THEME : ORGANISATION DES DONNEES
LEÇON 11 : STATISTIQUE

I. Organisation des données

1. Rappels

a) Le mode

Définition
On appelle mode d'une série statistique, toute modalité dont l'effectif est maximal ou encore la modalité qui a le plus grand effectif.

Remarque
Une série statistique peut avoir deux modes ou plus.

Exemple

Détermine le mode de la série statistique suivante :

Modalités	3	5	7	10	13	Total
Effectifs	2	10	15	25	8	60

Le plus grand effectif est 25. La modalité qui a le plus grand effectif est 10.
Donc, le mode de cette série statistique est 10.

b) La fréquence

Définition
On appelle fréquence d'une modalité, le quotient de l'effectif de cette modalité par l'effectif total.
Elle peut s'exprimer en pourcentage : $fréq(\%) = \dfrac{effectif\ de\ la\ \mathrm{mod}}{effectif\ total} \times 100$.

Exemple

La fréquence de la modalité 7 de la série statistique ci-dessus est : $\frac{15}{60} = 0{,}25$.
En pourcentage, on a : $\frac{15 \times 100}{60} = 25\%$ (en multipliant le résultat précédent par 100).

c) La moyenne

Définition
La moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif est égale à la somme de toutes les données, divisée par l'effectif total.

Exemple

On a pesé huit téléphones portables et obtenu les masses suivantes (en g) :
110 ; 100 ; 120 ; 130 ; 110 ; 120 ; 110 ; 130
Calculons la moyenne de la série des masses.

On calcule la moyenne M de la série des masses des téléphones portables en posant :
$$M = \frac{110+100+120+130+110+120+110+130}{8} = \frac{930}{8} = 116{,}25.$$

Remarque
La moyenne pondérée d'une série statistique est égale à la somme des produits de chaque valeur par son effectif, divisée par l'effectif total.

Exemple
La moyenne pondérée de la série des masses est :

$$M = \frac{3 \times 110 + 1 \times 100 + 2 \times 120 + 2 \times 130}{8} = \frac{930}{8} = 116{,}25.$$

2- Effectifs cumulés croissants, fréquences cumulées croissantes

Définition

Soit une série statistique à caractère quantitatif.

- On appelle **effectif cumulé croissant** d'une modalité n, la somme des effectifs de chaque modalité inférieure ou égale à n.
- On appelle **fréquence cumulée croissante** d'une modalité n, le quotient de l'effectif cumulé croissant de la modalité n par l'effectif total.
  On la définit aussi comme étant la somme des fréquences de toutes les modalités inférieures ou égales à cette modalité.

__Exercice de fixation__

Les notes obtenues en mathématiques par les élèves d'une classe de troisième sont données dans le tableau suivant :

Complète le tableau statistique ci-dessous :

Modalités	3	5	7	10	13	Total
Effectifs	2	10	25	15	8	60
Effectifs cumulés croissants						
Fréquences cumulées croissantes						

3. __Médiane d'une série statistique__

Définition

On appelle **médiane** d'une série statistique dont les valeurs sont ordonnées, tout nombre qui partage cette série en deux sous séries de même effectif :

- **un groupe constitué de valeurs inférieures ou égales à la médiane** ;
- **un groupe constitué de valeurs supérieures ou égales à la médiane**.

__Remarque 1__

Si l'effectif total N d'une série statistique est un nombre impair, alors la médiane est la modalité de rang $\frac{N+1}{2}$ sur la liste ordonnée des modalités de cette série.

__Exemple 1__

On donne la série statistique suivante : 2 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15.

Déterminons la médiane de cette série.

L'effectif total est 11 (un nombre impair), donc la position de la médiane sur la liste ordonnée est $\frac{11+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$.

La médiane est la modalité de rang 6 sur la liste ordonnée : c'est 9.

$$\underbrace{2 \,;\, 5 \,;\, 6 \,;\, 7 \,;\, 8}_{\text{5 nombres avant}} \,;\, 9 \,;\, \underbrace{10 \,;\, 12 \,;\, 13 \,;\, 14 \,;\, 15}_{\text{5 nombres après}}$$

__Remarque 2__

• Si l'effectif total N d'une série statistique est un nombre pair, alors tout nombre compris entre la $\frac{N}{2}\,ième\ \ valeur$ et la $\left(\frac{N}{2}+1\right)ième$ valeur peut être considéré comme une médiane de la série.

