercent sur la tige; déterminer graphiquement, sans aucun calcul, la direction de la réaction $\vec{R}$ de l'axe O .

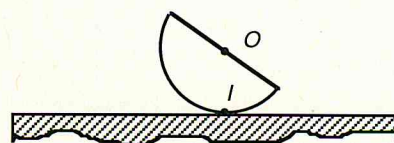
b) Calculer les coordonnées X et Y de $\vec{R}$ sur les axes respectifs Ox (horizontal) et Oy (vertical); en déduire l'angle de la direction de $\vec{R}$ avec la verticale.

- 17 Une pièce de monnaie, homogène, parfaitement cylindrique, est sciée selon un de ses diamètres. On la place sur un plan horizontal, comme le montre la figure. Le contact en I est sans frottement.

a) En recherchant les éléments de symétrie de la pièce montrer que son centre d'inertie G se trouve sur une droite. Dessiner cette droite.

b) Quelles sont les forces appliquées à l'objet? Dessiner la droite d'action de la réaction en I .

- c) Faire un commentaire relatif à l'équilibre de ce solide.



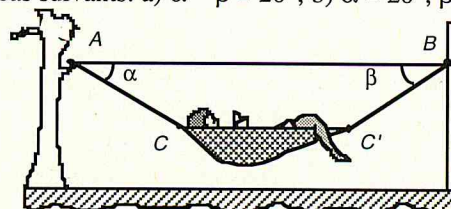
- 18 Une brique de poids $P = 10 \text{ N}$ est posée sur une planche rugueuse et initialement horizontale. On soulève une extrémité de la planche et on note α l'angle qu'elle fait avec l'horizontale.

a) Pour les faibles valeurs de α , la brique reste en équilibre sur la planche. Pourquoi?

b) La brique commence à glisser lorsque α atteint la valeur 20° . En déduire la valeur maximale de la force de frottement qui s'oppose au glissement de la brique le long de la planche.

- 19 La figure suivante représente une personne dans un hamac. Les deux points d'attache A et B sont dans le même plan horizontal et le poids de la personne vaut $P = 700 \text{ N}$.

Déterminer la tension des deux cordes c et c' dans les deux cas suivants: a) $\alpha = \beta = 20^\circ$; b) $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 30^\circ$.



- 20 Une échelle AB , de longueur $l = 4 \text{ m}$, est appuyée contre un mur vertical en B . Le pied de l'échelle est à la distance $OA = 2 \text{ m}$ du pied du mur.

Le contact en B , avec le mur, est sans frottement tandis que le contact au sol, en A , a lieu avec frottement. Le centre d'inertie de l'échelle est au milieu de AB . Son poids P est égal à 100 N .

a) Reproduire le schéma de la figure en prenant 1 cm pour représenter une longueur de $0,2 \text{ m}$.

b) Faire le bilan de toutes les forces qui s'exercent sur l'échelle. Rechercher, *uniquement par le dessin*, la direction de chacune d'elles. Mesurer, à l'aide d'un rapporteur, l'angle aigu α fait par la réaction du sol $\vec{R}_A$ avec l'horizontale. Interpréter qualitativement le rôle de l'inclinaison de la réaction $\vec{R}_A$.

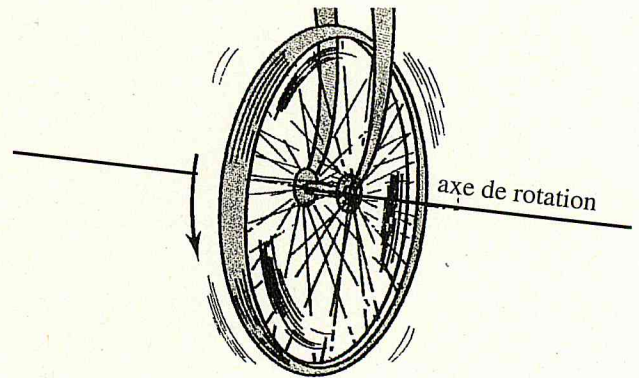
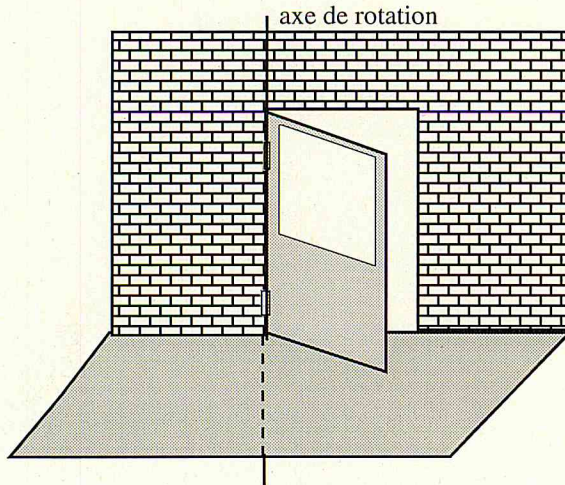
c) Représenter sur le dessin toutes les forces appliquées à l'échelle en prenant 1 cm pour 10 N . Pour cela, utiliser le fait que les directions des forces sont connues et que l'intensité du poids l'est également. Une construction géométrique simple permet alors d'accéder à l'intensité des forces inconnues. Utiliser le dessin pour déterminer l'intensité des réactions $\vec{R}_A$ et $\vec{R}_B$.

