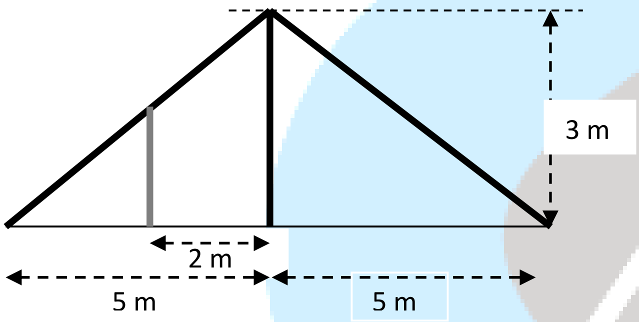
MODULE : CONFIGURATION ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE : THALES DANS LE TRIANGLE

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Sur la représentation en coupe ci-dessous du toit de l'appâtâmes d'un lycée , on aperçoit le toit, une barre horizontale de 10 mètres et une barre verticale de 3 mètres.



Un côté du toit étant défectueux, un charpentier est chargé de le renforcer. Pour ce faire, il doit fixer une barre verticale dont le pied est situé à 2 mètres de la barre verticale initiale.
Malheureusement, il a oublié ses instruments de mesure à la maison.
Les élèves de la classe de troisième décident de l'aider à calculer la longueur de cette barre.

B. CONTENU DE LA LEÇON

I. PROPRIETE DE THALES – CONFIGURATIONS DE THALES.

Propriété

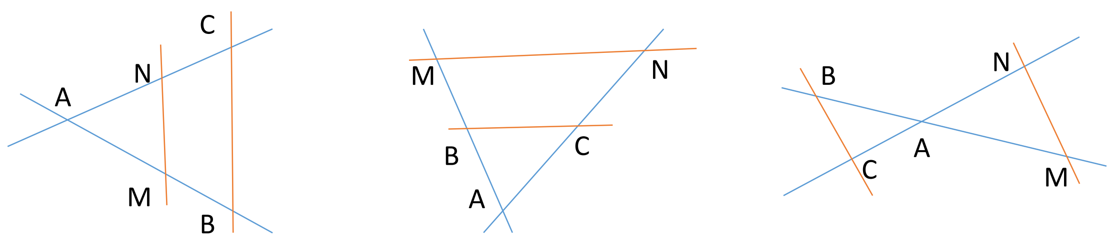
ABC est un triangle.
M est un point de droite (AB) et N un point de la droite (AC).
Si (MN)//(BC) alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Remarque

On peut utiliser la propriété de Thalès pour calculer des distances ou justifier une égalité de quotients.

Configurations de Thalès

(BM) et (CN) sont deux droites sécantes en A.
Si (BC)//(MN), alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

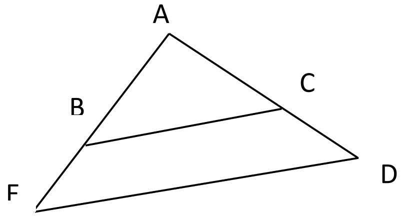
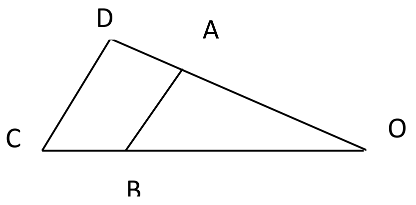
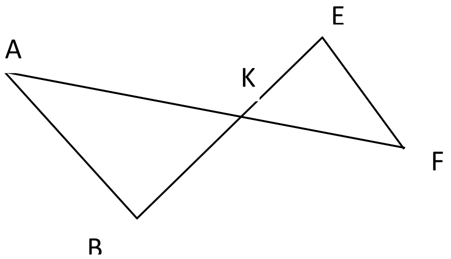


Ces trois figures sont dites configurations de Thalès.

Exercices d’application

Exercice 1

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est vraie.
Ecris le numéro suivi de la lettre de l’affirmation vraie.

