

IV. FONCTION POLYNOME DU SECOND DEGRE**a. Définition**

On appelle **fonction du second degré** toute fonction définie sur $]-\infty ; +\infty[$ par :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

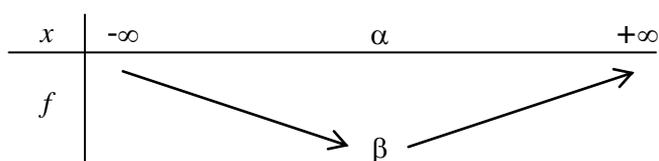
avec a, b et c sont des nombres réelles, et $a \neq 0$.

On a vu qu'une telle fonction peut être écrite sous la forme canonique $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$

b. Sens de variation

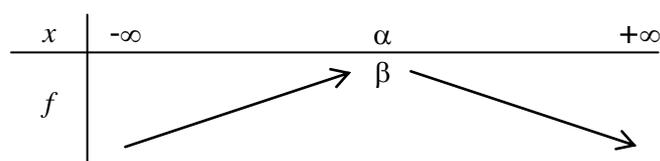
On admettra que le sens de variation d'une fonction du second degré dépend du signe de a .

Si $a > 0$



Si $a > 0$, f admet un **minimum** quand $x = \alpha$

Si $a < 0$



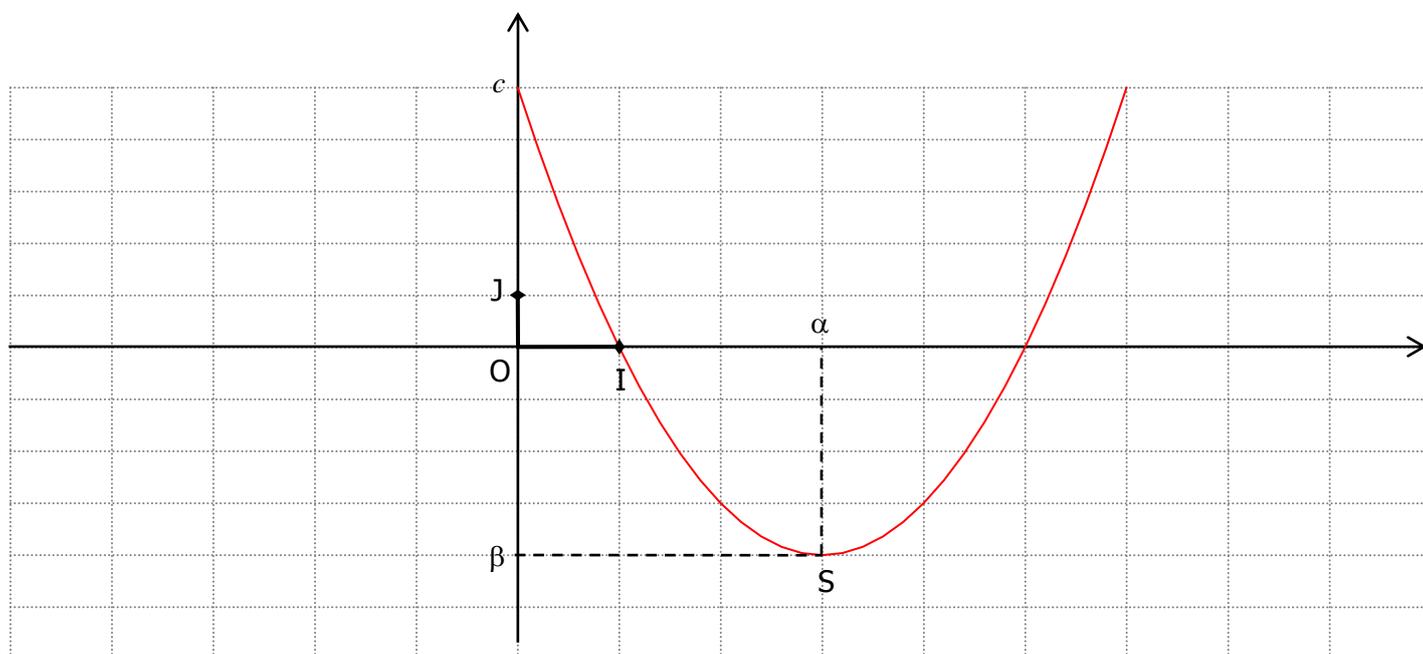
Si $a < 0$, f admet un **maximum** quand $x = \alpha$

c. Courbe représentative

La courbe (\mathcal{C}) représentant une fonction du type du $f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2 + \beta$ est une parabole de sommet $S(\alpha ; \beta)$

Si $a > 0$, la parabole est dans le même sens que la fonction carré.

