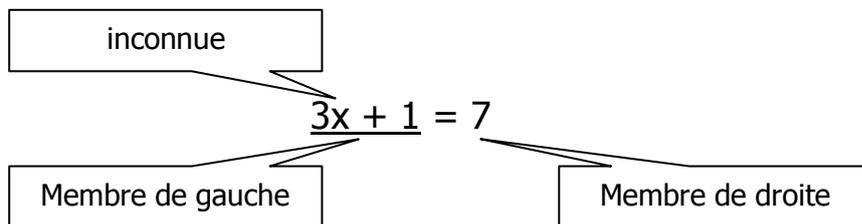


CONTENUS	CAPACITES ATTENDUES	COMMENTAIRES
Résolution graphique et algébrique d'équations.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Mettre un problème en équation.</li> <li>– Résoudre une équation se ramenant au premier degré.</li> <li>– Encadrer une racine d'une équation grâce à un algorithme de dichotomie.</li> </ul>	<p>Pour un même problème, combiner résolution graphique et contrôle algébrique.</p> <p>Utiliser, en particulier, les représentations graphiques données sur écran par une calculatrice, un logiciel.</p>
Fonctions linéaires et fonctions affines	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Donner le sens de variation d'une fonction affine.</li> <li>– Donner le tableau de signes de <math>ax + b</math> pour des valeurs numériques données de <math>a</math> et <math>b</math>.</li> </ul>	<p>On fait le lien entre le signe de <math>ax + b</math>, le sens de variation de la fonction et sa courbe représentative.</p>
Résolution graphique et algébrique d'inéquations.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Modéliser un problème par une inéquation.</li> <li>– Résoudre algébriquement les inéquations nécessaires à la résolution d'un problème.</li> </ul>	<p>Résoudre algébriquement les inéquations nécessaires à la résolution d'un problème.</p> <p>Pour un même problème, il s'agit de :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– combiner les apports de l'utilisation d'un graphique et d'une résolution algébrique,</li> <li>– mettre en relief les limites de l'information donnée par une représentation graphique.</li> </ul>

## I. EQUATION DU 1<sup>ER</sup> DEGRE

### a. Définition

Exemple :



Une équation est une égalité « presque toujours fausse » quand on remplace l'(les) inconnue(s) par n'importe quelle(s) valeur(s).

Résoudre dans  $\Psi$  une équation, c'est trouver **toute les valeurs** réelles de l'inconnue (s'il en existe) qui rendent l'égalité vraie.

Quand il n'y a qu'une seule inconnue (même si elle a plusieurs occurrences) dont la puissance est 1, on a une **équation du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue**.

### b. Propriétés des égalités

**Propriété :** Quand on ajoute/retranche un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une équation **équivalente** (qui a les mêmes solutions).

**Exemple :**

$$3x + 1 = 7$$

$$3x + 1 - 1 = 7 - 1 \quad \text{[On retranche 1 aux deux membres]}$$

$$3x = 6$$

**Propriété :** Quand on multiplie/divise les deux membres d'une égalité **par un même nombre non nul**, on obtient une équation équivalente.

**Exemples :**

$$3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \quad \text{[On divise les deux membres par } 3 \neq 0\text{]}$$

$$x = 2$$

### c. Résolution d'une équation de type $ax + b = 0$

Toute équation du premier degré peut se ramener à une équation du type «  $ax + b = 0$  ». Et dans ce cas, on utilise la propriété suivante pour la résoudre :

**Soit  $a$  et  $b$  deux réels ( $a$  non nul) :**

$$ax + b = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b}{a}$$

[Tapez un texte]

## II. SIGNE DE $ax + b$

### a. Inéquation du premier degré

$a$  et  $b$  sont deux réels donnés.

Résoudre l'inéquation  $ax + b \leq 0$ , c'est trouver tous les nombres tels que  $ax + b$  soit négatif ou nul.

#### Exemples :

Résoudre  $3x - 2 \leq 0$  :

$$\Leftrightarrow 3x - 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 3x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{2}{3}$$

$$S = ]-\infty ; \frac{2}{3}]$$

Résoudre  $-4x - 7 < 0$  :

$$\Leftrightarrow -4x - 7 < 0$$

$$\Leftrightarrow -4x < 7$$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{7}{4} \text{ (division par un nombre négatif)}$$

$$S = ]-\frac{7}{4} ; +\infty[$$

### b. Signe de $ax + b$

Etudier le signe de  $ax + b$ , c'est trouver pour quelles valeurs de  $x$  on a «  $ax + b \geq 0$  » et pour quelles valeurs de «  $ax + b \leq 0$  ».