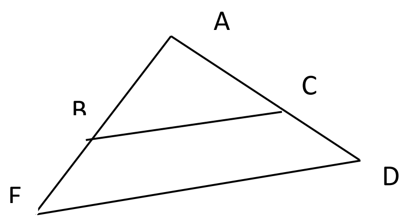
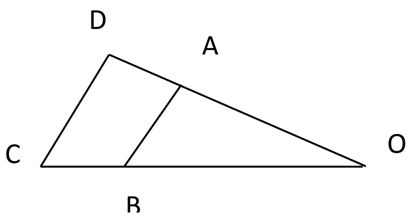
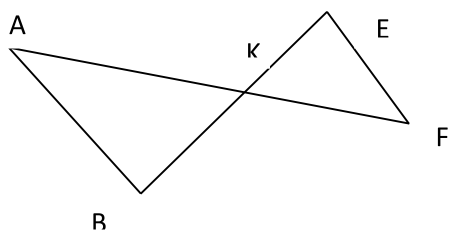
Propositions	**A**	**B**	**C**
 (BC)//(ED). La propriété de Thalès permet d’écrire :	$\frac{AB}{AE}=\frac{AD}{AC}$	$\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$	$\frac{AE}{AB}=\frac{BC}{AD}$
 (AB)//(CD). La propriété de Thalès permet d’écrire :	$\frac{OA}{OD}=\frac{OB}{OC}$	$\frac{OA}{OB}=\frac{OD}{OC}$	$\frac{OA}{OD}=\frac{OC}{OB}$
 (AB)//(EF). La propriété de Thalès permet d’écrire :	$\frac{KE}{EB}=\frac{KF}{KA}$	$\frac{KA}{KE}=\frac{KB}{KF}$	$\frac{KE}{KB}=\frac{KF}{KA}$

Corrigé

1.B ; 2.A ; 3.C .

Exercice 2

Calcule x dans chacun des cas ci-dessous.

1er CAS	**2ème CAS**	**3ème CAS**
		

(BC) // (ED).	(BA)// (CD)	(BA)//(EF).
AE = 6 ; AD = 9 ; AB = 4 ; AC = x	OC= $\frac{15}{4}$; OB = 3 ; OA = 8 ; OD = x	KA = 7 ; KF = 3 ; KE= 6 ; KB = x

Corrigé

<u>1er cas</u> : D'après la propriété de Thalès, $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$ équivaut à $\frac{AB}{AE} = \frac{x}{AD}$

$$\frac{4}{6} = \frac{x}{9}$$
$$6x = 4 \times 9$$
$$x = \frac{36}{6} = 6.$$

<u>2ème cas</u> : D'après la propriété de Thalès, $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$ équivaut à $\frac{OA}{x} = \frac{OB}{OC}$

$$\frac{8}{x} = \frac{3}{\frac{15}{4}}$$
$$3x = 8 \times \frac{15}{4}$$
$$x = \frac{30}{3} = 10.$$

<u>3ème cas</u> : D'après la propriété de Thalès, $\frac{KF}{KA} = \frac{KE}{KB}$ équivaut à $\frac{KF}{kA} = \frac{KE}{x}$

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{x}$$
$$3x = 7 \times 6$$
$$x = \frac{42}{3} = 14.$$

II. RECIPROQUE DE LA PROPRIETE DE THALES

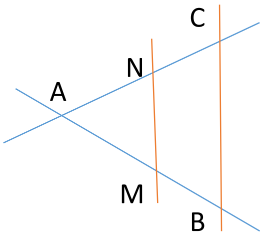
<u>Propriété</u>

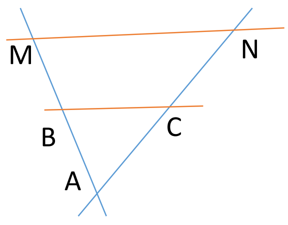
ABC est un triangle, M est un point de la droite (AB) et N est un point de la droite (AC) tels que la position de M par rapport aux points A et B soit la même que celle de N par rapport aux points A et C.

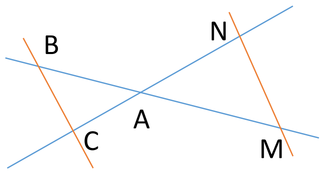
Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Remarque

La réciproque de la propriété de Thalès permet de montrer que deux droites sont parallèles et s'applique dans les différentes configurations suivantes appelées configurations de Thalès.







Exercice d’application

L’unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle tel que AB = 15 ; AC = 5.
Les points M et N appartiennent respectivement aux côtés [AC] et [AB] et sont tels que AM = 3 ; AN =9.
Justifie que : (MN) // (CB).

Corrigé

Justifions que (MN) // (CB)

On calcule : $\frac{AM}{AC} = \frac{3}{5}$; $\frac{AN}{AB} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$. donc $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$.

