CALCUL LITTERAL

1- Quotients

1-1-Egalite de deux quotients

Propriété

Soient a , $b, c\ et\ d$ des nombres tels que : b≠0 et d≠0.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut a $ad = bc$.

Exemple Exercice1 Page 21(JD PYRAMIDE)

1-2-operations sur les quotients

Règles

Soient $a, b, c\ et\ d$ des nombres

Lorsque $b\ et\ d$ ssont différents de 0 :$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}\ \ et\ \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Lorsque $b, c\ et\ d$ sont différents de 0 :$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

Exemple Exercice 2 page 21 (JD PYRAMIDE)

2-calcul littéral

2-1-puissance a exposant entier relatif

a) Inverse

- Deux nombres non nuls sont inverses l'un de l'autre lorsque leur produit est égal a 1. Ainsi l'inverse d'un nombre relatif non nul a est $\frac{1}{a}$.
- Soient a un nombre relatif diffèrent de 0 et n un nombre entier naturel. L'inverse de $a^n\ est\ a^{-n}$ .ainsi $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

b) Propriété

Soient $a\ et\ b$ des nombres relatifs différents de 0,$m\ et\ n$ deux nombres entier relatifs.

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n\ , a^n \times a^m = a^{n+m}\ , (a^n)^m = a^{n\times m}\ , \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}\ , (\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Cas particulier

- Pour tout nombre entier naturel n non nul,$0^n = 0$.
- Pour tout nombre relatif a non nul, $a^0 = 1$.

2-2 Développement et réduction

a) Suppression de parenthèses

Soient $a, b\ et\ c$ des nombres relatifs.

$$a + (b - c) = a + b - c$$
$$a - (b - c) = a - b + c$$
$$a - (b + c) = a - b - c$$

b) Développement

Soient k , a, b , $x\ et\ y$ des nombres.

$$k(a + b) = ka + kb;$$
$$k(a - b) = ka - kb;$$
$$(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by.$$

c) Égalité remarquable

Soient $a\ et\ b$ deux nombres.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

d) **Règles de priorité**

Dans une suite d'opération, toute opération entre parenthèses est prioritaire. En absence de parenthèses :

-les puissances sont prioritaires par rapport a la multiplication et a la division ;

-la multiplication et la division sont prioritaires par rapport a l'addition et a la soustraction.

2-3- Factorisation

Factoriser, c'est transformer une somme algébrique en un produit de facteur.

Méthode

Pour factoriser une somme algébrique, on peut :

- Reconnaitre un facteur commun et le mettre en facteur
  $ka + kb = k(a + b)$; $ka - kb = k(a - b)$; $ka + kb + kc = k(a + b + c)$;
- Reconnaitre et utiliser une égalité remarquable

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$
$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

2-4- produit nul

Propriétés

- Un produit est égal a zéro lorsque l'un au moins de ses facteurs est égal à zéro.a et b sont des nombres :$ab = 0$ equivaut a $a = 0$ ou $b = 0$.
- Un produit est diffèrent de zéro lorsque ses facteurs sont tous différents de zéro.a et b sont des nombres :$ab \neq 0$ équivaut a $a \neq 0 et$ $b \neq 0$.

2-5- Nombre de même carre

Propriété

Soient a et b deux nombres.

$a^2 = b^2$ équivaut a $a = b$ ou $a = -b$.

Remarque : lorsque a et b sont deux nombres positifs, $a^2 = b^2$ équivaut a $a = b$.

3-Expression littérales

3-1- polynôme

Présentation

Soit l'expression littérale :$9x^2$.

$9x^2$ est un monôme en x.

9 est le coefficient de ce monôme.

4 est le degré de ce monôme.

On considère l'expression littérale :

$7x^4 + 2x^3 - x^2 + 25x - 6$. Cette expression est une somme algébrique de monômes : on dit un polynôme.

3-2- Fraction rationnelle

Présentation

On considère l'expression littérale :$\frac{x^3-1}{x^2-8x+16}$.

$\frac{x^3-1}{x^2-8x+16}$ est une fraction rationnelle.

$x^3 - 1$ est son numérateur.

$x^2 - 8x + 16$ est son dénominateur.

Valeurs de la variable pour lesquelles une fraction rationnelle existe
Une valeur numérique d'une fraction rationnelle existe lorsque le dénominateur est diffèrent de 0

Exemple :

On donne la fraction rationnelle A définie par : A= $\frac{-7x^2-x+2}{4x^2-9}$

Trouvons les valeurs de la variable pour lesquelles A existe.

A existe si et seulement si $4x^2 - 9 \neq 0$.

Résolvons l'équation : $4x^2 - 9 = 0$

$$(2x-3)(2x+3) = 0$$

$$2x - 3 = 0 \ \ ou \ 2x + 3 = 0$$

$x = \frac{3}{2}$ ou $x = \frac{-3}{2}$ A existe pour $x \neq \frac{-3}{2}$ et $x \neq \frac{3}{2}$

Méthode

Pour simplifier une fraction rationnelle, on peut procéder comme suite :

- Factoriser le numérateur et le dénominateur ;
- Déterminer les valeurs de la variable pour lesquelles la fraction rationnelle existe ;
- Simplifier la fraction rationnelle pour chacun des facteurs communs figurant au numérateur et au dénominateur.
- Ecris la fraction rationnelle simplifiée, précédée de la condition d'existence de la fraction rationnelle.