#### Théorème :

Le signe de  $ax + b$  est donné par le tableau de signe suivant :

$x$	$\frac{-b}{a}$			
$ax + b$	<table style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">Signe de (-a)</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">Signe de a</td> </tr> </table>	Signe de (-a)	0	Signe de a
Signe de (-a)	0	Signe de a		

#### Exemples :

Signe de  $3x - 2$  :

$x$	$\frac{2}{3}$			
$3x - 2$	<table style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">-</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">+</td> </tr> </table>	-	0	+
-	0	+		

Signe de  $-4x - 7$  :

$x$	$-\frac{7}{4}$			
$-4x - 7$	<table style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">+</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">-</td> </tr> </table>	+	0	-
+	0	-		

## III. FONCTION AFFINE

### a. Définition :

On appelle **fonction affine** toute fonction de la forme  $f : x \mapsto ax + b$  où  $a$  et  $b$  sont des réels fixés.

**Exemple :** La fonction  $f$  définie sur  $\Psi$  par  $f : x \mapsto 3x - 2$  est affine.

#### Remarques :

Si  $b = 0$ , on dit que la fonction est **linéaire**. Ce n'est qu'un **cas particulier** de fonction affine.

Si  $a = 0$ , la fonction est du type  $f : x \mapsto b$  où  $b$  est un réel fixé, elle est donc **constante**.

### b. Représentation graphique :

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

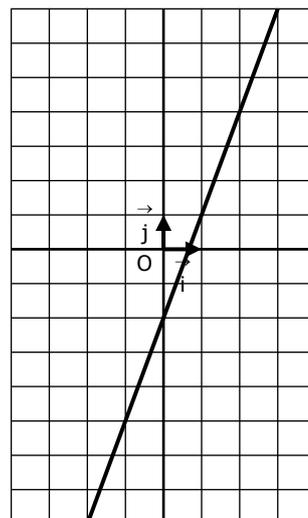
Et réciproquement, toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées est la représentation graphique d'une fonction affine.

**Exemple :**

La fonction  $f: x \mapsto 3x - 2$  admet pour représentation graphique la droite d'équation  $y = 3x - 2$ .

3 est le **coefficient directeur** de la droite.

-2 est l'**ordonnée à l'origine**.



**Remarque :**

Une droite parallèle à l'axe des ordonnées ne peut représenter aucune fonction, puisque cela signifierait qu'il existe un nombre qui a une infinité d'images.

**c. Taux de variation/d'accroissement d'une fonction affine :**

On considère  $f$  définie sur  $\Psi$  par  $f: x \mapsto 3x - 2$ .

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-14	-11	-8	-5	-2	1	4	7	10

Ce n'est pas un tableau de proportionnalité car le rapport  $\frac{f(x)}{x}$  n'est pas constant. La fonction n'est donc pas linéaire. Par contre, si on considère le rapport  $\frac{f(u) - f(v)}{u - v}$  pour deux valeurs quelconques  $u$  et  $v$ , il semble constant. On dit que  $f$  est une **fonction à accroissement linéaire**.

**Propriété :**

Si  $f$  est affine, alors l'accroissement de la fonction ( $f(u) - f(v)$ ) est proportionnel à l'accroissement de la variable ( $u - v$ ), c'est-à-dire que pour tous  $u \neq v$  :

$$\frac{f(u) - f(v)}{u - v} = a$$

**d. Sens de variation :**

Soit  $f$  une fonction affine définie sur  $\Psi$  par  $f: x \mapsto ax + b$

- Si  $a$  est **positif**,  $f$  est **croissante** sur  $\Psi$ .
- Si  $a$  est **négatif**,  $f$  est **décroissante** sur  $\Psi$ .

**e. Caractérisation d'une fonction affine :**

Si une fonction  $f$  est définie sur  $\Psi$  a un taux de variation constant égal à  $a$ , alors  $f$  est une fonction affine définie par  $f(x) = ax + b$  où  $b = f(0)$ .

**EXERCICE 1A.1**

<p><b>a.</b> 2 est il solution de :</p> $4x - 2 = x + 7$	<p><b>b.</b> <math>\sqrt{2}</math> est il solution de :</p> $\sqrt{2}x + 5 = 3x - 1$	<p><b>c.</b> <math>\sqrt{2}</math> est il solution de :</p> $\sqrt{2}x + 5x - 3 = 3x + 2\sqrt{2} - 1$
--	--	---