ABC est un triangle, M est un point du segment [AB], N est un point du segment [AC] et $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$.

D’après la réciproque de la propriété de Thalès, (MN) // (CB).

III. CONSEQUENCE DE LA PROPRIETE DE THALES

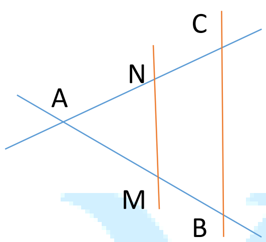
Propriété :

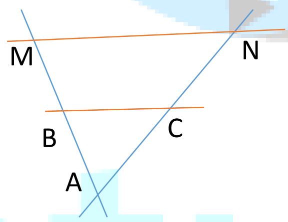
ABC est un triangle, M est un point de la droite (AB) et N est un point de la droite (AC).

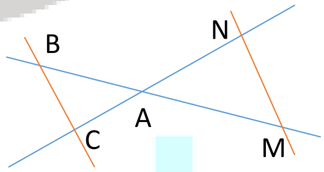
Si $(MN)//(BC)$ *alors* $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Remarques

- La conséquence de la propriété de Thales s’applique dans les configurations de la propriété directe de Thales.
- Elle permet de calculer des distances.



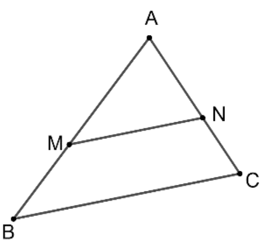




Exercices d’application

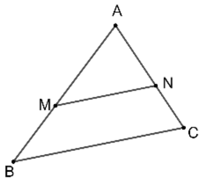
Exercice 1

Entoure la réponse juste parmi les trois réponses 1 ; 2 et 3 ci-dessous.

	1	2	3
 Dans la figure ci-dessus, on a (BC)//(MN).	$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MB}{NC}$	$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$	$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MB}{BN}$

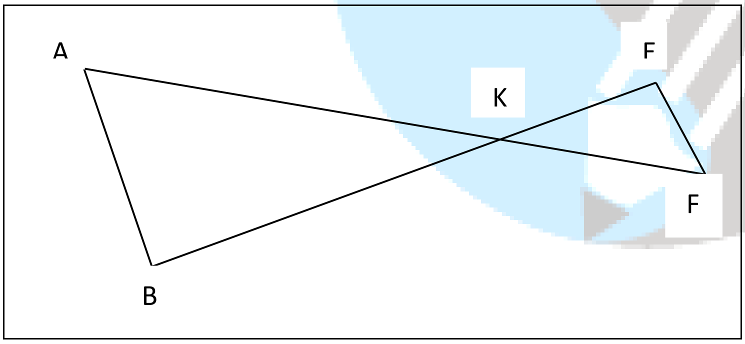
D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :			

Corrigé

	1	2	3
 Dans la figure ci-dessus, on a (BC)//(MN). D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :	$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MB}{NC}$	$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$	$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MB}{BN}$

<u>Exercice 2</u>

On donne le triangle ABK ci-dessous.
F∈ $[AK]$ et E ∈ $[BK]$ tel que AK = 8 ; KF = 3 ; EF = 6 et (AB) // (EF).
Calcule AB.



Corrigé

Calculons AB.
ABK est un triangle, F est un point de la droite (AK) et E est un point de la droite (BK) ;
et $(AB)//(EF)$ alors, d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{KF}{KA}=\frac{KE}{KB}=\frac{EF}{AB}$.
D'où : $\frac{KF}{KA}=\frac{EF}{AB}$.

Ainsi : $AB \times KF = KA \times EF$.

$$AB = \frac{KA \times EF}{KF}.$$

$$AB = \frac{8\times 6}{3} = 16.$$

IV. PARTAGER UN SEGMENT EN DES SEGMENTS DE MEME LONGUEUR

<u>Point méthode</u> :

Pour partager un segment [AB] en n segments de même longueur, on peut procéder comme suit :

- tracer une demi-droite [AX) (différente de [AB)) ;

- choisir un écartement de compas et, en partant du point A, placer sur la demi droite [AX), n traits de graduation ;
- relier à la règle le dernier trait de la graduation et le point B ; puis tracer toutes les parallèles à cette droite qui passent par les traits de graduation.