EQUILIBRE D'UN SOLIDE MOBILE AUTOUR D'UN AXE FIXE

1. MOMENT D'UNE FORCE PAR RAPPORT À UN AXE

1.1. Rotation d'un solide autour d'un axe

Une porte peut tourner autour de ses gonds: la droite verticale centrée sur ceux-ci constitue l'**axe de rotation** de la porte.



La droite perpendiculaire au plan contenant la roue d'une bicyclette et passant par son centre constitue l'axe de rotation de la roue.

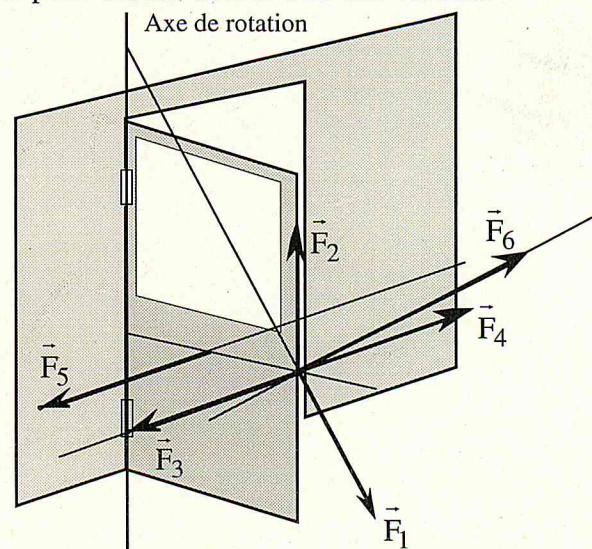
Un solide est mobile autour d'un axe fixe si deux au moins de ses points restent immobiles, au cours d'un mouvement quelconque de ce solide. La droite qui joint ces points fixes constitue l'axe de rotation.

Dans tous les cas envisagés dans cette leçon l'axe de rotation sera fixe par rapport à un repère terrestre

1.2. Effet d'une force appliquée à un solide mobile autour d'un axe fixe

Prenons par exemple diverses forces appliquées à une porte mobile autour d'un axe vertical.

- La droite d'action de la force $\vec{F}_1$ rencontre l'axe de rotation
- La droite d'action de la force $\vec{F}_2$ est parallèle à l'axe de la porte.
- Les forces $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ et $\vec{F}_5$ sont perpendiculaires à la porte, elles sont donc horizontales. L'axe de rotation étant vertical on dit que ces forces sont orthogonales à l'axe.
- La force $\vec{F}_6$ est une force quelconque.



Les effets de ces forces sur la rotation de la porte ne sont pas les mêmes:

- Les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ne permettent ni d'ouvrir ni de fermer la porte. Leurs effets sur la rotation de la porte sont nuls.
- La force $\vec{F}_3$ permet d'ouvrir la porte, la force $\vec{F}_4$ permet de la fermer; la force $\vec{F}_5$, de même intensité que $\vec{F}_3$, mais appliquée au milieu de la porte permet d'ouvrir mais son efficacité est inférieure à celle de $\vec{F}_3$.
- La force $\vec{F}_6$ permet de fermer la porte comme $\vec{F}_4$.