Si $a < 0$, la parabole est « retournée »



Remarques :

- Cette fonction n'est pas paire, mais elle admet pour axe de symétrie la droite parallèle à (OJ) passant par S.
- Le point d'intersection de (C) avec (OJ) est le point C de coordonnées (0 ; c)
- Les points d'intersections éventuels de (C) avec (OI) sont les points A(x₁ ; 0) et B(x₂ ; 0) où x₁ et x₂ sont les solutions de l'équation f(x) = 0 (que l'on résout en factorisant f(x))

EXERCICE 1A.1

Pour chaque expression, indiquer si elle est :
 (F)actorisée, (D)éveloppée, ou (N)i l'un ni l'autre.

$$A = 2x + 5x^2 - 5$$

$$B = (5x + 1)(2x + 3)$$

$$C = (5x + 1)(2x + 3) - (2x + 5)(7x - 3)$$

$$D = 5x - 7x^2 + 3 - 5x^2 + 6x$$

$$E = 3(x + 2)$$

$$F = -(3 - 2x)(4x + 1) + 1$$

$$G = 3x^2 + 1$$

$$H = 3(x^2 - x)$$

$$I = (3x + 1)^2$$

$$J = 3 + x^2 + 1$$

EXERCICE 1A.2

Réduire :

$$A = 2x \times 5x$$

$$B = (-7x) \times 3x$$

$$C = 3x^2 \times (-x)$$

$$D = 7x^2 \times 2x^2$$

$$E = (-5x) \times (-2x^7)$$

$$F = 3x \times 2x^2 \times (-x^3)$$

EXERCICE 1A.3

Développer et réduire :

$$A = 3(x + 4)$$

$$B = 2x(5x + 3)$$

$$C = 4x(5 - 3x)$$

$$D = 3x^2(4 - 2x)$$

$$E = x(3 - 5x) + 5x(x - 3x^2)$$

$$F = 5x^2(1 + x) - 3x(-2x - 5)$$

EXERCICE 1A.4

Développer et réduire :

$$A = (5x + 1)(2x + 3)$$

$$B = (4x - 5)(7x - 1)$$

$$C = (2x + 5)(7x - 3)$$

$$D = (-4x - 6)(2x - 1)$$

EXERCICE 1A.5

Développer et réduire :

$$A = (5x + 1)(2x + 3) + (5x + 1)(x + 2)$$

$$B = (4x - 5)(7x - 1) - (4x - 5)(3x + 4)$$

$$C = (-4x - 6)(2x - 1) + (2x - 3)(8x - 11)$$

$$D = (x - 8)(5 + 3x) - (x - 8)(7 - x)$$

EXERCICE 1A.6

Développer et réduire :

$$A = (x - 8)(x^2 + 5 + 3x)$$

$$B = (3 - 2x + 5x^2)(4x + 1)$$

$$C = (5x + 1)(2x + 3)(x + 2)$$

$$D = (4 - 2x^2 + 3x)(4x - 5 + x^2)$$

$$E = (x - 1)(x - 4)(x + 2)(x + 3)$$

EXERCICE 1A.7

Ecrire sous forme d'un seul quotient :

$$A = \frac{2}{x + 3} + \frac{1 - 3x}{x + 2}, \text{ avec } x \neq -2 \text{ et } x \neq -3$$

$$B = \frac{4 - 3x}{2x + 5} - \frac{2x^2}{7 - 3x}, \text{ avec } x \neq \frac{-5}{2} \text{ et } x \neq \frac{7}{3}$$