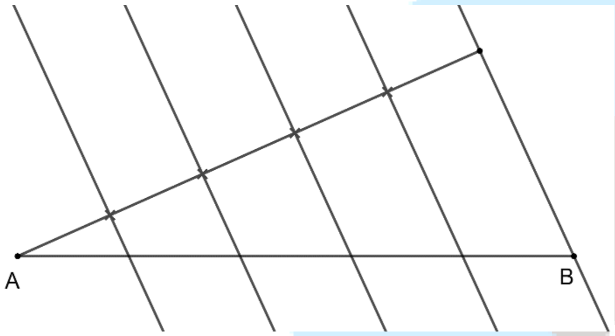
Ces parallèles partagent le segment [AB] en n segments de même longueur.

<u>Exercice d’ application</u>

Partage le segment [AB] en cinq parties égales à l’aide d’une équerre et d’un compas.

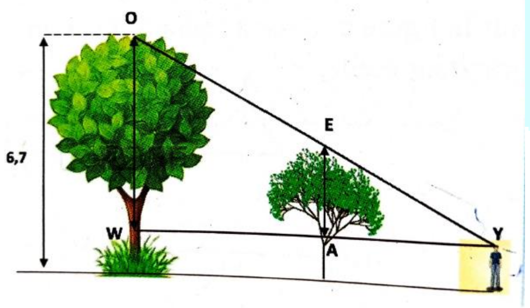
A ____ B

Corrigé



C. SITUATION PROBLEME

Yéo a dans son jardin un anacardier et un manguier. Il se rappelle que lors de la visite de l’agent de l’agriculture, ce dernier avait déterminé les hauteurs de ces deux arbres mais il ne se rappelle que de la hauteur du manguier qui est 6,7 m. Son neveu qui est votre ami de classe vous sollicite afin de déterminer la hauteur de cet anacardier. Pour le faire, il se place à un endroit où ses yeux Y à 1,6 m du sol sont parfaitement alignés aves les cimes E et O des arbres. Les deux arbres sont distants de 30 mètres et la distance qui sépare le neveu de l’anacardier est de 20 mètres.
Sur la figure ci-dessous, les droites (OW) et (EA) sont perpendiculaires à (YW).



1) Justifie que les droites (OW) et (EA) sont parallèles.
2) Calcule la hauteur de l’anacardier.

Corrigé

1) Sur la figure, (OW)⊥ (YW) et (EA)⊥ (YW). Donc (OW) // (EA).

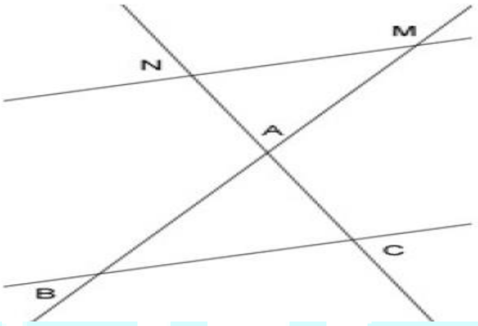
2) Calculons la hauteur EA de l'anacardier.
Considérons le triangle YOW.
E ∈ (YO) ; E ∈ (YW) et (OW) // (EA).
D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :
$\frac{YA}{YW} = \frac{YE}{YO} = \frac{AE}{WO}$.
Par conséquent , $\frac{YA}{YW} = \frac{AE}{WO}$.
D'où $AE \times YW = YA \times WO$.
$AE = \frac{YA \times WO}{YW}$.
On a : $YA = 20\ m$, $YW = YA + AW = 20 + 30 = 50\ m$ et $WO = 6{,}7 - 1{,}6 = 5{,}1\ m$.
Donc :
$$AE = \frac{20 \times 5{,}1}{50}$$
$AE = 2{,}04\ m$.

D. EXERCICES

D-1 Exercices d'application

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-dessous, les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On donne AM = 2, BM = 8 et AN = 3.
Calculer AC.



Corrigé

ABC est un triangle, M ∈ (AB), N ∈ (AC) et (MN) // (BC).

D'après la propriété de Thalès, $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

On a : $AM \times AC = AN \times AB$.

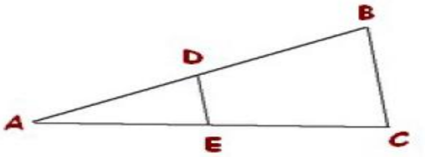
$AC = \frac{AN \times AB}{AM}$.