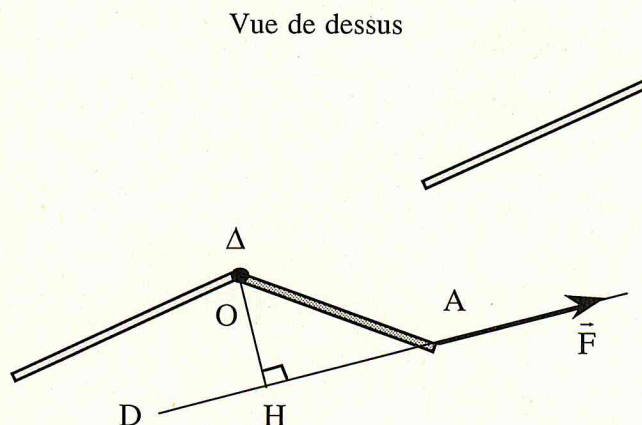
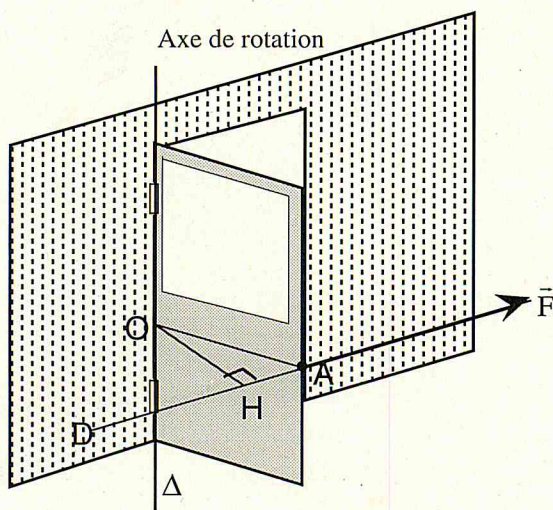
Une force parallèle à l'axe de rotation et une force qui rencontre l'axe de rotation n'ont aucun effet de rotation.

Une force orthogonale à l'axe de rotation provoque la rotation du solide (à condition qu'elle ne rencontre pas cet axe).

1.3. Moment d'une force par rapport à un axe

La grandeur physique qui permet de caractériser l'effet de rotation d'une force sur un solide autour d'un axe est appelée le **moment de la force par rapport à l'axe**.

1.3.1. Moment d'une force orthogonale



L'intensité du moment par rapport à un axe d'une force $\vec{F}$ orthogonale à cet axe est le produit de l'intensité F de cette force par la distance entre la droite d'action D et l'axe de rotation Δ ou distance du bras de levier

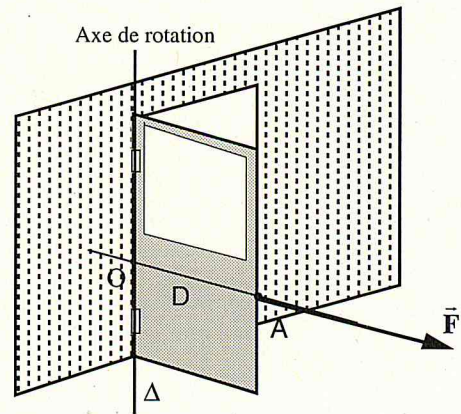
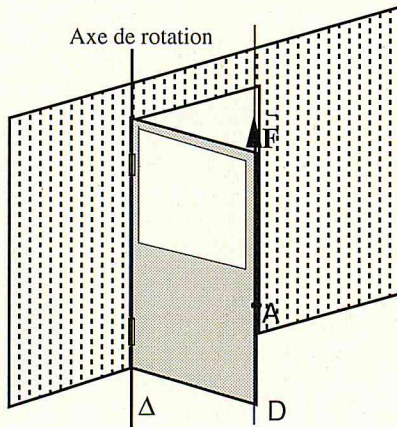
$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = F \times d$	$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F})$: moment de la force $\vec{F}$ par rapport à l'axe Δ (m.N) F : intensité de la force (N) d : distance du bras de levier (m)
--	--

1.3.2. Moment d'une force non orthogonale

- Une force s'exerçant sur un solide, parallèle à l'axe de rotation, ne peut pas faire tourner le solide autour de cet axe; de même qu'une force dont la droite d'action rencontre l'axe.

Le moment d'une force par rapport à un axe dont le support est parallèle ou sécant à cet axe est nul.