• En pratique, la médiane est généralement la __moyenne__ de ces deux valeurs.

__Exemple 2__

On donne la série statistique suivante : 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 10 ; 12.

Déterminons la médiane de cette série.

L'effectif total 6 est un nombre pair, donc la médiane est située entre la 3ème et la 4ème valeur de la liste ordonnée, c'est-à-dire entre 7 et 8. On la détermine en établissant la moyenne de ces deux valeurs. Donc la médiane cherchée est : $\frac{7+8}{2} = 7{,}5$.

__Exercice de fixation__

Détermine la médiane de la série statistique suivante :

35 ; 33 ; 34 ; 37 ; 39 ; 40; 37 ; 28.

II. Regroupement en classe de même amplitude

1. Regroupement en classes d'égale amplitude

Présentation
Un professeur d'éducation physique et sportive mesure et relève la taille en mètres de chacun de ses 51 élèves d'une classe de 3ème. Il obtient les résultats suivants :

1,54	1,53	1,57	1,59	1,54	1,55	1,60	1,63	1,59	1,67	1,61	1,63	1,67
1,69	1,68	1,69	1,70	1,64	1,67	1,65	1,54	1,72	1,73	1,64	1,74	1,78
1,55	1,76	1,75	1,79	1,66	1,77	1,67	1,69	1,59	1,76	1,69	1,79	1,76
1,59	1,74	1,78	1,73	1,68	1,65	1,71	1,76	1,78	1,65	1,57	1,58	

Son collègue de mathématiques, décide de former trois groupes d'étude en fonction de ces résultats sous forme d'intervalles de même amplitude dont le premier est $[1{,}50\ ;\ 1{,}60[$.
Déterminons les deux autres intervalles.

L'amplitude de $[1{,}50\ ;\ 1{,}60[$ est : $1{,}60 - 1{,}50 = 0{,}1$. Donc, les deux autres intervalles sont $[1{,}60\ ;\ 1{,}70[$ et $[1{,}70\ ;\ 1{,}80[$.

Remarque
Ces différents intervalles sont appelés des **classes.**

2. Classe modale

Définition
On appelle classe modale d'une série statistique, toute classe dont l'effectif est maximal ou toute classe qui a le plus grand effectif.

Exemple
L'organisation des données de l'activité ci-dessus est résumée dans le tableau des effectifs suivant :

Classes	$[1{,}50\ ;\ 1{,}60[$	$[1{,}60\ ;\ 1{,}70[$	$[1{,}70\ ;\ 1{,}80[$
Effectifs	**13**	**20**	**18**

- Calculons le centre de chaque classe :

Le centre de la classe $[1{,}50\ ;\ 1{,}60[$ est $\frac{1{,}50+1{,}60}{2} = 1{,}55$.
Le centre de la classe $[1{,}60\ ;\ 1{,}70[$ est $\frac{1{,}60+1{,}70}{2} = 1{,}65$
Le centre de la classe $[1{,}70\ ;\ 1{,}80[$ est $\frac{1{,}70+1{,}80}{2} = 1{,}75$

Classes	$[1{,}50\ ;\ 1{,}60[$	$[1{,}60\ ;\ 1{,}70[$	$[1{,}70\ ;\ 1{,}80[$	Total
Le centre de chaque intervalle	**1,55**	**1,65**	**1,75**	
Effectifs	**13**	**20**	**18**	**51**

- La moyenne est $M = \frac{1{,}55 \text{x} 13 + 1{,}65 \text{x} 20 + 1{,}75 \text{x} 18}{51}$

$= \frac{84{,}65}{51}$
$= 1{,}65980\ldots.$
$\approx 1{,}66$ (résultat arrondi à l'ordre 2)

La taille moyenne des élèves de cette classe est 1,66 m.

III- Représentations graphiques

En classe de 4ème, vous avez représenté des effectifs et des fréquences sur des demi-disques.
En 3ème, nous allons les représenter sur des disques.