Or : $AB = BM - AM = 8 - 2 = 6$

Donc : $AC = \frac{AN \times AB}{AM} = \frac{3 \times 6}{2} = 9$.

Exercice 2

L’unité de longueur est le centimètre.
Soit ABC un triangle tel que AB = 6; AC = 9 et BC = 3.
On place un point D appartenant au segment [AB] tel que AD = 2.
et un point E appartenant au segment [AC] tel que AE = 3.
Montrons que (DE) et (BC) sont parallèles.



Corrigé

Montrons que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

ABC est un triangle. D ∈ (AB) et E ∈ (AC).

La position de D par rapport à A et B est la même que celle de E par rapport à A et C.

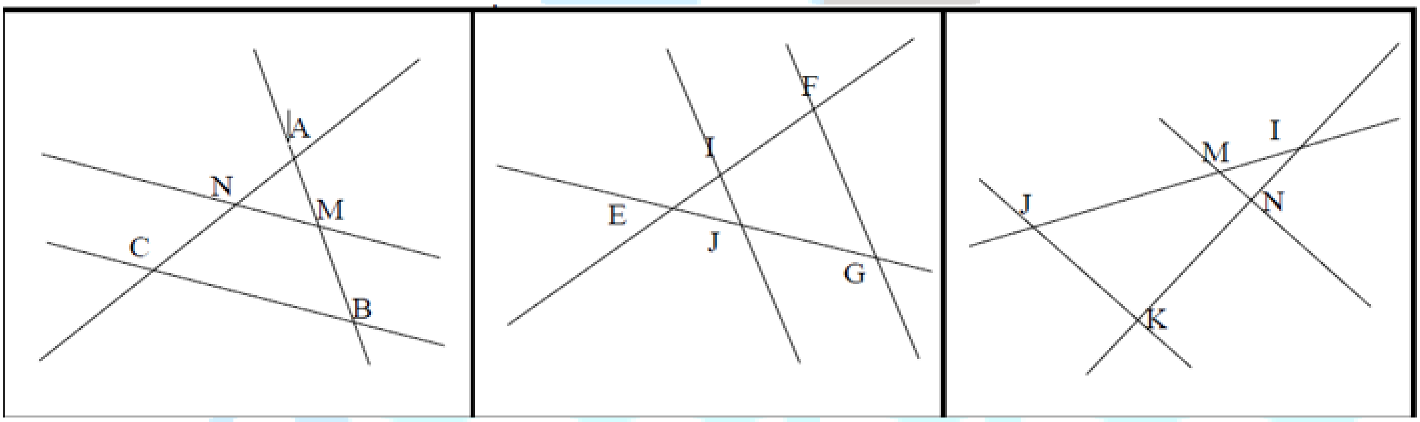
Calculons : $\frac{AD}{AB}$ et $\frac{AE}{AC}$

$\frac{AD}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et $\frac{AE}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, d’après la réciproque de la propriété de Thalès, (DE) // (BC).

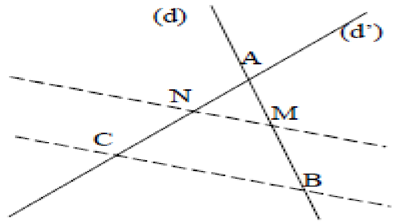
Exercice 3

Utilise la propriété de Thalès pour écrire une égalité de quotients dans chacun des cas suivants :

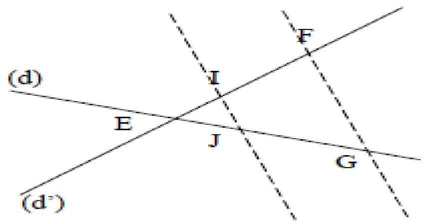


Exercice 4

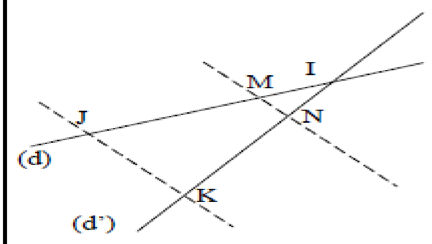
1. AM = 5 ; AB = 6 ; AC = 7,2
Calculer AN :