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = 0$$

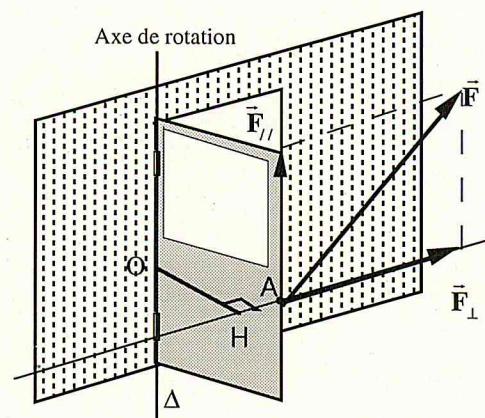


- Dans le cas d'une force d'orientation quelconque par rapport à l'axe il est toujours possible de décomposer cette force en deux composantes orthogonale et parallèle à l'axe:

$$\vec{F} = \vec{F}_{\perp} + \vec{F}_{//}$$

Le moment d'une force parallèle étant nul on a:

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{\perp}) = F_{\perp} \times d$$



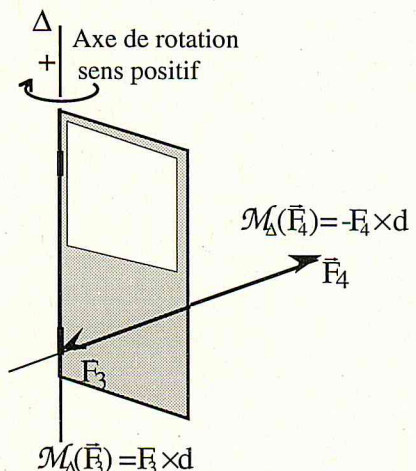
Le moment d'une force quelconque par rapport à un axe est égal au moment de sa composante orthogonale à cet axe.

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{\perp})$$

1.3.3. Le moment algébrique

Nous avons vu au début du paragraphe qu'une force, suivant son orientation, pouvait faire tourner un solide dans un sens ou dans l'autre. Pour mettre en évidence cette différence, on associe un **signe** au moment d'une force par rapport à un axe.

On choisit arbitrairement un sens positif de rotation autour de l'axe. Le moment d'une force par rapport à cet axe sera positif si cette force tend à faire tourner le solide dans le sens positif et négatif dans le cas contraire.



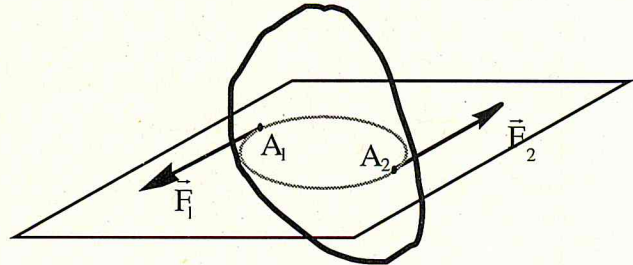
1.4. Moment d'un couple de forces

1.4.1. Définition d'un couple de forces

On appelle **couple de forces** un ensemble de deux forces parallèles, de même intensité, n'ayant pas même support.

Les deux forces définissent un plan, appelé **plan du couple**.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \text{ couple} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \\ \text{supports différents} \end{cases}$$

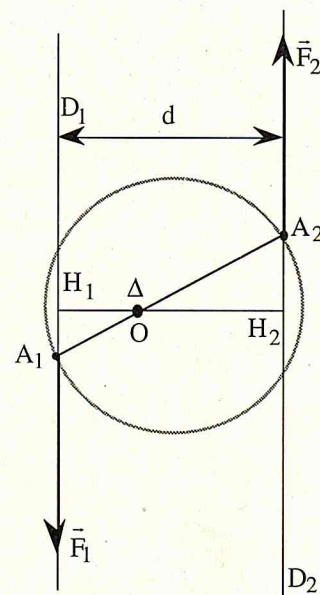


1.4.2. Moment d'un couple

Envisageons le cas d'un couple pour lequel le plan du couple est perpendiculaire à l'axe de rotation. Chaque force appliquée est orthogonale à l'axe de rotation.

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1, \vec{F}_2) &= \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) \\ &= F_1 \times OH_1 + F_2 \times OH_2 = F \times d \end{aligned}$$

On remarque que la position de l'axe orthogonal au plan du couple n'intervient pas dans l'expression du moment du couple. On en déduit que le moment d'un couple de forces est indépendant de l'axe.