EXERCICE 1A.8

Développer à l'aide d'une identité remarquable :

$$A = (2x + 3)^2$$

$$B = (4x - 5)^2$$

$$C = (2x + 5)(2x - 5)$$

$$D = (8x - 11)^2$$

$$E = (x - 8)^2$$

$$F = (3 - 2x)(3 + 2x)$$

$$G = (x - 3)(3 + x)$$

$$H = (-2x + 5)^2$$

$$I = (-3 - 7x)^2$$

$$J = (x + 2)(2 - x)$$

EXERCICE 1A.9

Factoriser :

$$A = 3x + 6$$

$$B = 2a - 4b$$

$$C = 3x^2 + x$$

$$D = x^5 - x^4$$

$$E = 3xy - x^2$$

$$F = ab^3 - a^5b^4$$

EXERCICE 1A.10

Factoriser :

$$A = (5x + 1)(2x + 3) + (5x + 1)(x + 2)$$

$$B = (4x - 5)(7x - 1) - (4x - 5)(3x + 4)$$

$$C = (2x + 5)(7x - 3) + (2x + 5)$$

$$D = (-4x - 6)(2x - 3) + (2x - 3)(8x - 11)$$

$$E = (x - 8)(5 + 3x) - (x - 8)(7 - x)$$

$$F = (3 - 2x)(4x + 1) + (x + 1)(2 - 3x)$$

EXERCICE 1A.11

Factoriser :

$$A = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x + 2)$$

$$B = (4x - 5)(7x - 1) + (4x - 5)^2$$

$$C = (2x - 1)^2 + (2x - 1)(8x - 11)$$

$$D = (2x + 5)(7x - 3) - (2x + 5)^2$$

$$E = (x - 8)(5 + 3x) - (x - 8)(7 - x)$$

$$F = (3 - 2x)(4x + 1) + 3(x + 1)(3 - 2x)$$

$$G = (2x + 5)(7x - 1) + 4x + 10$$

$$H = (5x - 3)^2 - 15x^2 + 9x$$

EXERCICE 1A.12

Factoriser à l'aide d'une identité remarquable :

$$A = x^2 - 1$$

$$B = 4x^2 - 9$$

$$C = (3x + 1)^2 - 25$$

$$D = (4x - 3)^2 - x^2$$

$$E = (2 - 5x)^2 - 9x^2$$

$$F = (4x - 5)^2 - (3x + 2)^2$$

$$G = (1 - x)^2 - (4x + 3)^2$$

$$H = (2x + 5)^2 - 4(x - 5)^2$$

$$I = 9(7x - 1)^2 - 25(3x + 1)^2$$

EXERCICE 1A.13

Factoriser à l'aide d'une identité remarquable, si c'est possible :

$$A = x^2 - 3$$

$$B = 4x^2 - 3$$

$$C = (4x + 3)^2 + 36$$

$$D = 9 - 25x^2$$

$$E = x^2 + 16$$

EXERCICE 1B.1

Développer les expressions suivantes à l'aide d'une identité remarquable :

a.	$(x + 3)^2 =$	b.	$(x - 4)^2 =$
c.	$(2x + 1)^2 =$	d.	$(2x - 3)^2 =$
e.	$(3x - 5)^2 =$	f.	$(6x + 1)^2 =$
g.	$(7x + 2)^2 =$	h.	$(4x - 7)^2 =$

EXERCICE 1B.2

Factoriser les expressions suivantes à l'aide d'une identité remarquable :

a.	$x^2 + 10x + 25 =$	b.	$x^2 - 2x + 1 =$
c.	$4x^2 - 20x + 25 =$	d.	$4x^2 + 12x + 9 =$
e.	$x^2 + 6x + 9 =$	f.	$36x^2 - 12x + 1 =$
g.	$x^2 + 24x + 144 =$	h.	$9x^2 - 18x + 9 =$

EXERCICE 1B.3

Compléter l'expression pour ensuite la factoriser à l'aide d'une identité remarquable :

a.	$x^2 + 4x + \dots =$	b.	$x^2 - \dots + 16 =$
c.	$\dots - 10x + 25 =$	d.	$4x^2 + 4x + \dots =$
e.	$9x^2 + \dots + 25 =$	f.	$\dots - 8x + 4 =$
g.	$x^2 + 14x + \dots =$	h.	$x^2 + 18x + \dots =$