1. Diagramme circulaire

Sur un disque, on peut représenter les effectifs (ou les fréquences) des modalités d'une série statistique par des secteurs angulaires. La mesure en degré de chaque secteur angulaire est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) de la modalité qu'il représente.

Exemple

Complétons le tableau ci-dessous et construisons le diagramme circulaire correspondant.

Classes	$[1{,}50\ ;\ 1{,}60[$	$[1{,}60\ ;\ 1{,}70[$	$[1{,}70\ ;\ 1{,}80[$	Total
effectifs	**13**	**20**	**18**	**51**
Mesure (en degrés)				**360°**

Déterminons les mesures des secteurs angulaires associés aux classes. La mesure d'un secteur est proportionnelle à l'effectif de la classe correspondante.
L'effectif total 51 correspond à tout le disque, c'est-à-dire 360°.

Pour la classe [1,50 ; 1,60[. On a : $\frac{360\times13}{51} = 91{,}7647 \ldots . \approx 92°$ (résultat arrondi à l'ordre 0)
Pour la classe [1,60 ; 1,70[. On a : $\frac{360\times20}{51} = 141{,}1764 \ldots \approx 141°$ (résultat arrondi à l'ordre 0)
Pour la classe [1,70 ; 1,80[. On a : $\frac{360\times18}{51} = 127{,}0588 \ldots \approx 127°$ (résultat arrondi à l'ordre 0)
Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Classes	[1,50 ; 1,60[	[1,60 ; 1,70[	[1,70 ; 1,80[	Total
effectifs	**13**	**20**	**18**	**51**
Mesure (en degrés)	**92°**	**141°**	**127°**	**360°**

2. Polygone des effectifs cumulés croissants

Exemple

Voici un tableau qui résume le nombre d'heures passées devant le poste téléviseur par 28 enfants.

Nombre d'heures	[1 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[	Total
Effectifs	2	6	4	7	9	28

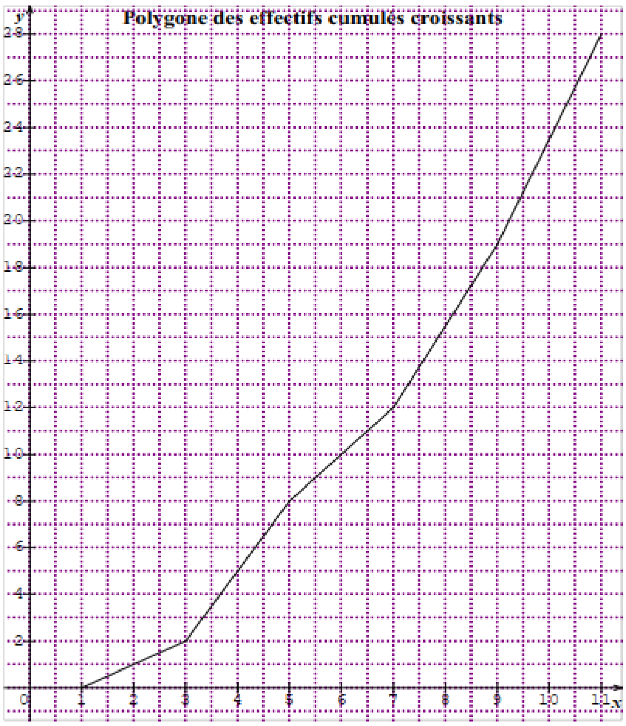
Déterminons les effectifs cumulés croissants de cette série statistique.

On obtient :

Nombre d'heures	[1 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[	Total
Effectifs	2	6	4	7	9	28
Effectifs cumulés croissants	2	8	12	19	28	

Interprétons ce tableau. Devant le poste téléviseur :
0 enfant passe moins d'une heure (1h);
2 enfants passent moins de 3h;
8 enfants passent moins de 5h ;
12 enfants passent moins de 7h;
19 enfants passent moins de 9 h;
28 enfants passent moins de 11 h.
Construisons le polygone des effectifs cumulés croissants.

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on place les points de coordonnées (1;0) ; (3;2) ; (5;8) ; (7;12) ; (9 ; 19) ; (11 ; 28) puis on les relie par des segments.



La courbe construite s'appelle le polygone des effectifs cumulés croissants.