$\mathcal{M}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = F \times d$	$\mathcal{M}(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$: moment du couple (m.N) F: intensité des forces du couple (N) d : distance du bras de levier (m)
--	--

Remarque: Certaines actions mécaniques appliquées à des solides qui entraînent un mouvement de rotation (torsion d'un fil) ou qui freinent un mouvement de rotation (frottements) peuvent être considérés comme des couples de forces réparties. Dans ce cas F et d ne peuvent être définies et la relation ci-dessus ne peut être utilisée.

2. EQUILIBRE D'UN SOLIDE

2.1. Théorème des moments

Lorsqu'un solide S mobile autour d'un axe Δ et soumis à un ensemble de n actions mécaniques, les moments algébriques de chacune de ces actions par rapport à l'axe Δ étant notés $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_3 \dots \mathcal{M}_n$, est en équilibre alors nécessairement la somme des moments algébriques est nulle:

$$\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3 + \dots + \mathcal{M}_n = \sum_{i=1}^{i=n} \mathcal{M}_i = 0$$

Remarque: La condition précédente n'est pas suffisante. En effet lorsqu'elle est réalisée:

- soit le solide est effectivement en équilibre autour de l'axe;
- soit le solide tourne autour de cet axe avec un mouvement de rotation uniforme.

2.2. Conditions générales d'équilibre d'un solide

Lorsqu'un solide susceptible de tourner autour d'un axe fixe et soumis à plusieurs forces est en équilibre alors nécessairement:

- La condition de non rotation autour de l'axe est vérifiée, soit :

$$\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_i) = 0$$

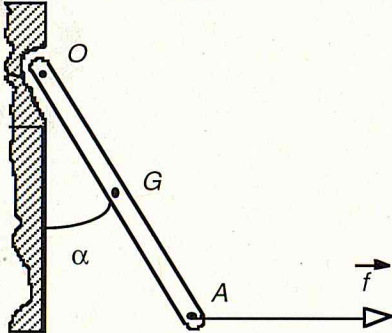
- Son centre d'inertie est immobile, soit:

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0}$$

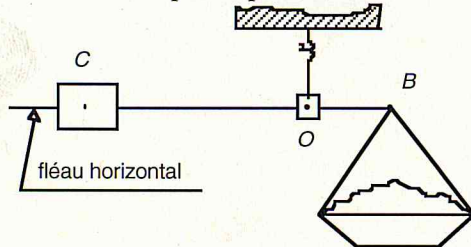
Remarque: Dans le chapitre précédent nous avons vu que lorsqu'un solide soumis à trois forces est en équilibre la somme vectorielle des forces appliquées est nulle et celles-ci doivent être concourantes. On peut montrer que ces deux conditions sont équivalentes au théorème des moments.

EXERCICES

- 1 Quelle force $\vec{f}$ (horizontale) faut-il appliquer au point A pour que la barre AO, de longueur $OA = 2 \times OG = 40$ cm, de poids $P = 2$ N, soit en équilibre autour de l'axe O dans la position correspondant à $\alpha = 30^\circ$ (fig.)?



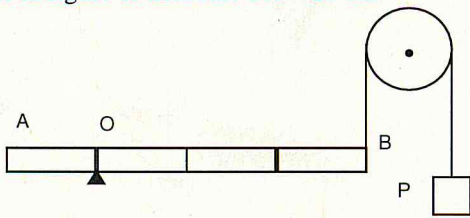
- 2 Soit une balance romaine. La partie du fléau située à gauche de l'axe O équilibre exactement la partie située à droite plus le plateau vide.



On place du riz dans le plateau et, pour obtenir l'équilibre, on doit donner au contrepoids C, de masse $m = 1$ kg, une position telle que $OC = 25$ cm. Quelle est la masse du riz sachant que la distance OB est égale à 10 cm?

• Intensité de la pesanteur: $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.

- 3 La barre AB, homogène, de section constante de longueur $l = AB = 80$ cm, de poids 40 N, est en équilibre dans la position horizontale, comme le montre la figure ci-dessous: $OA = 20$ cm.

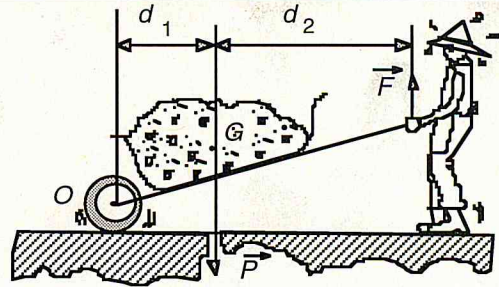


Quelle doit être la valeur de la charge P pour que l'équilibre soit réalisé?