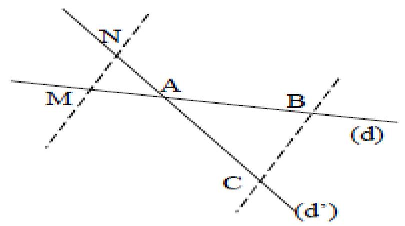
2. EI = 2,4 ; EF = 6 ; EJ = 3
Calculer EG :



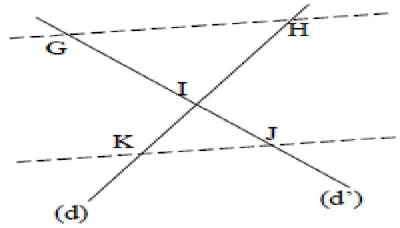
3. IM = 6,5 ; IJ = 15,6 ; JK = 8,4
Calculer MN :



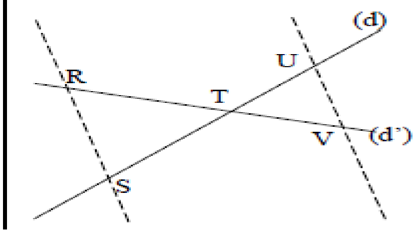
4. AM = 4,3 ; AB = 7,9 ; AC = 8,8
Calculer AN :



5. IJ = 3,1 ; IG = 7,2 ; IH = 7,3
Calculer IK :



6. UV = 7,6 ; TR = 10,5 ; RS = 9,8
Calculer TV :

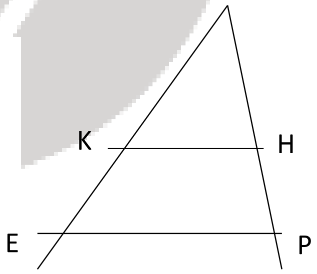


D-2 Exercices de renforcement

Exercice 5

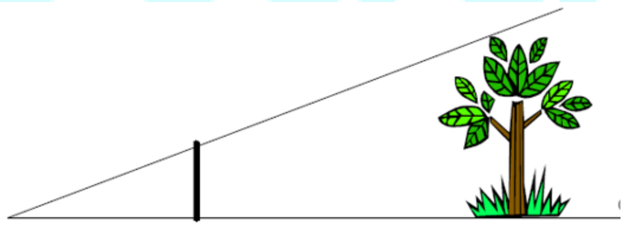
L'unité de longueur est le centimètre. Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, BEP est un triangle.
On donne : BE = 60 ; EP = 54 ; BK = 40 ; BH = 24 et HP = 12.

1. Justifie que les droites (KH) et (EP) sont parallèles.
2. Calcule la distance KH.



Exercice 6

On tient un bâton verticalement à bout de bras de telle sorte que son extrémité supérieure soit alignée avec le haut de l'arbre et son extrémité inférieure avec le pied de l'arbre.



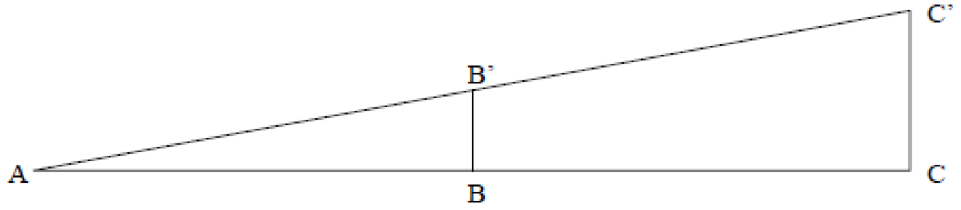
Longueur du bras : 1 m
Hauteur du bâton : 10 cm
Distance de l'arbre à l'observateur : 80 m

Indication : la hauteur des objets est proportionnelle à leur distance par rapport à l'observateur.

1. Placer les mesures sur le schéma

2. Calculer la hauteur de l'arbre

La hauteur du bâton est BB', la hauteur de l'arbre est ………., la longueur du bras est ……………, la distance de l'arbre à l'observateur est ……………… .