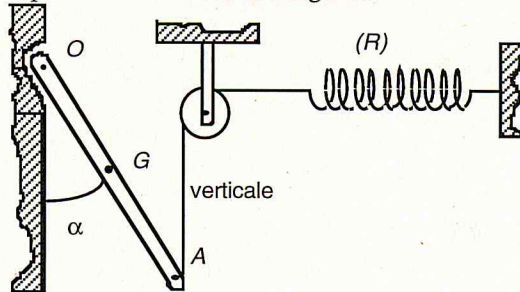
- 4 Sur la figure, $\vec{P}$ désigne le poids de la brouette et de sa charge; G représente le centre d'inertie de la brouette chargée. $\vec{F}$ est la force verticale exercée par la personne qui travaille; l'ensemble est en équilibre et le sol est horizontal.

On donne $P = 900$ N, $d_1 = 50$ cm, $d_2 = 90$ cm.

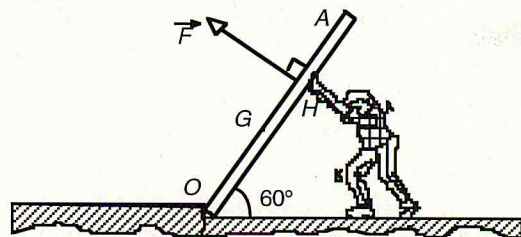
Calculer l'intensité de la force $\vec{F}$ et conclure.



- 5 On étudie l'équilibre de la barre OA (poids $P = 20$ N, centre d'inertie G), mobile autour de l'axe horizontal O (figure ci-après). $OA = 2 \times OG = 50$ cm. La raideur du ressort (R) est $k = 400 \text{ N.m}^{-1}$. Calculer son allongement à l'équilibre. Celui-ci dépend-il de la valeur de l'angle α ?



- 6 Un homme maintient en équilibre un panneau de poids $P = 800$ N, de longueur $OA = 3$ m, dans une position inclinée d'un angle $\alpha = 60^\circ$ avec le sol horizontal.



Il exerce en H, à la distance $OH = 2$ m, une force perpendiculaire au panneau, dont le sens est indiqué sur la figure.

a) Calculer l'intensité de la force $\vec{F}$ sachant que le centre d'inertie du panneau est à la distance $OG = 1,20$ m de O.

b) Représenter, sur un schéma exact, le panneau OA dans sa position d'équilibre (utiliser règle graduée, compas ou rapporteur) et dessiner avec soin la force $\vec{F}$

et le poids $\vec{P}$. * Échelles:

pour les longueurs: 4 cm pour $l = 1$ m;

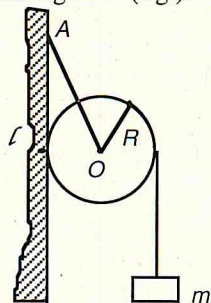
pour les forces: 1 cm pour $F = 100$ N.

c) Utiliser ce dessin à l'échelle pour déterminer graphiquement:

— la direction et le sens de la réaction exercée par le sol sur le panneau en O (mesurer avec un rapporteur l'angle β entre le panneau et l'horizontale);

— l'intensité de $\vec{R}$.

- 7 Un disque de poids négligeable, de rayon $R = 50$ cm, mobile autour d'un axe fixe horizontal O , est soutenu par une tige AO (fig.).



Il s'appuie, en I , contre un mur vertical le long duquel il y a frottement et supporte, comme l'indique la figure, un poids de masse $m = 0,2$ kg. L'ensemble est en équilibre.

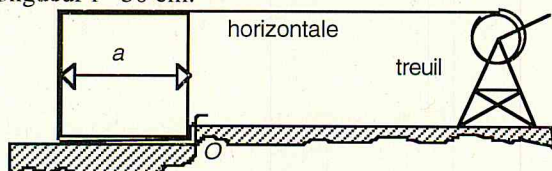
a) Faire le bilan de toutes les forces appliquées au disque à l'équilibre.

b) La force de frottement $\vec{f}$ exercée par le mur sur le disque est tangente à ce dernier en I . Dans quel sens est-elle dirigée?

Indication: le disque ne tourne pas.

c) Calculer son intensité f ainsi que son moment par rapport à l'axe O ($g = 9,8$ N.kg⁻¹).

- 8 Un bloc de pierre homogène, de masse $m = 800$ kg a la forme d'un parallélépipède à base carrée de côté $a = 40$ cm (fig.). On souhaite le faire basculer autour de la butée horizontale O grâce à un treuil dont le cylindre a un rayon $r = 5$ cm et la manivelle une longueur $l = 30$ cm.



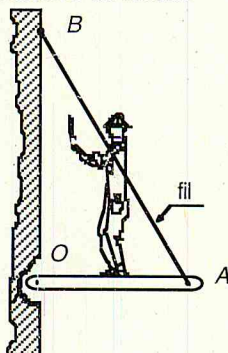
a) Calculer la tension de la corde lorsque le bloc de pierre commence tout juste à tourner autour de O , mais en restant en équilibre.

Intensité de la pesanteur: $g = 9,8$ N.kg⁻¹.

b) Quelle est alors l'intensité F de la force qu'il faut exercer à l'extrémité de la manivelle, perpendiculairement à celle-ci?

- 9 Un maçon se tient debout, immobile au milieu d'un échafaudage. La planche OA ($OA = 1$ m), mobile autour de l'axe O , est maintenue horizontale grâce au fil AB . L'angle $\widehat{OAB}$ est égal à 60 degrés.

Le poids total $\vec{P}$ du maçon et de la planche a sa ligne d'action qui passe par le milieu de OA ; son intensité est $P = 1000$ N.



a) Calculer, à l'équilibre, la tension T du fil AB et l'angle aigu α que fait la réaction $\vec{R}$ de l'axe O avec l'horizontale OA .

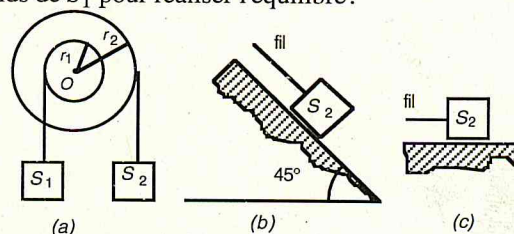
b) Déterminer l'intensité de cette réaction.

La détermination de α et de l'intensité R de la réaction peut être conduite soit par le calcul, soit par voie graphique en faisant un dessin à l'échelle du dispositif et en représentant avec soin toutes les forces appliquées. Prendre, par exemple, l'échelle suivante:

1 cm pour $F = 100$ N et 1 cm pour $l = 10$ cm.

- 10 a) On étudie d'abord l'équilibre décrit par la figure a. On a ici une poulie à deux gorges, de rayons $r_1 = 5$ cm et $r_2 = 10$ cm, mobile sans frottement autour de l'axe horizontal O . Le solide S_2 a pour poids $P_2 = 10$ N. Quel doit être le poids du solide S_1 pour qu'il y ait équilibre.

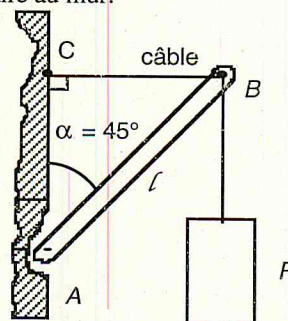
b) Le solide S_2 repose maintenant sans frottement sur un plan incliné à 45° (fig.b). Quel doit être le nouveau poids de S_1 pour réaliser l'équilibre?



c) Même question quand S_2 repose sur un plan horizontal (fig.c), le contact s'effectuant avec frottement. Cela signifie que le support exerce sur S_2

une réaction $\vec{R}$ dont la composante normale s'oppose au poids de S_2 et dont la composante parallèle au support, $\vec{f}$, a même direction que le fil et s'oppose exactement à la tension exercée par celui-ci. La force de frottement a pour intensité $f = 3$ N.

- 11 Une charge de poids $P = 500$ N (une enseigne de magasin) est suspendue grâce au système représenté sur la figure. La charge est accrochée à l'extrémité B d'une barre AB de poids négligeable, de longueur l , faisant l'angle $\alpha = 45^\circ$ avec le mur vertical et fixée en A dans ce mur. La barre AB est maintenue dans la position indiquée grâce à un câble d'acier CB perpendiculaire au mur.



Déterminer la tension du câble et la réaction du mur sur la tige en précisant bien les quatre caractéristiques de ces deux forces.