Ecrire la relation qui vous a permis de trouver la hauteur de l'arbre :

D-3 Exercice d'approfondissement

EXERCICE 7

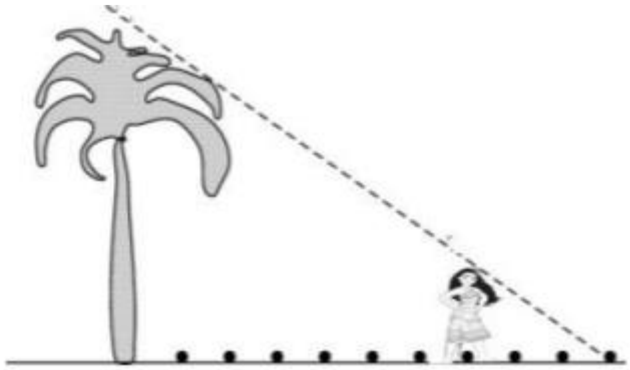
Document 1

Extrait de la liste alphabétique des élèves de la 3e F et d'informations relevées en E.P.S. pour préparer des épreuves d'athlétisme

Prénom	Jour de naissance	Taille en m	Nombre de pas réalisés sur 100 m
Gary	26/10	1,81	110
Mattéo	20/05	1,62	123
Matthieu	05/11	1,56	128
Vaiana	05/06	1,71	125
William	10/12	1,60	128
Yohanna	14/05	1,53	130

Document 2

Le croquis ci-dessous représente Vanessa élève de 3e F. Vanessa a d'abord posé sur le sol, à partir du cocotier, des noix de coco régulièrement espacées à chacun de ses pas, puis il s'est ensuite placé exactement comme indiqué sur le croquis, au niveau de la septième noix de coco et constate que le sommet de sa tête, la dixième noix de coco et le sommet de l'arbre sont alignés.



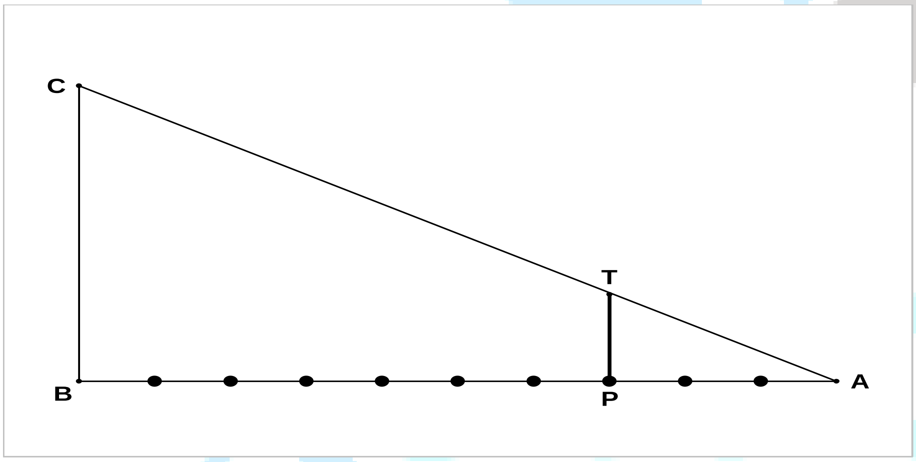
Il s'écrit : « je peux calculer la hauteur du cocotier »

A l'aide des informations qui proviennent des documents :

1. Représente la figure du document 2, en prenant :
- BC, la hauteur du cocotier ;
- PT la taille de Vanessa ;
- AB et AP représente respectivement 10 pas et 3 pas de Vanessa.
2. Justifie que la hauteur du cocotier est de 5,7 m.

Corrigé

1. BC représente la hauteur du cocotier, PT la taille de Vanessa, AB et AP représente respectivement 10 pas et 3 pas de Vanessa.



2. Dans le triangle ABC, on a (BC)// (PT). D'après la conséquence de la propriété de Thalès : $\frac{AP}{AB} = \frac{AT}{AC} = \frac{PT}{BC}$.

D'où $BC \times AP \; = \; AB \times PT$

$$BC = \frac{AB \times PT}{AP}$$

D'après le document 1, un pas de Vanessa mesure 1,25 m.

D'où $AB \; = \; 10 \times 1{,}25\text{m} = \; 12{,}5 \text{ m}$ et $AP \; = \; 3 \times 1{,}25 \text{ m} = \; 3{,}75 \text{ m}$.

PT désigne la taille de Vanessa d'où $PT = 1{,}71$ m.

Ainsi $BC = \frac{12{,}5 \text{ x } 1{,}71}{3{,}75} = 5{,}7$ m.

La hauteur du cocotier est de 5,7 m.

Retrouvez plus de contenus sur www.xetudes.com